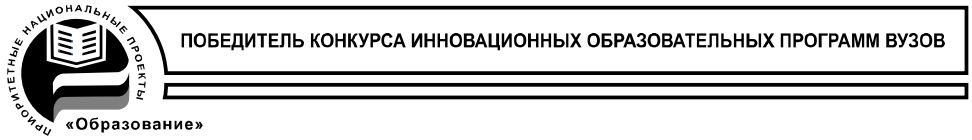
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ



А.А. Усольцев

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2009

Усольцев А.А. Общая электротехника: Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 301 с.

Изложены основные положения теории линейных и нелинейных электрических и магнитных цепей. Даны основы теории электрических машин, их основные характеристики, а также приведены сведения об электроприводе, электроснабжении и электробезопасности при эксплуатации электроустановок.

Пособие предназначено для студентов технических направлений подготовки (специальностей) неэлектротехнического профиля.

Рекомендовано к печати учёным советом факультета компьютерных технологий и управления, 11.11.2008, протокол №4

В 2007 году СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007–2008 годы. Реализация инновационной образовательной программы «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий» позволит выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворить возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях экономики.

© Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, 2009

© Усольцев А.А., 2009

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника является общетехнической дисциплиной и служит базой для изучения специальных дисциплин, связанных с автоматизацией технологических процессов, электроснабжением и электрооборудованием соответствующих отраслей.

Настоящее пособие составлено в соответствии с типовой программой и предназначено для помощи студентам неэлектротехнических специальностей при самостоятельной подготовке.

Понимание процессов, происходящих в электротехнических устройствах, требует знания определённых разделов курсов математики и физики. Из курса математики студенты должны знать алгебру комплексных чисел, решение простейших дифференциальных уравнений, операции с векторами, свободно пользоваться соответствующим математическим аппаратом. Из курса физики студенты должны знать основные понятия и законы механики и электричества.

Часть первая. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ1

1. Электрические цепи постоянного тока

1.1. Электрическая цепь.

Электрическая цепь представляет собой совокупность технических устройств и физических объектов, по которым протекает *электрический ток*, т.е. происходит упорядоченное направленное движение электрических зарядов.

Для того чтобы заряды перемещались им необходимо передать некоторую энергию и устройство, выполняющее эту функцию, называется *источником электрической энергии*. Источник электрической энергии является составным элементом электрической цепи. Энергия, передаваемая источником движущимся зарядам, может быть получена только путём преобразования других видов энергии (тепловой, химической, механической, световой) или путём воздействия на электрические заряды магнитным полем, возбуждаемым другим источником.

Создаваемый источником электрический ток может вызывать различные явления: нагревать элементы, по которым он протекает, вызывать свечение веществ, создавать механические усилия. Технические устройства, в которых получают требуемый эффект от протекания электрического тока называют *приёмниками электрической энергии*, т.к. в них происходит преобразование электрической энергии в другие виды.

Совместная работа источника и приёмника возможна только при наличии путей движения зарядов между ними. Причём, перемещение зарядов должно происходить с минимальными потерями энергии. Эту функцию в электрических цепях выполняют соединительные линии или провода.

Таким образом, электрическая цепь в общем случае состоит из трёх элементов: источника электрической энергии, приёмника и соединительных проводов.

Состав и связи электрических цепей бесконечно разнообразны, поэтому для их представления используют наборы символов, имеющих различную степень абстракции и называемых схемами. Более всего соответствует реальному объекту (рис. 1.1, *а*) *монтажная схема* (рис. 1.1, *б*). Она удобна для монтажа и ремонта изображённого на ней устройства. На *принципиальной схеме* (рис. 1.1, *в*) показывают условные изображения элементов цепи и их соединения. Эти схемы удобны для изучения принципа работы. Наиболее абстрактное представление об электрической цепи дают *схемы замещения* (рис. 1.1, *г*). Они предназначены для исследования электромагнитных процессов и являются расчётной моделью соответствующего устройства. Реальные элементы электрической цепи заменяют в схеме замещения расчётными моделями, в которых учитывают только существенные параметры и свойства. Так химический источник (аккумулятор) заменяют идеальным источником ЭДС

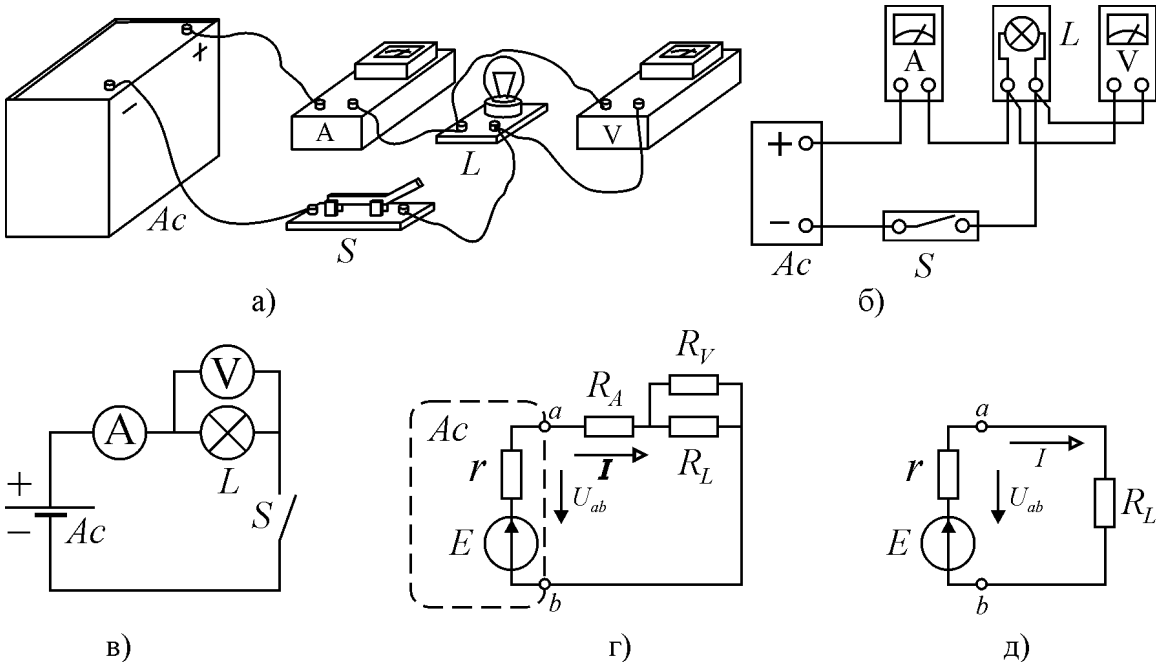


Рис. 1.1.

E и включают последовательно с ним резистор r, соответствующий потерям энергии внутри аккумулятора. Амперметр и вольтметр заменяют их входными сопротивлениями (R_A и R_V) Соединительные провода считаются идеальными проводниками без потерь, т.е. обладающими нулевым сопротивлением. Если входное сопротивление амперметра R_A существенно меньше сопротивления лампы накаливания R_L, а входное сопротивление вольтметра R_V существенно больше, то их исключают из схемы замещения (рис. 1.1, *д*).

Если параметры всех элементов схемы замещения известны, то, пользуясь законами электротехники, можно определить их состояние в любой момент времени. В дальнейшем вместо термина схема замещения электрической цепи мы будем пользоваться сокращёнными терминами – схема цепи или просто схема.

В любой схеме электрической цепи можно выделить один или несколько участков, подключённых к остальной части двумя проводами. Такой участок электрической цепи называется *двухполюсником*. В простейшем случае двухполюсник состоит из одного элемента цепи, например, лампа накаливания, вольтметр и амперметр на рис. 1.1 являются двухполюсниками. Если двухполюсник не содержит источников электрической энергии, то он называется *пассивным*, в противном случае двухполюсник относится к *активным* двухполюсникам. Двухполюсник на рис. 1.1, *г-д*, состоящий из источника ЭДС E и внутреннего сопротивления r аккумулятора и подключённый к точкам ab схемы замещения, является активным двухполюсником

При анализе процессов в электрических цепях используют некоторые топологические (геометрические) понятия. К ним относятся понятия узла, ветви и контура. *Узлом* электрической цепи называют соединение трёх и бо-

лее элементов (например, точка *ef* рис. 1.2, *а-б* и точки *a*, *d*, *ec* рис. 1.2, *в-г*. Но в электрической цепи все токи протекают по соединительным проводам. При этом количество зарядов входящих в любую замкнутую поверхность в каждый момент времени (в том числе в поверхность, которой можно охватить узел) равно числу зарядов выходящих из неё. Отсюда следует, что токи в двух соединённых между собой элементах могут различаться только в том случае, если это соединение является узлом, иначе говоря, отсутствие узлов между связанными элементами электрической цепи является необходимым и достаточным условием равенства тока в них. *Ветвью* электрической цепи называют связную совокупность элементов, образующих путь для протекания тока между двумя узлами (например, R_1R_2, E, R_3, R_4 и R_5 на рис 1.2, *в-г*. Из признака отсутствия узлов внутри ветви следует, что по всем её элементам протекает одинаковый ток. *Контуром* называется замкнутый путь вдоль ветвей электрической цепи (например, *ebae*, *eade*, *dcd*, *adcba* на рис 1.2, *в-г*. Узлы, ветви и контуры являются топологическими параметрами цепи и не изменяются при любых преобразованиях схемы, производимых без разрыва связей. Пример такого преобразования показан на рис. 1.2, *в-г*.

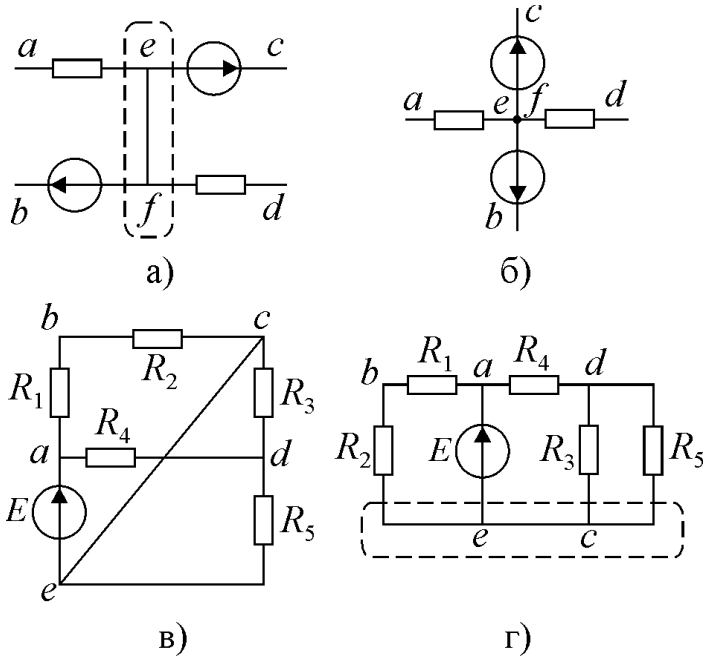


Рис. 1.2.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое электрическая цепь?
2. Что такое источник (приёмник) электрической энергии?
3. Какие виды схем используются в электротехнике? Что такое монтажная схема, принципиальная схема и схема замещения?
4. Что такое двухполюсник?
5. Чем отличается пассивный двухполюсник от активного?
6. Дайте определение узла, ветви и контура?
7. Почему во всех элементах ветви протекает одинаковый ток?

1.2. Основные величины, характеризующие электрическую цепь

Электрический ток это направленное движение носителей электрического заряда. Носителями заряда в металлах являются электроны, в плазме и электролите – ионы. В полупроводниках носителями заряда являются также

дефекты электронных оболочек ядер кристаллической решётки – «дырки». Функционально они эквивалентны положительным зарядам.

Наличие электрического тока проявляется в виде трёх эффектов:

- в окружающей среде возникает магнитное поле;
- проводник, по которому протекает ток, нагревается;
- в проводниках с ионной проводимостью возникает перенос вещества.

Величина электрического тока определяется как количество заряда q, переносимое через какую-либо поверхность в единицу времени, т.е.

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (1.1)$$

Такой поверхностью, в частности, может быть поперечное сечение проводника.

Если количество заряда q переносимого за одинаковые промежутки времени неизменно, то такой ток называется *постоянным* и для него справедливо выражение $I = q/t$, где q – заряд, переносимый за время t.

Из выражения (1.1) получается единица измерения электрического тока $[I]=[q]/[t]=$Кл/с=А [ампер].

Направлением тока принято считать направление движения положительных зарядов под действием электрического поля, т.е. направление противоположное движению электронов в проводниках. Если такое направление неизвестно, то для любой ветви электрической цепи его можно выбрать произвольно и считать *положительным направлением*. После расчёта режима работы цепи некоторые значения тока могут получиться отрицательными. Это означает, что действительное направление тока противоположно выбранному.

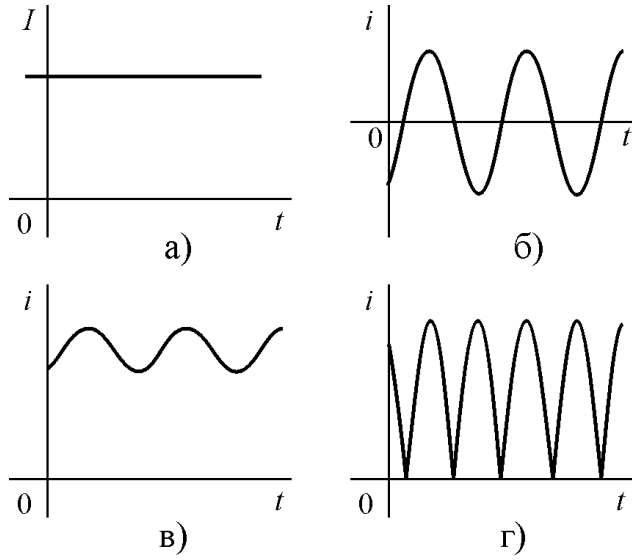


Рис. 1.3

По характеру изменения во времени электрический ток разделяют на постоянный (рис. 1.3, *а*) и переменный. Последний, в свою очередь, бывает синусоидальным (рис. 1.3, *б*) и несинусоидальным (рис. 1.3, *в-г*).

Электродвижущая сила. Движение носителей зарядов в электрической цепи, как всякое движение требует передачи энергии движущимся объектам. Если на некотором участке цепи заряжённые частицы получают энергию, то принято говорить, что на этом участке действует сила, приводящая их в движение, т.е. электродвижущая сила (ЭДС). Участок цепи, на котором действует ЭДС, является источ-

ником электрической энергии (энергии движущихся носителей электрических зарядов). Источником энергии для получения ЭДС могут быть различные физические явления, при которых возникает воздействие на заряжённые частицы – химические, тепловые, электромагнитные и др. процессы. Численно ЭДС равна работе по перемещению единичного заряда на участке её действия. Отсюда единицу ЭДС можно получить как $[E]=[A]/[q]=$ Дж/Кл=В (вольт).

Электрическое напряжение. На участках электрической цепи, где отсутствует ЭДС, движение носителей зарядов сопровождается расходом полученной ранее энергии путём преобразования её в другие виды. Этот процесс можно охарактеризовать падением напряжения или просто напряжением U. Оно численно равно работе, затраченной на перемещение заряжённых частиц по участку электрической цепи, к величине перемещённого заряда

$$U = A / q$$

В случае движения зарядов в безвихревом электрическом поле это определение идентично понятию разности потенциалов участка электрической цепи, т.е. $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$, где φ_a, φ_b – потенциалы границ участка. Следует заметить, что потенциал отдельной точки определить невозможно, т.к. он равен работе по перемещению единичного заряда из бесконечности в данную точку. Однако разность потенциалов между двумя точками всегда можно определить, если потенциал одной из них принять за точку отсчёта, т.е. нуль.

Единица измерения напряжения и разности потенциалов такая же, как и ЭДС: $[U]=[A]/[q]=$ Дж/Кл=В (вольт).

За положительное направление напряжения на участке цепи принимают направление от точки с большим потенциалом к точке с меньшим, а т.к. на участках где отсутствует ЭДС положительные заряды также перемещаются от точки с более высоким потенциалом к точке с более низким, то положительное направление напряжения на этих участках совпадает с положительным направлением протекающего тока. За положительное направление ЭДС принимают направление от точки с меньшим потенциалом к точке с большим. Это направление указывают стрелкой в условном изображении источника на схеме (рис. 1.1, 1.2).

Электрическая энергия и мощность. Из понятия ЭДС следует, что она является работой, совершаемой при перемещении единичного заряда между полюсами источника электрической энергии. Для перемещения всех зарядов, проходящих через источник, требуется совершить работу в q раз большую, т.е. затратить энергию

$$W_{\text{и}} = Eq = EIt$$

В приёмнике электрической энергии или в нагрузке энергия преобразуется или рассеивается. Её также можно определить, пользуясь понятием напряжения на участке электрической цепи, как работы по перемещению единичного заряда. Отсюда энергия, преобразуемая в нагрузке –

$$W_{\text{н}} = Uq = UIt\,.$$

Интенсивность преобразования энергии характеризуется понятием *мощности*. Численно она равна энергии, преобразуемой в электрической цепи в единицу времени. Для цепи постоянного тока мощность источника равна

$$P_{\text{и}} = W_{\text{и}} / t = EI \qquad (1.2\ \text{а})$$

а нагрузки –

$$P_{\text{н}} = W_{\text{н}} / t = UI\,. \qquad (1.2\ \text{б})$$

Единицами измерения энергии и мощности электрической цепи являются джоуль (Дж) и ватт (Вт).

На основании закона сохранения энергии мощность, развиваемая источниками электрической энергии в цепи должна быть равна мощности преобразуемой в другие виды энергии в нагрузке:

$$\sum \pm EI = \sum UI\,, \qquad (1.3)$$

где $\sum \pm EI$ – алгебраическая сумма мощностей, развиваемых источниками, а $\sum UI$ – сумма мощностей всех приёмников и потерь энергии внутри источников.

Выражение (1.3) называется *балансом мощности* электрической цепи. Мощность, преобразуемая в нагрузке, всегда положительна, в то время как источники могут работать как в режиме генерирования так и в режиме рассеяния электрической энергии, т.е. быть нагрузкой для внешней электрической цепи. Режим работы источника определяется взаимной направленностью ЭДС и тока, протекающего через источник. Если направление действия ЭДС и направление тока в источнике совпадают, то источник отдаёт энергию в цепь и соответствующее произведение в левой части (1.3) положительно. Если же направление тока противоположно, то источник является нагрузкой и его мощность включают в баланс с отрицательным знаком. Следует заметить, что при составлении баланса мощности должно учитываться реальное направление тока в источнике, т.е. направление, полученное в результате расчёта электрической цепи, а не условно положительное направление, принимаемое в начале решения.

Вопросы для самоконтроля.

1. По каким признакам можно определить наличие тока в электрической цепи?
2. Что такое постоянный электрический ток?
3. Что такое электродвижущая сила?
4. Почему невозможно определить электрический потенциал какой-либо одной точки электрической цепи?
5. Какое направление принято считать положительным для электрического тока (напряжения)?
6. Что такое баланс мощности электрической цепи?

1.3. Пассивные элементы электрической цепи

Пассивными называют элементы электрической цепи не способные производить электрическую энергию. К ним относятся: резистор, катушка индуктивности и конденсатор.

Для перемещения зарядов в электрической цепи требуется совершение работы, величина которой определяется свойствами среды, в которой движутся заряды, преодолевая её противодействие. Энергия, затрачиваемая на преодоление этого противодействия, необратимо преобразуется в тепло. Величиной, характеризующей затраты энергии на перемещение зарядов по данному участку цепи, является *электрическое сопротивление* или просто сопротивление. Оно равно отношению величины напряжения на участке цепи к току в нём

$$R = u / i . \qquad (1.4)$$

Выражение (1.4) является одной из форм записи закона Джоуля-Ленца. Если в электрической цепи с сопротивлением R протекает ток i, то за время dt в ней выделяется количество тепла $dQ = i^2 R dt$. При этом в тепло преобразуется элементарная энергия dA, затрачиваемая на перемещение заряда dq, т.е. $dA = dQ$. Отсюда $dA = dQ = i\dfrac{dq}{dt} R dt = i dq R \;\Rightarrow\; dA / dq = u = iR$.

Единицей измерения сопротивления является $[R] = [u]/[i] = $ В/А=Ом (ом). Величина обратная сопротивлению называется *проводимостью* G=1/R и измеряется в сименсах (См).

Электрическое сопротивление является основным параметром элемента электрической цепи, используемого для ограничения тока и называемого *ре-*

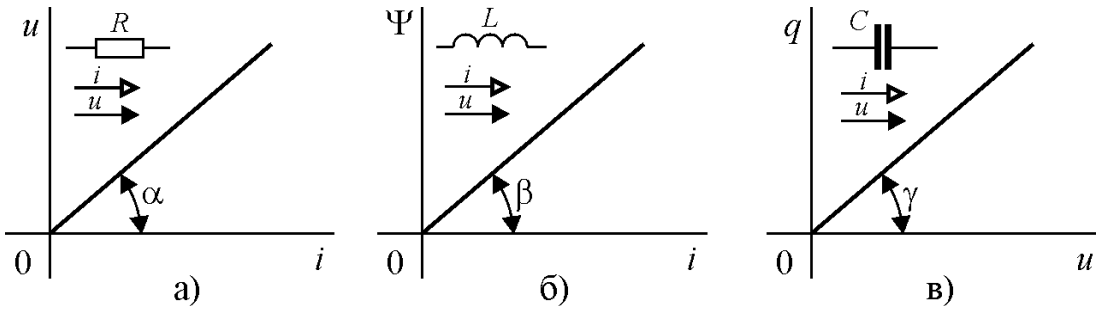


Рис. 1.4.

зистором. Идеализированный резистор обладает только этим параметром и называется *резистивным элементом*.

Величина сопротивления резистора зависит от свойств материала, из которого он изготовлен, а также от его геометрических размеров. Но может зависеть также от величины и/или направления протекающего по нему тока. Если зависимости от тока нет, то вольт-амперная характеристика (ВАХ) резистора представляет собой прямую линию (рис. 1.4, *а*) и он является линейным элементом электрической цепи. При этом из уравнения вольт-амперной

характеристики (1.4) следует, что сопротивление можно определить как тангенс угла наклона ВАХ (рис. 1.4, а)

$$R = \frac{u}{i} = \frac{m_u}{m_i}\mathrm{tg}\alpha,$$

где m_u, m_i – масштабы осей напряжения и тока ВАХ.

Пользуясь выражениями (1.2 *б*) и (1.4) можно определить мощность рассеяния электрической энергии резистором

$$P = u \cdot i = i^2 R = u^2 / R. \qquad (1.5)$$

Протекание тока в электрической цепи сопровождается возникновением магнитного поля в окружающей среде. Магнитному полю присуща энергия, равная работе, совершаемой электрическим током *i* в процессе создания поля и численно равная $W_м = L \cdot i^2 / 2$. Коэффициент *L*, определяющий энергию магнитного поля называется индуктивностью.

Величина индуктивности участка электрической цепи зависит от магнитных свойств окружающей среды, а также от формы и геометрических размеров проводников, по которым протекает ток, возбуждающий магнитное поле. Чем больше величина магнитного потока, сцепляющегося с контуром (пронизывающего контур) участка электрической цепи, тем больше, при прочих равных условиях, величина его индуктивности. Сумма сцепляющихся с контуром цепи элементарных магнитных потоков Φ_k называется потокосцеплением – $\Psi = \sum_{k=1}^{w} \Phi_k$. Для увеличения потокосцепления проводнику придают форму цилиндрической катушки. Тогда с каждым витком сцепляется практически один и тот же магнитный поток Ф и потокосцепление становится равным $\Psi = w \cdot \Phi$, где *w* – число витков катушки. Такая катушка предназначена для формирования магнитного поля с заданными свойствами и называется *катушкой индуктивности*. Идеализированная катушка, основным и единственным параметром которой является индуктивность, называется *индуктивным элементом*.

Индуктивность численно равна отношению величины потокосцепления участка цепи к величине протекающего по нему тока

$$L = \Psi / i. \qquad (1.6)$$

Единицей измерения индуктивности является $[L] = [\Psi]/[i] = $ Вб/А=Гн (генри).

Связь потокосцепления с током индуктивного элемента называется вебер-амперной характеристикой (ВбАХ). В случае линейной зависимости между этими величинами индуктивный элемент будет линейным и индуктивность может быть определена как тангенс угла наклона ВбАХ (рис. 1.4 *б*)

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{m_\Psi}{m_i}\mathrm{tg}\beta,$$

где m_Ψ, m_i – масштабы осей потокосцепления и тока ВбАХ.

Изменение потокосцепления катушки вызывает появление ЭДС самоиндукции

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}. \qquad (1.7)$$

Знак минус в выражении (1.7) показывает, что ЭДС, в соответствии с правилом Ленца, действует встречно по отношению к вызвавшему её изменению тока. Для того чтобы в катушке протекал ток, ЭДС самоиндукции должна уравновешиваться равным и встречно направленным напряжением

$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}$$

Отсюда можно определить ток в индуктивном элементе

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t u\,dt + i(0),$$

где $i(0)$ – ток на момент начала интегрирования.

Электрические заряды в цепи могут не только перемещаться по её элементам, но также накапливаться в них, создавая запас энергии $W_э = C \cdot u^2/2$, где u – напряжение на элементе электрической цепи, а C – коэффициент, определяющий запас энергии и называемый *электрической ёмкостью* или просто ёмкостью.

Величина ёмкости участка электрической цепи зависит от электрических свойств окружающей среды, а также от формы и геометрических размеров проводников, в которых накапливаются заряды. Исторически первые накопители представляли собой плоские проводники, разделённые тонкой прослойкой изоляционного материала. Чем больше площадь проводников и чем меньше толщина изолирующей прослойки, тем больше, при прочих равных условиях, величина их ёмкости. Такая совокупность проводников, предназначенных для накопления энергии электрического поля, называется *конденсатором*. Идеализированный конденсатор, основным и единственным параметром которого является ёмкость, называется *ёмкостным элементом*.

Ёмкость численно равна отношению величины электрического заряда на участке электрической цепи к величине напряжения на нём

$$C = q/u. \qquad (1.8)$$

Единицей измерения ёмкости является $[C] = [q]/[u] =$ Кл/В=Ф (фарада).

Связь заряда с напряжением на ёмкостном элементе называется кулон-вольтной характеристикой (КВХ). В случае линейной зависимости между этими величинами ёмкостный элемент будет линейным и ёмкость может быть определена как тангенс угла наклона КВХ (рис. 1.4 *в*)

$$C = \frac{q}{u} = \frac{m_q}{m_u}\mathrm{tg}\gamma,$$

где m_q, m_u – масштабы осей заряда и напряжения КВХ.

Изменение напряжения на конденсаторе вызывает изменение количества зарядов на электродах, т.е. электрический ток. Это следует из уравнения (1.8). Если взять производную по времени от числителя и знаменателя, считая, что $C = \mathrm{const}$, то

$$\frac{dq}{dt} = i = C\frac{du}{dt}. \qquad (1.9)$$

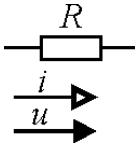
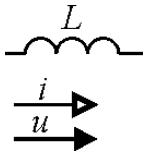
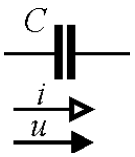
Отсюда можно определить напряжение на ёмкостном элементе

$$u = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + u(0), \qquad (1.10)$$

где $u(0)$ – напряжение на момент начала интегрирования.

Таблица 1.1

Пассивные элементы электрической цепи

Название идеального элемента цепи	Параметр элемента	Условное обозначение	Величина тока	Величина напряжения
Резистивный	Сопротивление R [Ом]		$i = u/R$	$u = R \cdot i$
Индуктивный	Индуктивность L [Гн]		$i = \frac{1}{L}\int_0^t u\,dt + i(0)$	$u = L\frac{di}{dt}$
Ёмкостный	Ёмкость C [Ф]		$i = C\frac{du}{dt}$	$u = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + u(0)$

Таким образом, из выражений (1.1-1.10) следует, что электромагнитные процессы в электрической цепи полностью описываются понятиями электродвижущей силы, напряжения и тока, а количественные соотношения между этими величинами определяются тремя параметрами элементов: сопротивлением, индуктивностью и ёмкостью. При этом следует отметить, что все рассмотренные элементы электрической цепи (резистор, катушка индуктивности и конденсатор) обладают всем набором параметров (R, L и C), т.к. в любом

физическом объекте при протекании электрического тока происходит необратимое преобразование энергии с выделением тепла, возникают процессы, связанные с накоплением и перераспределением электрических зарядов, а в окружающей среде создаётся магнитное поле. Однако при определённых условиях то или иное свойство объекта проявляется сильнее и, соответственно, большее значение имеет параметр, связанный с этим свойством, в то время как остальными свойствами и соответствующими параметрами можно просто пренебречь.

Из трёх рассмотренных элементов цепи только резистивный элемент связан с необратимым преобразованием электрической энергии. Индуктивный и ёмкостный элементы соответствуют процессам накопления энергии в магнитном и электрическом полях с последующим возвратом её в источник в том же количестве, в котором она была накоплена.

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте определение резистора, катушки индуктивности и конденсатора.
2. Какие параметры являются основными для резистора, катушки индуктивности и конденсатора?
3. Что такое сопротивление, индуктивность и ёмкость?
4. Чем определяется величина сопротивления, индуктивности и ёмкости?
5. Чем отличается резистор от остальных пассивных элементов?
6. Какими величинами и параметрами полностью описываются электромагнитные процессы в электрической цепи?

1.4. Активные элементы электрической цепи

Активными элементами электрической цепи являются источники электрической энергии. Свойства источников, как элементов электрической цепи характеризуются вольт-амперной характеристикой, называемой в этом случае *внешней характеристикой* источника. Внешняя характеристика это зависимость выходного напряжения источника от тока, отдаваемого нагрузке. Также как все остальные элементы электрической цепи источники могут быть линейными и нелинейными. Линейные источники обладают линейной внешней характеристикой.

Если напряжение на выходе источника постоянно и не зависит от тока в нагрузке, то такой источник называется *источником ЭДС* или источником напряжения. Его внешняя характеристика представляет собой горизонтальную линию (линия 1 на рис. 1.5, *д*), а т.к. тангенс угла наклона ВАХ соответствует сопротивлению элемента электрической цепи, то это означает, что сопротивление источника ЭДС равно нулю. На схемах он изображается окружностью со стрелкой, указывающей направление действия ЭДС, т.е. направление возрастания электрического потенциала (рис. 1.5, *а*).

Можно создать также источник электрической энергии, формирующий в нагрузке неизменный ток. Внешняя характеристика такого источника будет вертикальной прямой линией (линия 2 на рис. 1.5, *д*), а сам источник будет называться *источником тока*. В соответствии с внешней характеристикой сопротивление двухполюсника, обладающего свойствами источника тока, будет равно бесконечности. На электрических схемах источник тока изображается окружностью с двойной стрелкой внутри, направление которой указывает направление протекания тока (рис. 1.5, *в*).

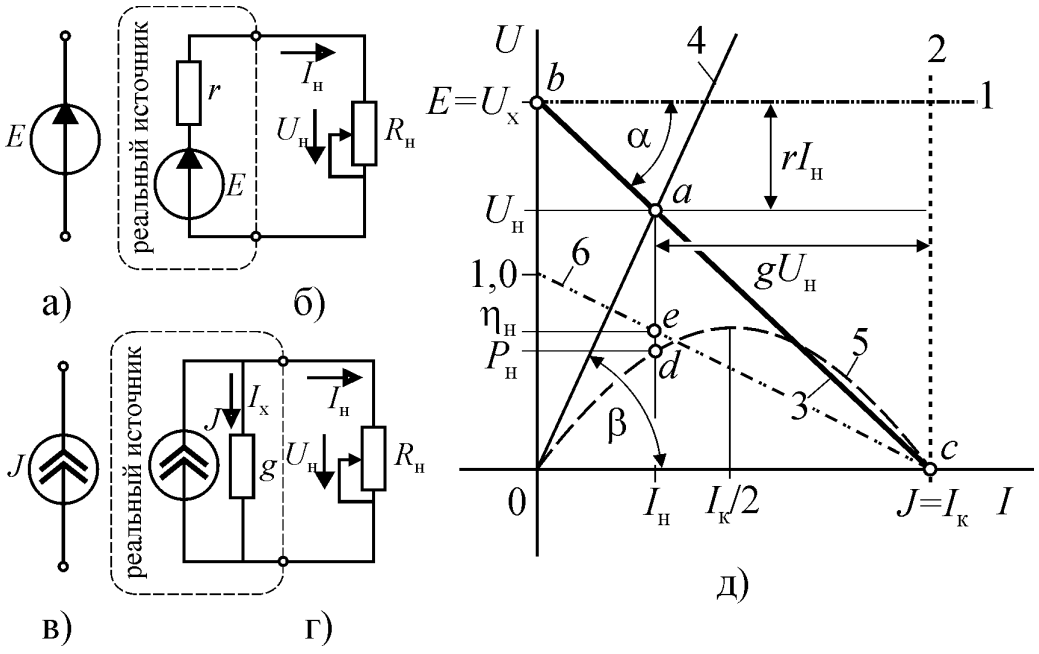


Рис. 1.5

Источники ЭДС и тока называются *идеальными источниками электрической энергии*. Это связано с тем, что в них нет потерь энергии, т.к. их проводимость и сопротивление бесконечны ($I^2 \cdot 0 = 0;\ U^2/\infty = 0$). На самом деле не существует технических устройств, в которых в той или иной форме не происходили бы необратимые преобразования энергии. Однако эти потери можно компенсировать за счёт источников энергии внешних по отношению к рассматриваемой электрической цепи и тогда реальное техническое устройство будет обладать свойствами идеального источника по отношению к нагрузке. Простейшим примером такого устройства является стабилизированный источник питания, в котором с помощью внутренней обратной связи обеспечивается компенсация потерь внутри источника за счёт энергии питающей сети. Тем самым обеспечивается постоянство выходного напряжения до определенного значения тока нагрузки, после чего он переключается в режим работы с постоянным током, реализуя в этих двух режимах работы оба идеальных источника.

Если потери электрической энергии внутри источника не компенсируются, то он имеет наклонную внешнюю характеристику (линия 3 на рис. 1.5, *д*). Такие источники часто называют *реальными источниками*. Их схему за-

мещения можно представить в виде источника ЭДС и последовательно включённого внутреннего сопротивления r (рис. 1.5, *б*). Уравнение внешней характеристики в этом случае имеет вид

$$U_{\text{н}} = E - rI_{\text{н}}. \qquad (1.11)$$

Решая его совместно с уравнением нагрузки $U_{\text{н}} = R_{\text{н}} I_{\text{н}}$, мы получим значение тока в цепи

$$I_{\text{н}} = E/(r + R_{\text{н}}). \qquad (1.12)$$

Графически это решение соответствует точке *a* пересечения внешней характеристики источника (линия 3 на рис. 1.5, *д*) с вольтамперной характеристикой нагрузки (линия 4 на рис. 1.5, *д*). При изменении сопротивления нагрузки будет меняться угол β ВАХ и точка *a* будет скользить по внешней характеристике, определяя режим работы электрической цепи.

При $R_{\text{н}} = \infty$ ток в цепи равен нулю (рабочая точка *b* на рис. 1.5 *д*) и этот режим работы называется *холостым ходом*. Из выражения (1.11) следует, что в режиме холостого хода напряжение на выводах источника $U_{\text{х}}$ равно его ЭДС E, что позволяет произвести её измерение вольтметром с большим входным сопротивлением.

При $R_{\text{н}} = 0$ напряжение на выводах источника равно нулю (рабочая точка *c* на рис. 1.5 *д*) и этот режим работы цепи называется *коротким замыканием*. В режиме короткого замыкания ток в цепи $I_{\text{к}} = E/r$ ограничивается только внутренним сопротивлением источника r, что крайне опасно, т.к. обычно это сопротивление имеет очень малую величину и ток в цепи может достигать значений, при которых источник может выйти из строя.

На всём остальном множестве точек внешней характеристики источника выделяют два режима работы цепи: номинальный и согласованный. *Номинальный режим* работы это режим, при котором элементы электрической цепи работают в условиях соответствующих проектным. Для элементов электрических цепей номинальными параметрами, обеспечивающими номинальный режим работы, являются ток, напряжение и мощность.

Согласованный режим работы цепи это режим, при котором источник отдает в нагрузку максимально возможную мощность. Из выражений (1.5) и (1.12) можно найти мощность, рассеиваемую на сопротивлении нагрузки

$$P_{\text{н}} = R_{\text{н}} I_{\text{н}}^2 = R_{\text{н}} \frac{E^2}{\left(r + R_{\text{н}}\right)^2} = EI_{\text{н}}(1 - I_{\text{н}}/I_{\text{к}}).$$

Очевидно, что эта функция (линия 5 на рис. 1.5, *д*) имеет максимум, т.к. она обращается в нуль при $R_{\text{н}} = 0 \Leftrightarrow I_{\text{н}} = I_{\text{к}}$ и $R_{\text{н}} = \infty \Leftrightarrow I_{\text{н}} = 0$. Взяв производную $dP/dR_{\text{н}}$ и приравнивая её нулю, найдём значение сопротивления нагрузки, соответствующее максимуму мощности. Это условие имеет вид $R_{\text{н}} = r$, что соответствует току $I_{\text{н}} = I_{\text{к}}/2$. Ток нагрузки, равный половине тока короткого замыкания источника в силовых электрических цепях недопустим. Кроме то-

го, КПД электрической цепи, как отношение мощности рассеиваемой в нагрузке, к мощности, рассеиваемой во всей цепи –

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P_r + P_{\text{н}}} = \frac{R_{\text{н}}}{r + R_{\text{н}}} = \frac{1}{1 + r/R_{\text{н}}} = 1 - I_{\text{н}}/I_{\text{к}} = \begin{cases} \xrightarrow{R_{\text{н}} \to 0;\ I_{\text{н}} \to I_{\text{к}}} 0 \\ 0{,}5\big|_{r=R_{\text{н}}} \\ \xrightarrow{R_{\text{н}} \to \infty;\ I_{\text{н}} \to 0} 1{,}0 \end{cases},$$

в согласованном режиме составляет 0,5. Столь низкий КПД также недопустим для силовых электрических цепей. Для его повышения в них стремятся обеспечить условие $r \ll R_{\text{н}}$ и работают в режиме левее точки максимума (точки *d* и *e* на рис. 1.5, *д*). В то же время, в маломощных устройствах (например, в радиоэлектронных) согласованный режим работы является основным, т.к. обеспечивает в приёмнике сигнал максимальной мощности.

В некоторых случаях оказывается удобным представить реальный источник электрической энергии параллельной схемой замещения с источником тока (рис. 1.5, *г*). Такая возможность следует из уравнения (1.11), если обе его части разделить на величину внутреннего сопротивления *r*. Тогда

$$\begin{gathered} U_{\text{н}}/r = E/r - I_{\text{н}} \\ \Downarrow \\ I_{\text{х}} = I_{\text{к}} - I_{\text{н}} = J - I_{\text{н}} \end{gathered} \qquad (1.13)$$

где $I_{\text{х}} = U/r = Ug$ – ток холостого хода источника с внутренней проводимостью $g = 1/r$; $J = E/r = I_{\text{к}}$ ток источника *J* равный току короткого замыкания источника с последовательной схемой. Сопоставляя уравнения (1.11) и (1.13), получим соотношения параметров последовательной и параллельной схем замещения

$$\begin{aligned} J &= E/r; \quad g = 1/r; \\ E &= J/g; \quad r = 1/g \end{aligned} \qquad (1.14)$$

Обе схемы по отношению к нагрузке полностью эквивалентны, т.к. эквивалентны их внешние характеристики. Однако сами источники реализованные по этим схемам будут работать по-разному в одинаковых режимах работы нагрузки. В режиме холостого хода в источнике с последовательной схемой рассеяние мощности будет равно нулю, а в источнике с параллельной – J^2/g, т.е. этот режим для него будет аварийным, т.к. вся мощность источника *J* будет рассеиваться на внутренней проводимости (сопротивлении). В режиме короткого замыкания в источнике с параллельной схемой замещения рассеяния мощности не будет, а источник с последовательной схемой будет работать в аварийном режиме, рассеивая на внутреннем сопротивлении мощность E^2/r. Единственным режимом работы цепи, в котором обеспечивается эквивалентность преобразования схемы замещения по отношению к источнику, является согласованный режим.

С практической точки зрения имеет большое значение задача определения внутренних параметров источника E и r. Их можно определить по данным измерений напряжения и тока в режимах холостого хода и короткого замыкания, но, как уже упоминалось выше, режим короткого замыкания представляет опасность для источников с малым внутренним сопротивлением, а режим холостого хода для источников с большим внутренним сопротивлением. Поэтому эти параметры можно определить, измерив ток и напряжение в нагрузке в двух произвольных режимах – I_1, U_1, I_2, U_2, а затем из уравнения (1.11) найти

$$r = \left| \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} \right|; \quad E = U_1 + I_1 r = U_2 + I_2 r . \qquad (1.14\ \text{а})$$

Выражения (1.14) упрощаются, если одним из режимов будет холостой ход ($I_1 = 0;\ U_1 = U_{\text{х}} = E$) или короткое замыкание ($U_1 = 0;\ I_1 = I_{\text{к}}$) –

$$r = \frac{U}{I_{\text{к}} - I}; \quad E = U + Ir; \quad r = \frac{U_{\text{х}} - U}{I}; \quad E = U_{\text{х}} \quad . \qquad (1.14\ \text{б})$$

В источниках малой мощности можно определить внутреннее сопротивление экспериментально с помощью вольтметра. Для этого нужно измерить напряжение на выходе источника в режиме холостого хода, а затем, подключив переменное сопротивление $R_{\text{н}}$, найти такое значение, при котором напряжение будет равно половине напряжения холостого хода, т.е. в цепи наступит согласованный режим и $R_{\text{н}}$ будет равно r.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое внешняя характеристика источника электрической энергии?
2. Чем отличаются внешние характеристики источников ЭДС, тока и реального источника электрической энергии?
3. Почему источники ЭДС и тока называются идеальными?
4. Можно ли технически реализовать источники ЭДС и тока?
5. Перечислите типовые режимы электрической цепи.
6. Что такое согласованный режим, и в каких устройствах он применяется?
7. Почему согласованный режим не используют в силовых цепях?
8. Какие режимы и почему опасны для источников с высоким и низким внутренним сопротивлением?

1.5. Основные законы электрических цепей постоянного тока

Основой для расчёта режима работы любой электрической цепи являются законы Ома и Кирхгофа. С их помощью, зная параметры элементов электрической цепи можно определить протекающие в ней токи и действующие напряжения. Можно также решить обратную задачу определения параметров цепи, обеспечивающих требуемые токи и напряжения.

Закон Ома устанавливает связь между током и напряжением на участках цепи.

Для любого участка цепи, не содержащего активных элементов справедливо соотношение

$$I = U / R \qquad (1.15)$$

Закон Ома можно записать и для участков цепи, содержащих источник ЭДС (рис. 1.6). В этом случае его называют *обобщённым законом Ома*. Пусть ток на участке *ac* протекает от точки *a* к точке *c*. Это означает, что потенциал φ_a выше, чем φ_c и напряжение $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c > 0$, т.е. положительное направление U_{ac} совпадает с направлением тока. Прибавим и вычтем из U_{ac} потенциал точки *b*. Тогда $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_b + \varphi_b - \varphi_c = U_{ab} + U_{bc}$. Напряжение на резисторе участка *ab* всегда совпадает с направлением тока и равно $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = RI$, а напряжение на выводах источника ЭДС всегда противоположно *E*, т.е. $U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c = -E$. Отсюда $U_{ac} = RI - E$. Если направление действия ЭДС будет противоположным направлению протекания тока, то изменятся направление и знак напряжения $U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c = E$, и напряжение на участке *ac* будет равно $U_{ac} = RI + E$. В общем случае $U_{ac} = RI \mp E$, а протекающий ток равен

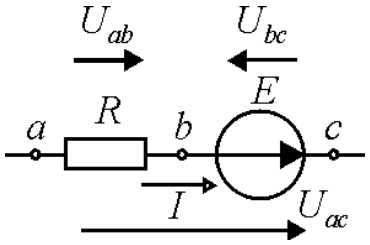


Рис. 1.6

$$I = (U_{ac} \pm E) / R . \qquad (1.16)$$

Положительный знак в (1.16) соответствует согласному направлению тока и ЭДС, а отрицательный встречному.

Участок электрической цепи может содержать в общем случае *n* источников ЭДС и *m* резисторов. Тогда, используя тот же ход рассуждений, получим

$$I = \frac{U_{ac} + \sum_{k=1}^{n} \pm E_k}{\sum_{k=1}^{m} R_k} . \qquad (1.17)$$

В выражении (1.17) знак ЭДС в сумме принимается положительным, если её направление совпадает с положительным направлением протекания тока.

Законы Кирхгофа являются частным случаем фундаментальных физических законов применительно к электрическим цепям.

Первый закон Кирхгофа устанавливает связь между токами ветвей, объединённых в узел электрической цепи, и, по сути, является принципом непрерывности электрического тока. Поскольку узел является идеальным элементом цепи и в нем не происходит накопления или преобразования энергии, то, мысленно охватив его некоторой замкнутой поверхностью (*S* на рис. 1.7), мы можем утверждать, что количество электрических зарядов входящих

внутрь этой поверхности за любой промежуток времени, равно количеству зарядов выходящих из неё. Если при этом учесть, что заряды в электрической цепи перемещаются по проводникам и образуют электрический ток, то сказанное выше можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^{n} \pm i_k = 0 . \qquad (1.18\ \text{а})$$

$$\sum_{p=1}^{m} i_p = \sum_{q=1}^{n-m} i_q . \qquad (1.18\ \text{б})$$

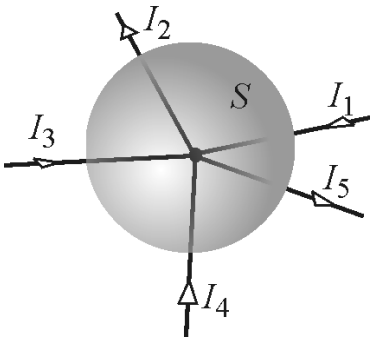


Рис. 1.7

Выражения (1.18) представляют собой первый закон Кирхгофа, который гласит, что алгебраическая сумма токов в узлах электрической цепи равна нулю (1.18 а) или, что сумма токов направленных к узлу равна суме токов направленных от узла (1.18 б). В первой формулировке токи, направленные к узлу можно считать положительными, а от узла отрицательными.

Второй закон Кирхгофа является одной из форм закона сохранения энергии. Он описывает тот факт, что при обходе контура и возвращении в исходную точку её электрический потенциал остаётся неизменным.

Этот закон можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма падений напряжения в любом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме действующих в нём ЭДС. Для контура с числом *m* резисторов и *n* источников ЭДС второй закон Кирхгофа можно записать в виде

$$\sum_{p=1}^{m} \pm U_p = \sum_{q=1}^{n} \pm E_q , \qquad (1.19)$$

Положительные знаки в уравнении (1.19) имеют напряжения и ЭДС, направления которых совпадают с направлениями протекания токов в соответствующих элементах цепи, а отрицательные – напряжения и ЭДС, направленные встречно по отношению к токам.

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте правило выбора знака ЭДС в обобщённом законе Ома.
2. Какому фундаментальному физическому закону (принципу) соответствует первый (второй) закон Кирхгофа?
3. Сформулируйте первый (второй) закон Кирхгофа. Почему алгебраическая сумма электрических токов в узлах цепи равна нулю?
4. Сформулируйте правило выбора знаков в уравнениях, составляемых для узлов электрической цепи.

5. Сформулируйте правило выбора знаков в уравнениях, составляемых для контуров электрической цепи.
6. Почему число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, не может быть равно числу узлов электрической цепи?
7. Сформулируйте правило выбора контуров электрической цепи.

1.6. Эквивалентные преобразования электрических цепей

В электрических цепях различают следующие соединения элементов: последовательное, параллельное, смешанное, звездой и треугольником. Часто задачу анализа цепи можно существенно упростить, если заменить одно соединение другим эквивалентным.

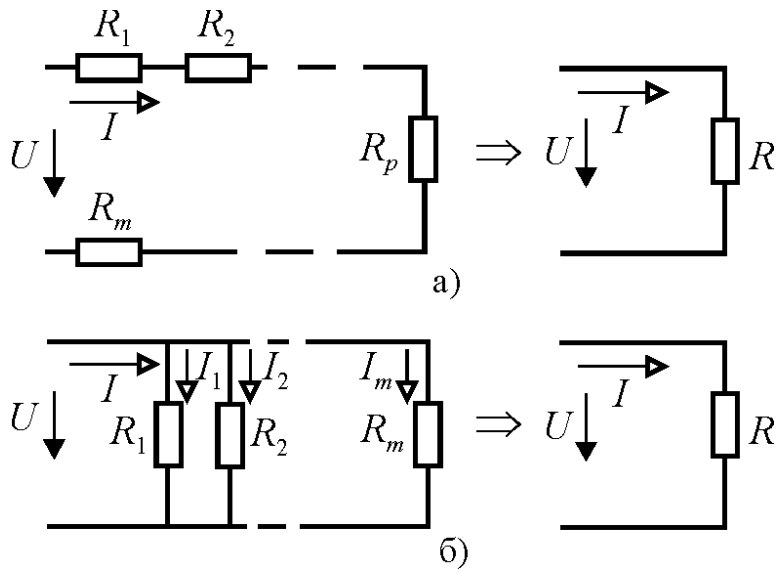


Рис. 1.8

Последовательное соединение это соединение элементов цепи, в котором каждый элемент соединён не более чем с двумя другими, причём так, что с каждым из них у него есть только одна общая точка (рис. 1.8, *а*). Это означает, что в последовательном соединении не может быть узлов и, как следствие, во всех элементах протекает один и тот же ток.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа и законом Ома

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_m = IR_1 + IR_2 + \ldots + IR_m = I(R_1 + R_2 + \ldots + R_m) = IR,$$

т.е. эквивалентное сопротивление m последовательного соединённых резисторов равно сумме их сопротивлений

$$R = \sum_{k=1}^{m} R_k . \quad (1.20)$$

Параллельное соединение это соединение элементов цепи, в котором все они подключены к одной паре узлов (рис. 1.8, *б*). Это означает, что падение напряжения на всех элементах одинаково и равно разности потенциалов узлов.

Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома можно записать:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_m = UG_1 + UG_2 + \ldots + UG_m = U(G_1 + G_2 + \ldots + G_m) = UG .$$

Отсюда эквивалентная проводимость параллельного соединения равна

$$G = \sum_{k=1}^{m} G_k . \quad (1.21)$$

На практике в качестве параметра резистивных элементов обычно используют сопротивление. Поэтому выражение (1.21) можно преобразовать

$$G = \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{R_k} \Rightarrow R = \frac{1}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{R_k}} = \frac{\prod_{k=1}^{m} R_k}{\sum_{p=1}^{m} \left(\prod_{q=1;\, q \neq p}^{m} R_q \right)_p}.$$

В наиболее часто встречающихся случаях параллельного соединения двух и трёх резисторов эквивалентное сопротивление определяется как

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}. \qquad (1.22)$$

Следует заметить, что, в отличие от последовательного соединения, понятие параллельного соединения используется также для соединения ветвей, т.е. параллельно соединёнными ветвями являются все ветви между двумя узлами.

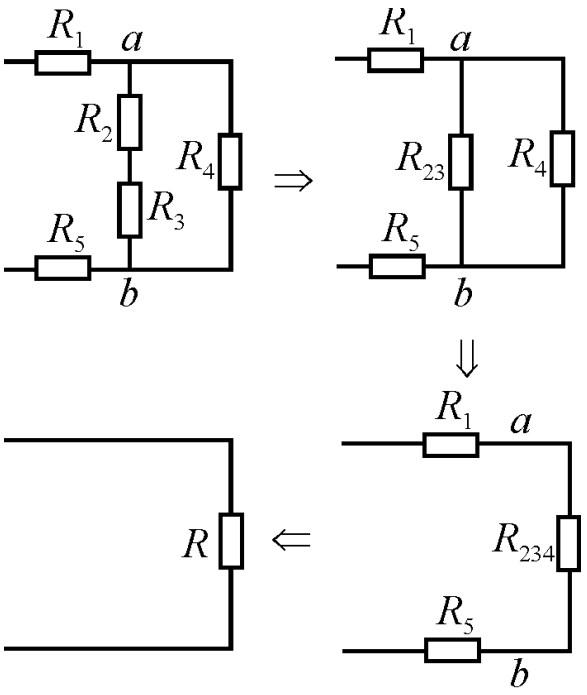


Рис. 1.9

Смешанное соединение это произвольная комбинация последовательных и параллельных соединений. Для каждого смешанного соединения можно найти эквивалентное сопротивление путём последовательных эквивалентных преобразований отдельных элементов. Рассмотрим эту задачу на примере схемы рис. 1.9.

Здесь изображены четыре ветви. В первую входит резистор R_1; во вторую резисторы R_2 и R_3; в третью резистор R_4 и в четвёртую – R_5. Вторая и третья ветви соединены между собой параллельно, т.к. обе соединены с узлами *a* и *b*. Однако из этого не следует, что параллельно соединены между собой элементы этих ветвей. Это было бы справедливо только в том случае, если бы обе ветви состояли из одного элемента.

На первом этапе эквивалентное преобразование возможно только для последовательного соединения R_2 и R_3 во второй ветви, т.к. в цепи нет других соединений, которые можно определить как параллельные или последовательные. Отсюда $R_{23} = R_2 + R_3$.

Теперь каждая из параллельных ветвей состоит из одного элемента, и они образуют между собой параллельное соединение, для которого с помощью выражения (1.22) можно найти эквивалентное сопротивление

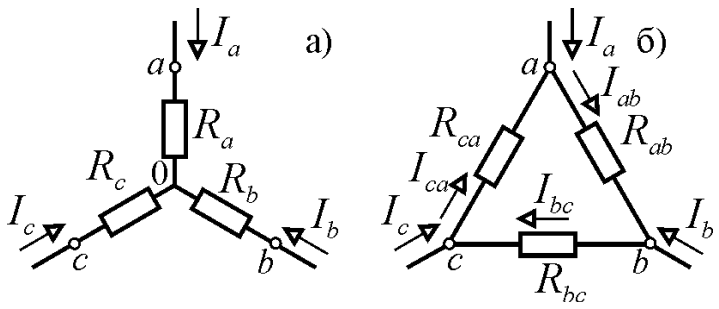


Рис. 1.10

$$R_{234} = \frac{R_{23}R_4}{R_{23}+R_4} = \frac{(R_2+R_3)R_4}{R_2+R_3+R_4}.$$

В результате мы получили последовательное соединение с эквивалентным сопротивлением

$$R = R_1 + R_5 + R_{234} = R_1 + R_5 + \frac{(R_2+R_3)R_4}{R_2+R_3+R_4}.$$

В сложных цепях встречаются соединения, которые нельзя свести к комбинации последовательных и параллельных. К ним относятся соединения трёхлучевой *звездой и треугольником* (рис. 1.10). Взаимное преобразование этих соединений часто позволяет получить более простые смешанные соединения и после этого решать задачу подобно тому, как это было сделано выше.

Условиями эквивалентности преобразования являются равенство токов, подходящих к точкам *a*, *b* и *c*, а также напряжений между ними в обеих схемах.

Составим для контура треугольника и узлов *a* и *b* схемы рис. 1.10, *б* уравнения Кирхгофа

$$R_{ab}I_{ab} + R_{bc}I_{bc} + R_{ca}I_{ca} = 0;$$
$$I_{ca} = I_{ab} - I_a;\ \ I_{bc} = I_{ab} + I_b;$$

и решим полученную систему относительно тока I_{ab}

$$I_{ab} = \frac{R_{ca}I_a - R_{bc}I_b}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}.$$

Отсюда можно определить U_{ab}

$$U_{ab} = R_{ab}I_{ab} = \frac{R_{ab}R_{ca}I_a - R_{ab}R_{bc}I_b}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}.$$

Но в соединении звездой $U_{ab} = R_aI_a - R_bI_b$. Приравнивая множители при токах в этих двух выражениях, получим:

$$R_a = \frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}};\ R_b = \frac{R_{bc}R_{ab}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}. \qquad (1.23\ \text{а})$$

По аналогии можно записать для третьего сопротивления:

$$R_c = \frac{R_{ca}R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \qquad (1.23\ б)$$

Из уравнений (1.23) можно определить сопротивления резисторов эквивалентного треугольника:

$$R_{ab} = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_c};\ R_{bc} = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_a};\ R_{ca} = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_b}.$$

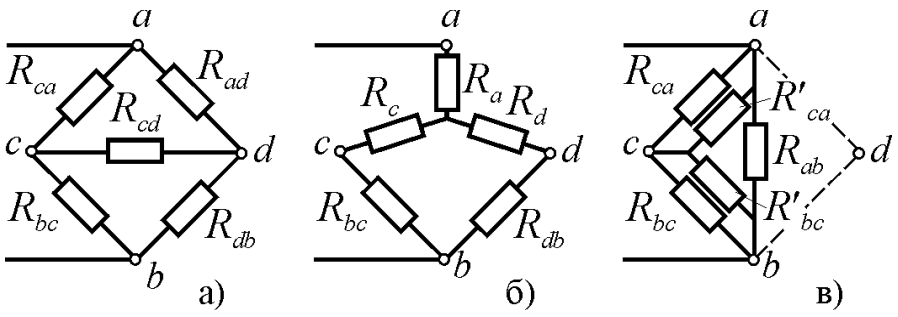


Рис. 1.11.

Примером использования преобразований трёхполюсников может служить мостовая схема, широко используемая в технике (рис. 1.11, *а*). В ней можно выделить два соединения звездой R_{ca}, R_{cd}, R_{bc}; R_{ad}, R_{cd}, R_{db} и два соединения треугольником R_{ca}, R_{cd}, R_{ad}; R_{bc}, R_{cd}, R_{db}. В результате преобразования любого из четырёх соединений мостовая схема приводится к смешанному соединению. На рис. 1.11, *б* показан результат преобразования треугольника R_{ca}, R_{cd}, R_{ad}, а на рис. 1.11, *в* – звезды R_{ad}, R_{cd}, R_{db}. В первом случае мы получаем смешанное соединение с сохранением всех узлов мостовой схемы и их потенциалов, а во втором информация о потенциале узла *d* утрачивается.

Преобразование ветвей с источниками ЭДС. При последовательном включении *n* источников ЭДС и *m* резисторов (рис. 1.12, а) напряжение на входе цепи можно определить по второму закону Кирхгофа как

$$U = R_1I + R_2I + E_1 + \ldots + R_pI - E_q + R_{p+1}I + E_{q+1} + \ldots$$

$$\ldots - E_n + R_mI = I\sum_{p=1}^{m} R_p + \sum_{q=1}^{n} \pm E_q = RI + E$$

Отсюда параметры эквивалентной цепи

$$R = \sum_{p=1}^{m} R_p;\quad E = \sum_{q=1}^{n} \pm E_q. \qquad (1.25)$$

Полученное выражение $U = RI + E$ соответствует последовательному соединению резистора и источника с ЭДС $E = \sum_{q=1}^{n} \pm E_q$. Причём, ЭДС источника E_q включается в сумму с положительным знаком, если направление ЭДС совпадает с направлением тока в цепи.

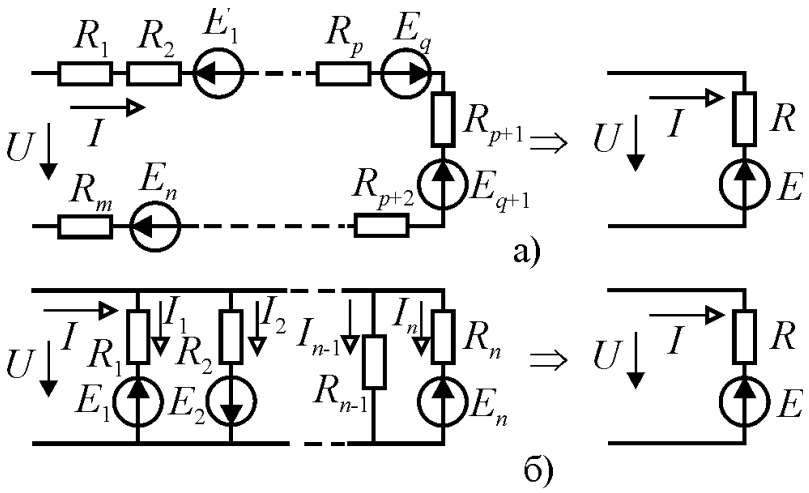


Рис. 1.12.

Ветви с источниками ЭДС могут соединяться параллельно (рис. 1.12, *б*) и для них также возможно эквивалентное преобразование. По первому закону Кирхгофа входной ток цепи равен сумме токов в ветвях: $I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$.

Эти токи можно определить по закону Ома для участка цепи с источником ЭДС как

$$I_1 = (U - E_1)G_1;\ I_2 = (U + E_2)G_2; \ldots I_n = (U - E_n)G_n.$$

Подставляя значения токов в исходное уравнение, получим:

$$I = UG_1 - E_1G_1 + UG_2 + E_2G_2 + \ldots + UG_n - E_nG_n =$$

$$= U\sum_{k=1}^{n} G_k - \sum_{k=1}^{n} \pm G_kE_k = (U - E)/R$$

Отсюда

$$R = 1\Big/\sum_{k=1}^{n} G_k;\quad E = \sum_{k=1}^{n} \pm G_kE_k \Big/ \sum_{k=1}^{n} G_k\,. \qquad (1.26)$$

Здесь также как в последовательном соединении положительный знак в сумме ЭДС соответствует согласному направлению ЭДС и тока в ветви. В случае отсутствия источника ЭДС в какой-либо ветви в числителе эквивалентной ЭДС будет отсутствовать соответствующее слагаемое (на рис. 1.12, *б* $E_{n-1} = 0$).

Вопросы для самопроверки:

1. Как меняется общее сопротивление последовательно соединённых резисторов при подключении нового элемента?
2. Как меняется общая проводимость параллельно соединённых резисторов при подключении нового элемента?
3. Возможно ли последовательное соединение ветвей электрической цепи?
4. Возможно ли параллельное соединение ветвей электрической цепи?
5. К какому виду приводится последовательное соединение резисторов и источников ЭДС при эквивалентных преобразованиях?
6. К какому виду приводится параллельное соединение резисторов и источников ЭДС при эквивалентных преобразованиях?

7. Сформулируйте правило выбора знаков ЭДС источников при эквивалентных преобразованиях последовательного и параллельного соединений.

1.7. Методы расчёта электрических цепей

Расчёт электрической цепи производится с целью получения данных о режиме её работы или для определения параметров, обеспечивающих заданный режим. Первая задача, задача определения токов, напряжений и мощностей на участках или элементах электрической цепи при заданной схеме, параметрах элементов и источников электрической энергии называется анализом цепи. Вторая задача заключается в определении состава электрической цепи и параметров ее элементов, обеспечивающих требуемый режим работы одного или нескольких из них, называется синтезом цепи и в пределах данного курса не рассматривается. Не входит в задачу данного курса и анализ цепей с источниками тока, которые обычно рассматриваются в курсах теоретических основ электротехники.

Основой для анализа электрической цепи являются законы Ома и Кирхгофа, а также методы, разработанные на их основе для оптимального решения определённого класса задач.

1.7.1. Метод непосредственного применения закона Ома

Закон Ома применяется для расчёта режимов отдельных участков электрической цепи, состоящих из одного или нескольких резисторов и источников ЭДС. Однако в сочетании с эквивалентными преобразованиями он может использоваться для более сложных задач. В частности, его можно использовать для задач определения тока в какой-либо ветви двухконтурной электрической цепи или напряжения на отдельном элементе.

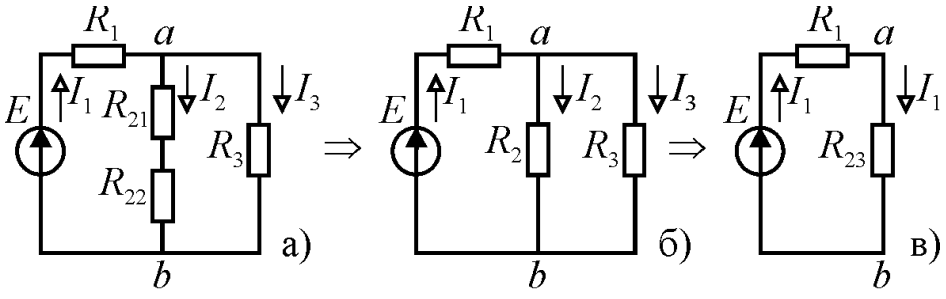


Рис. 1.13.

Рассмотрим ход решения подобных задач на примере цепи рис. 1.13. Пусть известны параметры всех элементов цепи и требуется определить напряжение на R_{21}.

Для определения напряжения по закону Ома нужно знать ток I_2, протекающий через R_{21}. Его можно найти, поэтапно преобразовав схему к цепи, состоящей из одного контура (рис. 1.13, *в*), и вначале вычислить ток I_1 в первой ветви.

Эквивалентное сопротивление последовательно включённых резисторов R_{21} и R_{22} равно $R_2 = R_{21} + R_{22}$, а параллельно включённых R_2 и R_3 – $R_{23} = R_2 R_3 /(R_2 + R_3)$.

Ток в цепи рис. 1.13, *в* можно определить с помощью обобщённого закона Ома для участка *ab*:

$$U_{ab} = R_{23} I_1;\ U_{ab} = E - R_1 I_1.$$

Отсюда

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{23}}.$$

Теперь можно найти напряжение U_{ab}:

$$U_{ab} = R_{23} I_1 = \frac{R_{23} E}{R_1 + R_{23}},$$

а затем ток I_2 и искомое напряжение:

$$I_2 = U_{ab} / R_2;\quad U_{21} = R_{21} I_2.$$

1.7.2. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Законы Кирхгофа являются универсальным средством анализа электрических цепей. При расчёте режима цепи с их использованием рекомендуется определённая последовательность решения.

Вначале нужно определить число ветвей $N_в$ и число узлов $N_у$ цепи. Число ветвей определяет общее число уравнений Кирхгофа, т.к. неизвестными величинами являются токи в ветвях.

Для всех $N_у$ узлов цепи можно составить уравнения по первому закону Кирхгофа, однако только $N_у - 1$ уравнений будут независимыми, т.к. последнее уравнение является суммой остальных. Поэтому число уравнений составляемых по первому закону равно $N_1 = N_у - 1$, а число уравнений по второму закону – $N_2 = N_в - N_1 = N_в - N_у + 1$.

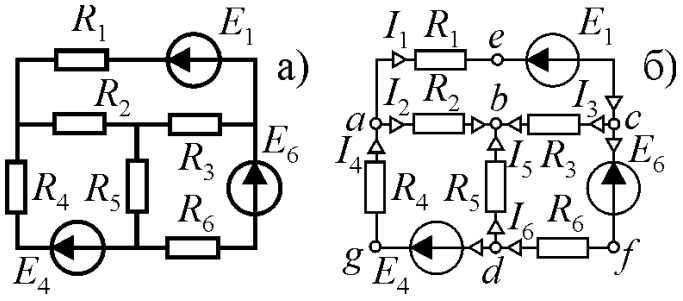


Рис. 1.14.

На следующем этапе решения произвольно выбирают направления токов в ветвях цепи, а затем контуры и направления их обхода. Число контуров должно быть равно числу уравнений по второму закону Кирхгофа. Выбор контуров нужно производить таким образом, чтобы все ветви были включены, по крайней мере, в один из контуров и все контуры отличались друг от друга, по крайней мере, одной ветвью.

После этого составляют уравнения для выбранных узлов цепи, считая токи, направленные к узлам положительными, а от узлов отрицательными. Затем составляют уравнения для контуров, включая в левую часть уравнений напряжения на пассивных элементах, а в правую ЭДС источников. При этом напряжения на элементах, у которых направление протекания тока совпадает с направлением движения при обходе контура, включаются в уравнение с положительным знаком, а остальные с отрицательным. ЭДС источников также включаются в уравнение с учётом направлений их действия и направлений обхода контура: с плюсом, если эти направления совпадают, и с минусом при встречных направлениях.

Рассмотрим алгоритм составления уравнений Кирхгофа для конкретной цепи, приведенной на рис. 1.14.

Общее количество неизвестных токов в цепи равно шести. Цепь имеет четыре узла, поэтому для неё можно составить три уравнения по первому закону Кирхгофа и три по второму.

На рисунке 1.14 *б*) стрелками показаны произвольно выбранные направления токов во всех ветвях (индексы элементов цепи соответствуют номеру ветви). По отношению к узлу b токи I_2, I_3, I_5 получились ориентированными одинаково. Это означает, что в результате решения один или два тока из трёх будут отрицательными, т.е. будут протекать в направлениях противоположных выбранным. Выберем из четырех узлов три, например, *a*, *b* и *c* и составим для них уравнения Кирхгофа:

$$\begin{aligned} &a)\ \ I_4 - I_1 - I_2 = 0 \\ &b)\ \ I_2 + I_3 + I_5 = 0 \\ &c)\ \ I_1 - I_3 - I_6 = 0 \end{aligned} \qquad (1.27)$$

Выберем теперь произвольно три замкнутых контура так, чтобы в них входили все ветви. Всего для рассматриваемой цепи можно составить семь контуров: *aecba*, *abdga*, *bcfdb*, *aecfdga, aecfdba, aecbdga, abcfdga*. Любые три из них можно использовать при составлении уравнений по второму закону Кирхгофа, но лучше ограничиться малыми контурами, т.к. при этом уравнения будут более компактными, а для результата выбор контуров не имеет значения.

Примем направления обхода контуров по часовой стрелке и составим уравнения:

$$\begin{aligned} &aecba)\ \ R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_2 I_2 = -E_1; \\ &abdga)\ \ R_2 I_2 - R_5 I_5 + R_4 I_4 = E_4; \\ &bcfdb)\ \ -R_3 I_3 + R_6 I_6 + R_5 I_5 = -E_6; \end{aligned} \qquad (1.28)$$

Следует заметить, что направления обхода могут быть любыми, в том числе и различными для разных контуров.

Решить систему уравнений (1.27-1.28) можно любым способом, но в современных математических пакетах есть средства, позволяющие легко получить результат, если представить задачу в матричной форме:

$$\begin{Vmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ R_1 & -R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & R_4 & -R_5 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & 0 & R_5 & R_6 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -E_1 \\ E_4 \\ -E_6 \end{Vmatrix}$$

Столбцами матрицы являются множители соответствующих токов в уравнениях Кирхгофа, а в вектор-столбец правой части включены алгебраические суммы ЭДС источников, действующих в контурах.

Определив токи $I_1 \ldots I_6$, можно по закону Ома найти напряжения на всех резисторах ($U_k = R_k I_k$), а также составить баланс мощностей цепи:

$$P_R = \sum_{k=1}^{m} I_k^2 R_k; \quad P_S = \sum_{k=1}^{n} \pm E_k I_k \,, \tag{1.29}$$

где P_R – мощность, рассеваемая на *m* сопротивлениях цепи, а P_S – мощность, доставляемая *n* источниками ЭДС. *Причём, мощность источника считается положительной, если направление тока в нём совпадает с направлением ЭДС.*

1.7.3. Метод контурных токов

Метод контурных токов используют для расчёта сложных цепей с большим количеством узлов. Он позволяет исключить уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа. Метод основан на предположении, что в каждом контуре цепи протекает собственный ток независимый от токов в других контурах, а истинные токи в ветвях являются алгебраической суммой контурных токов, протекающих через каждую ветвь.

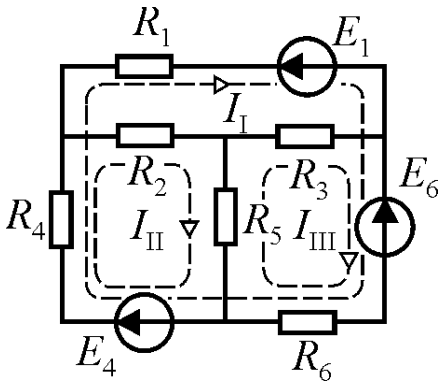


Рис. 1.15

Рассмотрим решение задачи для цепи рис. 1.14 методом контурных токов. Пусть в произвольно выбранных контурах протекают независимые контурные токи $I_{\text{I}}, I_{\text{II}}, I_{\text{III}}$ (рис. 1.15). Направление этих токов также выберем произвольно и независимо одно от другого.

Составим для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа, включив в левую часть падения напряжения на элементах контура, создаваемые протекающими по ним токами, а в правую часть – ЭДС источников, действующих в контуре. ЭДС источников будем

считать положительными, если направление их действия совпадает с направлением протекания контурного тока. Падения напряжения, создаваемые собственными токами контура, будем всегда считать положительными, а падения напряжения, создаваемые в элементах контура токами смежных контуров, будем считать положительными, если ток смежного контура протекает через смежную ветвь в том же направлении, что и собственный ток контура.

Для схемы рис. 1.15 уравнения контурных токов имеют вид:

$$\begin{aligned} &\text{I)} \quad (R_1+R_4+R_6)I_{\text{I}} + R_4 I_{\text{II}} + R_6 I_{\text{III}} = E_4 - E_1 - E_6 \\ &\text{II)} \quad R_4 I_{\text{I}} + (R_2+R_4+R_5)I_{\text{II}} - R_5 I_{\text{III}} = E_4 \\ &\text{III)} \quad R_6 I_{\text{I}} - R_5 I_{\text{II}} + (R_3+R_5+R_6)I_{\text{III}} = -E_6 \end{aligned} \qquad (1.30)$$

или в матричной форме:

$$\begin{Vmatrix} R_1+R_4+R_6 & R_4 & R_6 \\ R_4 & R_2+R_4+R_5 & -R_5 \\ R_6 & -R_5 & R_3+R_5+R_6 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} I_{\text{I}} \\ I_{\text{II}} \\ I_{\text{III}} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} E_4 - E_1 - E_6 \\ E_4 \\ E_6 \end{Vmatrix}$$

При известном навыке уравнения (1.30) можно составлять сразу в матричной форме, если учесть, что матрица коэффициентов этой системы симметрична относительно главной диагонали, на которой расположены суммы всех сопротивлений, входящих в соответствующие контуры. Эти суммы называются собственными сопротивлениями контуров. Элементы матрицы вне главной диагонали представляют собой алгебраическую сумму сопротивлений смежных ветвей соответствующих контуров, называемых также общими или взаимными сопротивлениями. Эти сопротивления включаются в сумму с положительным знаком, если контурные токи в смежной ветви имеют одинаковое направление. Элементы вектора-столбца правой части уравнений представляют собой алгебраическую сумму ЭДС действующих в соответствующем контуре. Знаки ЭДС в сумме соответствуют правилу, принятому при составлении уравнений (1.30).

После решения системы уравнений (1.30) можно определить токи в ветвях цепи как алгебраическую сумму протекающих в них контурных токов:

$$I_1 = I_{\text{I}}; \qquad I_2 = I_{\text{II}}; \qquad I_3 = I_{\text{III}};$$
$$I_4 = I_{\text{I}} + I_{\text{II}}; \qquad I_5 = I_{\text{II}} - I_{\text{III}}; \qquad I_6 = I_{\text{I}} + I_{\text{III}};$$

1.7.4. Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов позволяет исключить уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа. Метод основан на применении закона Ома и уравнений Кирхгофа для узлов электрической цепи. С помощью закона Ома можно определить ток в ветви, если известна разность потенциалов узлов, к которым подключена ветвь, а также её проводимость и действующая в ветви ЭДС. Если затем все токи ветвей связать условиями, соответствующими закону Кирхгофа для узлов цепи, то получится система уравнений, в которой неизвестными величинами будут потенциалы узлов. Решив систему

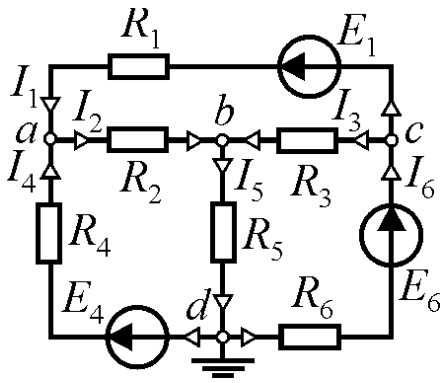


Рис. 1.16

относительно этих потенциалов, мы можем затем определить токи по составленным ранее уравнениям.

Рассмотрим решение задачи для цепи рис. 1.14 методом узловых потенциалов. Выберем произвольно направления токов во всех ветвях с пассивными элементами, а в ветвях с источниками ЭДС примем за положительное направление тока, совпадающее с направлением действия ЭДС* так, как это показано на рис. 1.16. Тогда на основании закона Ома:

$$\begin{aligned}
I_1 &= (U_{ac} + E_1)G_1 = (\varphi_a - \varphi_c + E_1)G_1;\\
I_2 &= U_{ab}G_2 = (\varphi_a - \varphi_b)G_2;\\
I_3 &= U_{cb}G_3 = (\varphi_c - \varphi_b)G_3;\\
I_4 &= (U_{da} + E_4)G_4 = (\varphi_d - \varphi_a + E_4)G_4;\\
I_5 &= U_{bd}G_5 = (\varphi_b - \varphi_d)G_5;\\
I_6 &= (U_{cd} + E_6)G_6 = (\varphi_c - \varphi_d + E_6)G_6.
\end{aligned} \qquad (1.31)$$

где $G_k = 1/R_k$.

В любой электрической цепи имеет смысл только понятие разности потенциалов. Поэтому потенциал одного из узлов можно принять за нулевую точку отсчёта для остальных потенциалов. Произвольно примем потенциал узла *d* равным нулю и составим для остальных узлов уравнения Кирхгофа:

$$a)\ \ I_4 + I_1 - I_2 = 0$$
$$b)\ \ I_2 + I_3 - I_5 = 0$$
$$c)\ \ I_6 - I_1 - I_3 = 0$$

Подставляя в эту систему уравнений выражения (1.31), получим:

$$\begin{aligned}
&(G_1 + G_2 + G_4)\varphi_a - G_2\varphi_b - G_1\varphi_c = E_1G_1 + E_4G_4\\
&-G_2\varphi_a + (G_2 + G_3 + G_5)\varphi_b - G_3\varphi_c = 0\\
&-G_1\varphi_a - G_3\varphi_b + (G_1 + G_3 + G_6)\varphi_c = -E_1G_1 + E_6G_6
\end{aligned} \qquad (1.32)$$

или в матричной форме:

$$\begin{Vmatrix} G_1+G_2+G_4 & -G_2 & -G_1 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_5 & -G_3 \\ -G_1 & -G_3 & G_1+G_3+G_6 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} E_1G_1+E_4G_4 \\ 0 \\ -E_1G_1+E_6G_6 \end{Vmatrix}$$

Матрица проводимостей симметрична относительно главной диагонали, на которой расположены суммарные проводимости ветвей, сходящихся в соответствующих узлах. Вне главной диагонали расположены элементы мат-

* Это условие не является обязательным, но существенно упрощает выбор знаков ЭДС в уравнениях

рицы, представляющие собой суммарные проводимости всех ветвей, соединяющих соответствующие узлы, взятые с отрицательным знаком. Элементами вектора-столбца правой части уравнений являются алгебраические суммы ЭДС источников ветвей, сходящихся в узле, умноженные на проводимости этих ветвей. ЭДС источников входят в сумму с плюсом, если они направлены к узлу и с минусом, если от узла. Пользуясь этими правилами можно составлять уравнения или проверять правильность уже составленных.

После определения потенциалов из уравнений (1.32) не составляет труда найти токи в ветвях по выражениям (1.31).

Частным случаем метода узловых потенциалов является *метод двух узлов*. Как следует из его названия, он используется для расчёта электрических цепей, имеющих два только узла. Тогда потенциал одного из них принимается равным нулю, а потенциал другого определяется как

$$\varphi = \frac{\sum_{k=1}^{n} \pm E_k G_k}{\sum_{k=1}^{n} G_k}. \qquad (1.33)$$

Знак ЭДС в числителе выбирается положительным, если она направлена к узлу, и отрицательным в противном случае.

Пример электрической цепи, для расчёта которой можно использовать метод двух узлов, приведён на рис. 1.17.

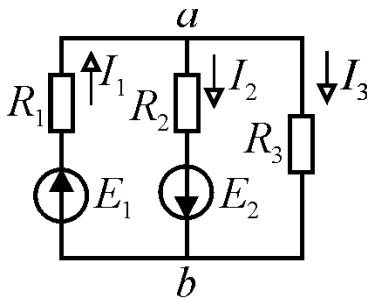


Рис. 1.17

Примем $\varphi_b = 0$. Тогда в соответствии с (1.33):

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_a = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}.$$

Отсюда токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_{ab} + E_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}.$$

1.7.5. Принцип и метод суперпозиции (наложения)

Для линейных электрических цепей справедлив принцип суперпозиции, заключающийся в том, что реакция электрической цепи на суммарное воздействие равно сумме реакций на элементарные воздействия. Под реакцией электрической цепи понимается режим работы, который устанавливается в результате действия ЭДС источников электрической энергии. Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви *линейной электрической цепи* можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности. Очевидно, что этот метод целесообразно применять в цепях с небольшим количеством источников.

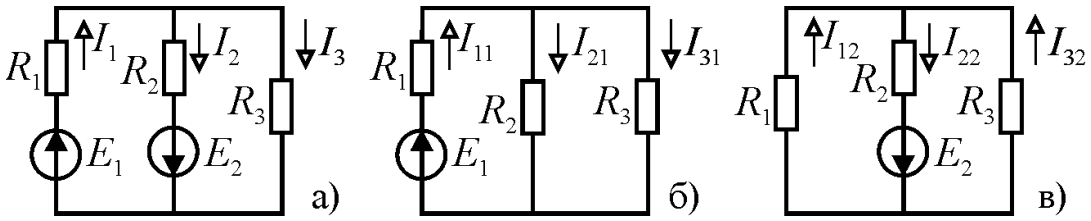


Рис. 1.18

Рассмотрим применение метода наложения на примере цепи рис. 1.18. В ней действуют два источника ЭДС. Отключим второй источник, заменив его внутренним сопротивлением ($r = 0$). Тогда схема цепи будет соответствовать рис. 1.18, *б*, и для неё токи можно легко рассчитать, пользуясь, например, эквивалентными преобразованиями и законом Ома:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}; \quad I_{21} = I_{11}\frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad I_{31} = I_{11} - I_{21}.$$

Ток I_{21} получен в результате следующих выкладок

$$U_{23} = I_{11}R_{23} = I_{11}\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \;\Rightarrow\; I_{21} = \frac{U_{23}}{R_2} = I_{11}\frac{R_3}{R_2 + R_3},$$

которые можно успешно использовать при анализе других цепей и сформулировать на их основе правило распределения тока по двум параллельным ветвям: *ток в каждой из ветвей пропорционален отношению сопротивления другой ветви к суммарному сопротивлению обеих ветвей*.

Отключим теперь первый источник и аналогичным методом определим токи в цепи рис. 1.18, *в*:

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I_{12} = I_{22}\frac{R_3}{R_1 + R_3}; \quad I_{32} = I_{22} - I_{12}.$$

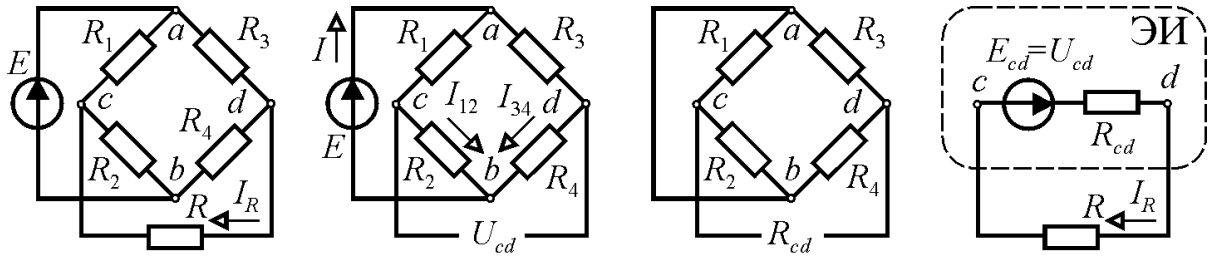
Складывая токи, создаваемые отдельными источниками с учётом их направлений, получим искомые токи:

$$I_1 = I_{11} + I_{12}; \quad I_2 = I_{21} + I_{22}; \quad I_3 = I_{31} - I_{32}.$$

1.7.6. Метод эквивалентного источника (генератора)

Метод эквивалентного источника является прямым следствием теоремы Тевенена гласящей, что ток в любой ветви сколь угодно сложной цепи можно найти, разделив напряжение, которое будет в точках подключения ветви в разомкнутом состоянии, на сумму сопротивления ветви и эквивалентного сопротивления всей цепи относительно точек подключения. Из этой теоремы следует, что по отношению к выделенной ветви всю остальную цепь можно рассматривать как источник электрической энергии с ЭДС, равной напряжению в точках подключения ветви, и внутренним сопротивлением, равным эквивалентному сопротивлению цепи относительно точек подключения.

Рассмотрим в качестве примера задачу определения тока в резисторе R, включённом в диагональ неуравновешенного моста (рис. 1.19, а).



а) б) в) г)

Рис. 1.19

Отключим резистор и определим напряжение U_{cd} в точках его подключения (рис. 1.19, *б*). Для этого составим уравнение Кирхгофа для контура *cdbc*

$$U_{cd} + R_4 I_{34} - R_2 I_{12} = 0 \;\Rightarrow\; U_{cd} = R_2 I_{12} - R_4 I_{34}$$

Ветви *acb* и *adb* соединены параллельно, поэтому токи в них независимы и равны:

$$I_{12} = \frac{E}{R_1 + R_2}; \quad I_{34} = \frac{E}{R_3 + R_4}.$$

Отсюда

$$U_{cd} = E\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right).$$

Далее нужно исключить источник, заменив его внутренним сопротивлением ($r = 0$), и найти общее сопротивление цепи относительно точек *cd* (R_{cd} на рис. 1.19, *в*. После замены источника нулевым сопротивлением резисторы R_1, R_2 и R_3, R_4 образуют два параллельных соединения, включенных последовательно между точками *cd*. Поэтому

$$R_{cd} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}.$$

Теперь внешнюю по отношению к резистору R цепь можно заменить эквивалентным источником (ЭИ на рис. 1.19, *г*) и найти искомый ток по закону Ома:

$$I_R = \frac{U_{cd}}{R_{cd} + R}.$$

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте правило выбора знака мощности источника в балансе мощностей электрической цепи.
2. Сформулируйте основной принцип, на котором основан метод контурных токов.

3. Сформулируйте основной принцип, на котором основан метод узловых потенциалов.
4. Сформулируйте правило выбора знаков ЭДС источников в методе двух узлов.
5. Сформулируйте основной принцип, на котором основан метод наложения.
6. Сформулируйте основной принцип, на котором основан метод эквивалентного источника.

2. Электрические цепи синусоидального переменного тока.

Понятие *синусоидальный ток* относится ко всем периодическим токам, изменяющимся во времени по синусоидальному закону. Этот вид тока имеет по сравнению с постоянным целый ряд преимуществ, обусловивших его широкое распространение в технике. Производство, передача и преобразование электрической энергии наиболее удобно и экономично на переменном токе. Синусоидальные токи широко используются в радиоэлектронике, электротехнологии. Всё бытовое электроснабжение также производится на переменном токе. В связи с этим, изучение явлений, закономерностей и свойств электрических цепей синусоидального переменного тока имеет особое значение, как для последующих разделов курса, так и для применения полученных знаний на практике.

2.1. Основные понятия теории и законы электрических цепей синусоидального тока

2.1.1. Синусоидальные ЭДС, токи и напряжения.

Синусоидальные или гармонические величины математически описываются функциями вида:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e);\quad i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i);\quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)\,. \quad (2.1)$$

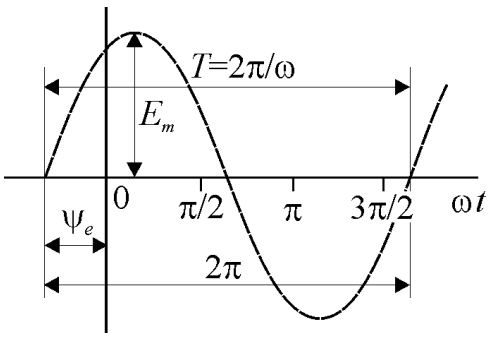


Рис. 2.1

где $\omega = 2\pi / T$ – угловая частота функции с периодом T. В правой части выражений (2.1) только одна величина является переменной – время t. Все остальные величины – константы. Значение функции в данный момент времени называется *мгновенным значением* и по соглашению обозначается строчной буквой. Кроме времени t, оно однозначно определяется тремя параметрами: амплитудой, угловой частотой или периодом и начальной фазой. Максимальное значение функции называется *амплитудой* или *амплитудным значением* и обозначается прописной буквой с индексом m (E_m, I_m, U_m). Аргумент синуса называется *фазой*, т.е. состоянием функции, а его значение в момент начала отсчёта времени (при $t = 0$) – *начальной фазой* (ψ_e, ψ_i, ψ_u). Величину $f = 1/T$, обратную периоду, называют частотой. Она связана с уг-

ловой частотой отношением: $\omega = 2\pi f$. Промышленная сеть в России имеет частоту 50 Гц.

Амплитуды функций (2.1) измеряются в единицах, соответствующих величин, т.е. в вольтах и амперах. Период измеряется единицами измерения времени, а частота в герцах (1 Гц=1/с).

Мгновенные значения величин и их параметры по отдельности не дают представления об энергетических параметрах цепи, т.е. не позволяют судить о работе, совершаемой источниками электрической энергии или о мощности, рассеиваемой или преобразуемой в её элементах. Для этого требуются величины, включающие в оценку фактор времени. В цепях постоянного тока введение таких величин не требовалось, т.к. ЭДС, напряжения и токи были временными константами. На переменном токе вводится понятие действующего значения, как эквивалента теплового действия тока. По закону Джоуля-Ленца на участке электрической цепи с сопротивлением *r*, по которому протекает ток *i*, в течение элементарного промежутка времени *dt* выделится $i^2 r\,dt$ джоулей тепла, а за период T – $\int_0^T i^2 r\,dt$ джоулей. Обозначим через *I* постоянный ток, при котором за тот же промежуток времени *T* в сопротивлении *r* выделится столько же тепла. Тогда:

$$I^2 rT = \int_0^T i^2 r\,dt \;\Rightarrow\; I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt}\,.$$

Величина *I* называется *действующим*, *эффективным* или *среднеквадратичным* значением переменного тока *i*. Подставляя выражение для синусоидального тока (2.1) и интегрируя, получим:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707\,I_m\,.$$

По аналогии определяются действующие значения напряжения и ЭДС: $U = U_m/\sqrt{2} \approx 0,707 U_m;\; E = E_m/\sqrt{2} \approx 0,707\,E_m$. Понятие действующего значения очень широко используется в цепях переменного тока. Большинство измерительных приборов градуируются в действующих значениях. Технические данные электротехнических устройств указываются в действующих значениях. В записи для действующих значений по соглашению используют прописные буквы без индекса, подчёркивая тем самым сходство этих понятий с аналогами на постоянном токе.

Другой интегральной величиной, используемой в цепях переменного тока, является среднее значение $\frac{1}{T}\int_0^T i\,dt$, т.е. площадь, ограниченная линией функции и осью времени на протяжении периода. Но для синусоидальных

функций эта величина тождественно равна нулю, т.к. площади положительной и отрицательной полуволн равны по величине и противоположны по знаку. Поэтому условились под средним значением понимать среднее значение функции за положительный полупериод, т.е.:

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i\,dt = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0{,}637\, I_m,$$

и аналогично для напряжения и ЭДС –

$$U_{\text{ср}} = 2U_m/\pi \approx 0{,}637 U_m; \quad E_{\text{ср}} = 2E_m/\pi \approx 0{,}637\, E_m.$$

Вопросы для самопроверки

1. Какими параметрами определяются синусоидальные функции времени?
2. Какое явление положено в основу понятия действующего значения переменного тока?
3. Поясните названия: действующее, эффективное, среднеквадратичное значение.
4. Как связаны между собой амплитудное и действующее значение синусоидальной величины?
5. Как определяется среднее значение синусоидальной величины?

2.1.2. Получение синусоидальной ЭДС.

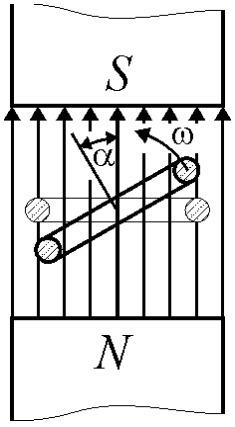


Рис. 2.2.

Основными источниками энергии на переменном токе являются электромеханические генераторы, преобразующие энергию вращательного движения в электрическую. Простейшей реализацией такого источника является проводник в форме прямоугольной рамки, равномерно вращающийся с угловой скоростью ω в постоянном однородном магнитном поле (рис. 2.2). При вращении рамки изменяется величина магнитного потока, проходящего через её плоскость. В положении, когда плоскость рамки перпендикулярна к магнитным линиям поля поток Ф максимален – $\Phi = \Phi_m$. По мере поворота рамки из этого положения он уменьшается и становится нулевым, когда плоскость рамки располагается вдоль линий поля. Затем направление потока меняет свой знак, и он начинает увеличиваться. Таким образом, магнитный поток, пронизывающий рамку, изменяется в зависимости от угла её поворота по закону:

$$\Phi = \Phi_m \cos\alpha,$$

где α – угол между направлением линий магнитного поля и нормалью к плоскости рамки. Если рамка вращается равномерно с угловой скоростью ω и в момент времени, принятый за начало отсчёта, она находилась в угловом

положении ψ_e, то $\alpha = \omega t + \psi_e$ и магнитный поток изменяется во времени в соответствии с выражением:

$$\Phi = \Phi_m \cos(\omega t + \psi_e).$$

По закону электромагнитной индукции, в рамке наводится ЭДС, равная скорости изменения магнитного потока, т.е.:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi_m \cos(\omega t + \psi_e)}{dt} = \omega \Phi_m \sin(\omega t + \psi_e) = E_m \sin(\omega t + \psi_e).$$

Отсюда следует, что угловая частота ЭДС равна угловой скорости вращения рамки, а начальная фаза – начальному угловому положению. Амплитуда ЭДС пропорциональна максимальному значению магнитного потока и скорости вращения рамки. Амплитудное значение ЭДС по времени соответствует положению рамки, когда пронизывающий её поток нулевой, а скорость пересечения магнитных линий максимальна.

По принципу действия промышленные генераторы переменного тока ничем не отличаются от рассмотренного элементарного устройства, кроме того, что рамка, в которой индуцируется ЭДС, в них неподвижна, а магнитное поле вращается вокруг неё.

2.1.3. Изображение синусоидальных функций векторами.

Аналитическое представление синусоидальных функций неудобно при расчётах, т.к. приводит к громоздким тригонометрическим выражениям, из которых часто бывает невозможно определить интересующий нас параметр в общем виде. Поэтому при анализе цепей переменного тока эти функции представляют в виде векторов, что позволяет перейти от тригонометрических к алгебраическим выражениям и, кроме того, получить наглядное представление о количественных и фазовых соотношениях величин.

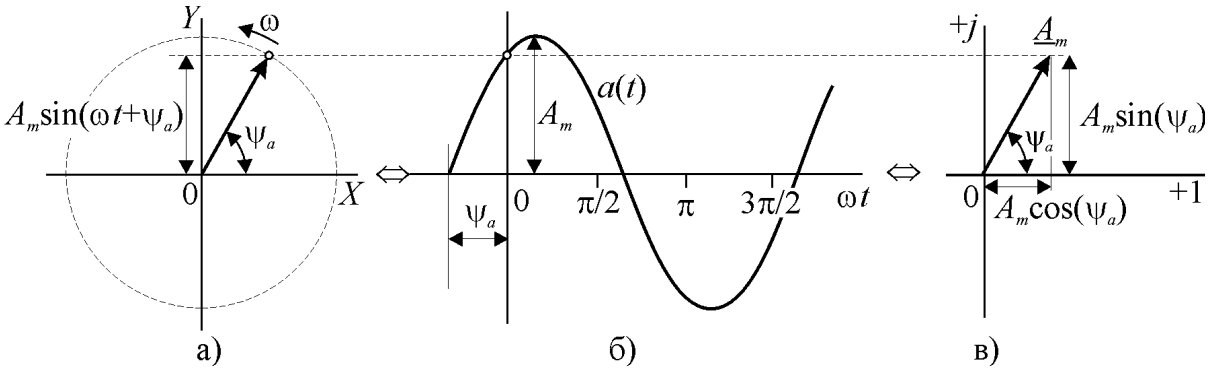


Рис. 2.3.

Произвольная синусоидальная функция времени $a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$ (рис. 2.3, *б*) соответствует проекции на ось $0Y$ вектора с модулем равным A_m, вращающегося на плоскости $X0Y$ с постоянной угловой скоростью ω из начального положения, составляющего угол ψ_a с осью $0X$ (рис. 2.3, *а*). Если

таким же образом на плоскости изобразить несколько векторов, соответствующих разным синусоидальным функциям, имеющим одинаковую частоту, то они будут вращаться совместно, не меняя взаимного положения, которое определяется только начальной фазой этих функций. Поэтому при анализе цепей, в которых все функции имеют одинаковую частоту, её можно исключить из параметров, ограничившись только амплитудой и начальной фазой. В этом случае векторы, изображающие синусоидальные функции будут неподвижными (рис. 2.3, *в*).

В то же время, любой вектор на плоскости можно представить совокупностью двух координат: либо двумя проекциями на оси декартовой системы координат, либо в полярной системе координат в виде модуля (длины) и угла с осью принятой за начало отсчёта (аргумента). Обе координаты в обоих случаях можно объединить в форме комплексного числа или, иначе говоря, построить вектор, изображающий синусоидальную функцию на плоскости комплексных чисел. Любая точка на комплексной плоскости или вектор, проведённый из начала координат в эту точку, соответствуют комплексному числу $\underline{A}_m = p + jq$ [*], где p – координата вектора по оси вещественных чисел, а q – по оси мнимых чисел. Такая форма записи комплексного числа называется *алгебраической формой*. Представив вещественную и мнимую часть вектора через его длину и угол с осью вещественных чисел, мы получим новую запись: $\underline{A}_m = A_m \cos\psi_a + jA_m \sin\psi_a$, которая называется *тригонометрической формой* комплексного числа. Пользуясь формулой Эйлера $e^{j\psi_a} = \cos\psi_a + j\sin\psi_a$, можно перейти от тригонометрической к *показательной форме*: $\underline{A}_m = A_m(\cos\psi_a + j\sin\psi_a) = A_m e^{j\psi_a}$. Здесь амплитуда синусоидальной функции является модулем комплексного числа, а начальная фаза аргументом.

Алгебраическая и показательная формы записи комплексных чисел используются в расчётах. Первая для выполнения операций суммирования, а вторая – для умножения, деления и возведения в степень. Тригонометрическая форма является просто развёрнутой записью перехода от показательной формы к алгебраической. Переход от алгебраической формы к показательной осуществляется с помощью очевидных геометрических соотношений: $A_m = \sqrt{p^2 + q^2}$; $\psi_a = \mathrm{arctg}(q/p)$.

Множитель вида $e^{j\phi} = \cos\phi + j\sin\phi$ играет исключительно важную роль в анализе цепей переменного тока. Он называется *оператором поворота* и представляет собой единичный вектор, развёрнутый относительно вещественной оси на угол ϕ. Название оператора связано с тем, что умножение на него любого вектора приводит к развороту последнего на угол ϕ. Веществен-

[*] В электротехнике мнимая единица $\sqrt{-1}$ обозначается буквой j, т.к. буквой i принято обозначать мгновенное значение тока.

ные и мнимые числа $1, j, -1, -j$ можно рассматривать как операторы поворота $1 = e^{j0};\ \ j = e^{j\pi/2};\ -1 = e^{j\pi};\ -j = e^{-j\pi/2}$, что облегчает восприятие преобразований векторов, связанных с операциями умножения на эти числа.

Комплексное число $\underline{A}_m$, модуль которого равен амплитуде синусоидальной функции, называется *комплексной амплитудой*. Но амплитуда и действующее значение синусоидальной функции связаны между собой константой $1/\sqrt{2} \approx 0,707$, поэтому расчёт можно вести сразу для действующих значений, если использовать комплексные числа с соответствующим модулем $\underline{A} = \underline{A}_m / \sqrt{2}$. Число $\underline{A}$ называется *комплексным действующим значением* или просто *комплексным значением*. Применительно к ЭДС, напряжению и току такие комплексные величины ($\underline{E}$, $\underline{U}$, $\underline{I}$) называют просто комплексной ЭДС, комплексным напряжением и комплексным током.

Применение законов Ома и Кирхгофа предполагает использование понятия направление: направление протекания тока, направление действия ЭДС, направление по отношению к узлу и др. Но в цепях переменного тока все величины (ЭДС, напряжения и токи) дважды за период меняют свои направления. Поэтому для них используют понятие *положительное направление*, т.е. направление соответствующее положительным мгновенным значениям определяемой величины. При изменении выбора направления начальная фаза синусоидальной величины изменяется на π. Следовательно, комплексные значения величин могут быть определены только с учётом выбора положительного направления. Для пассивного элемента положительное направление можно выбрать произвольно только для одной из величин – тока или напряжения. Направление второй величины должно совпадать с направлением первой, иначе будут нарушены фазовые соотношения между ними, вытекающие из физических процессов преобразования энергии. Положительное направление действия ЭДС считается заданным. Оно указывается стрелкой в условном обозначении и относительно этого направления определяется её начальная фаза.

Для анализа количественных и фазовых соотношений величин на переменном токе на комплексной плоскости строят векторы, соответствующие режиму работы электрической цепи. Такая совокупность векторов называется *векторной диаграммой*.

Вопросы для самопроверки

1. Почему ЭДС рамки, вращающейся в однородном магнитном поле, изменяется по синусоидальному закону?
2. Чем определяется амплитуда ЭДС, наводимой в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле?
3. Какие параметры синусоидальной функции времени отражаются изображающим её вектором?

4. Какие формы представления комплексных чисел используют для изображения синусоидальных функций?
5. Для каких математических операций используют алгебраическую и показательную форму комплексных чисел?
6. Что такое оператор поворота?
7. Что такое комплексная амплитуда (комплексное значение)?
8. Что такое векторная диаграмма?

2.1.4. Основные элементы и параметры электрической цепи.

В разделах 1.3 и 1.4 были рассмотрены основные элементы электрических цепей и их параметры. Приведённые там соотношения справедливы и на переменном токе, если в них в качестве ЭДС, напряжений и токов подставить соответствующие синусоидальные функции времени.

Резистивный элемент. При протекании синусоидального тока $i_R = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ по резистивному элементу на нём по закону Ома возникает падение напряжения:

$$u_R = Ri = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \qquad (2.2)$$

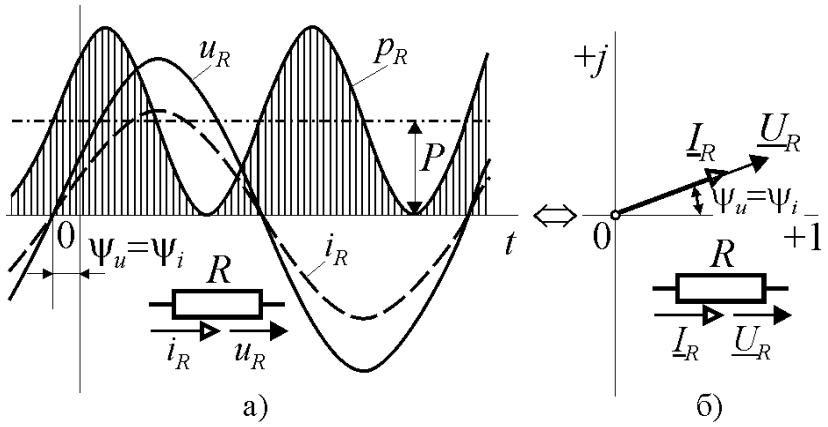


Рис. 2.4.

Отсюда следует, что напряжение на резистивном элементе изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $U_m = RI_m$ и начальной фазой равной начальной фазе тока $\psi_u = \psi_i$. Разделив обе части выражения для амплитуды на $\sqrt{2}$, получим соотношение для действующих значений тока и напряжения:

$$U = RI\,.$$

Представим ток и напряжение комплексными значениями:

$$\underline{I}_R = Ie^{j\psi_i};\ \ \underline{U}_R = Ue^{j\psi_u}\,.$$

Умножив комплексный ток $\underline{I}_R$ на R, получим закон Ома для резистивного элемента в комплексной форме:

$$R\underline{I}_R = RIe^{j\psi_i} = Ue^{j\psi_i} = \underline{U}_R \qquad (2.3\ \text{а})$$

Отсюда ток в резистивном элементе в комплексной форме равен:

$$\underline{I}_R = \underline{U}_R / R \qquad (2.3\ \text{б})$$

График мгновенных значений тока и напряжения, а также векторная диаграмма для резистивного элемента показаны на рис. 2.4, *а* и *б*.

Мгновенная мощность, рассеиваемая на резистивном элементе равна:

$$p_R = u_R i_R = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_i) = UI(1 - \cos 2\omega t),$$

т.е. она изменяется во времени с двойной частотой и колеблется в пределах от нуля до $2UI$. В любой момент времени значения тока и напряжения имеют одинаковый знак, поэтому $p \geq 0$. Кривая изменения мощности показана на рис. 2.4, *а*. Среднее за период значение мощности называется активной мощностью

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p_R \, dt = UI = RI^2. \qquad (2.4)$$

Заштрихованная площадь на рис. 2.4, *а* соответствует *электрической энергии, необратимо преобразуемой резистивным элементом в неэлектрические виды энергии*.

Индуктивный элемент. Пусть через индуктивный элемент протекает ток $i_L = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Тогда его потокосцепление равно:

$$\Psi = Li_L = LI_m \sin(\omega t + \psi_i) = \Psi_m \sin(\omega t + \psi_i), \qquad (2.5)$$

а ЭДС самоиндукции –

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -LI_m \frac{d\sin(\omega t + \psi_i)}{dt} = -\omega LI_m \cos(\omega t + \psi_i). \qquad (2.6)$$

Отсюда напряжение на индуктивном элементе:

$$\begin{aligned} u_L = -e_L = \omega LI_m \cos(\omega t + \psi_i) = \\ = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \end{aligned}. \qquad (2.7)$$

Следовательно, амплитуда и начальная фаза напряжения равны:

$$U_m = \omega LI_m; \;\; \psi_u = \psi_i + \pi/2.$$

Разделив выражение для амплитуды на $\sqrt{2}$, получим соотношение действующих значений напряжения и тока для индуктивного элемента:

$$U = \omega LI = X_L I, \qquad (2.8)$$

где $X_L = \omega L$ – величина, имеющая размерность сопротивления и называемая *индуктивным сопротивлением*. Обратная величина $B_L = 1/X_L = 1/\omega L$ называется *индуктивной проводимостью*. Величина индуктивного сопротивления пропорциональна частоте тока протекающего через индуктивный элемент и физически обусловлена ЭДС самоиндукции, возникающей при его изме-

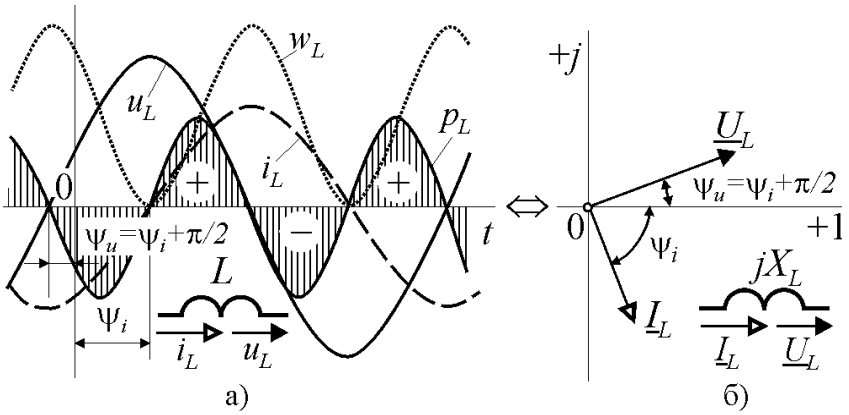


Рис. 2.5.

нении. При увеличении частоты её значение стремится к бесконечности, а на постоянном токе ($\omega = 0$) индуктивное сопротивление равно нулю. Индуктивное сопротивление и индуктивная проводимость являются параметрами индуктивного элемента.

Начальная фаза напряжения отличается от фазы тока на $+\pi/2$, т.е. *ток в индуктивном элементе отстаёт по фазе от напряжения на 90°.*

Представим ток и напряжение комплексными значениями:

$$\underline{I}_L = Ie^{j\psi_i};\ \ \underline{U}_L = Ue^{j\psi_u}$$

Отсюда, пользуясь выражениями (2.7-2.8), получим закон Ома в комплексной форме для индуктивного элемента:

$$\underline{U}_L = \omega LIe^{j(\psi_i+\pi/2)} = \omega LIe^{j\psi_i}e^{j\pi/2} = j\omega L\underline{I}_L = jX_L\underline{I}_L \qquad (2.9\ \text{а})$$

Ток в индуктивном элементе в комплексной форме равен:

$$\underline{I}_L = \underline{U}_L/(jX_L) = -jB_L\underline{U}_L \qquad (2.9\ \text{б})$$

Величины jX_L и $-jB_L$, входящие в выражение (2.9), называются *комплексным индуктивным сопротивлением* и *комплексной индуктивной проводимостью*.

Пользуясь выражениями (2.5)-(2.6) комплексное напряжение на индуктивном элементе можно выразить также через комплексное потокосцепление

$$\underline{U}_L = -\underline{E}_L = \omega\Psi e^{j(\psi_i+\pi/2)} = \omega\Psi e^{j\psi_i}e^{j\pi/2} = j\omega\underline{\Psi}.$$

График мгновенных значений тока и напряжения, а также векторная диаграмма для индуктивного элемента показаны на рис. 2.5, *а* и *б*.

Определим мгновенную мощность, поступающую в индуктивный элемент из внешней цепи:

$$p_L = u_L i_L = U_m\sin(\omega t+\psi_i+\pi/2)\cdot I_m\sin(\omega t+\psi_i) =$$
$$= \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos\left(2\omega t+\pi/2\right)\right] = UI\sin 2\omega t$$

т.е. мгновенная мощность изменяется синусоидально с двойной частотой, поэтому её среднее значение за период равно нулю.

Энергия магнитного поля, соответствующая индуктивному элементу, равна:

$$w_L = \frac{Li_L^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}\sin^2(\omega t+\psi_i) = \frac{LI^2}{2}\left(1-\cos 2\omega t\right)$$

Она изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой от нуля до LI^2 (рис. 2.5, *а*). В течение четверти периода, когда значения тока и напряжения имеют одинаковые знаки, мощность, соответствующая индуктивному элементу, положительна и энергия накапливается в магнитном поле (положительная заштрихованная площадь на рис. 2.5, *а*). В следующую четверть периода значения тока и напряжения имеют разные знаки и мощность отрицательна. Это означает, что энергия, накопленная в магнитном поле, возвращается во внешнюю цепь. Причём во внешнюю цепь возвращается в точно-

сти то количество энергии, которое было накоплено, и баланс энергии за половину периода нулевой. Таким образом, *в индуктивном элементе происходят непрерывные периодические колебания энергии, соответствующие её обмену между магнитным полем и внешней цепью без каких-либо потерь*.

Ёмкостный элемент. Если напряжение на выводах ёмкостного элемента изменяется синусоидально $u_C = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, то в соответствии с (1.9) ток в нём:

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = CU_m \frac{d\sin(\omega t + \psi_u)}{dt} = \omega CU_m \cos(\omega t + \psi_u) = \\ = \omega CU_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \qquad (2.10)$$

т.е. ток в ёмкостном элементе изменяется по синусоидальному закону с амплитудой и начальной фазой:

$$I_m = \omega CU_m;\ \ \psi_i = \psi_u + \pi/2\,. \qquad (2.11)$$

Разделив выражение для амплитуды на $\sqrt{2}$, получим соотношение действующих значений напряжения и тока для ёмкостного элемента:

$$I = \omega CU = B_C U\,, \qquad (2.12)$$

Величина $B_C = \omega C$, имеющая размерность проводимости, называется *ёмкостной проводимостью*. Обратная величина $X_C = 1/B_C = 1/\omega C$ называется *ёмкостным сопротивлением*. Физически наличие ёмкостного сопротивления означает ограничение величины тока заряда-разряда ёмкостного элемента. Ёмкостное сопротивление, также как индуктивное, зависит от частоты приложенного напряжения, но, в отличие от индуктивного, его значение равно бесконечности на постоянном токе и нулю при бесконечном значении частоты. Ёмкостное сопротивление и ёмкостная проводимость являются параметрами ёмкостного элемента.

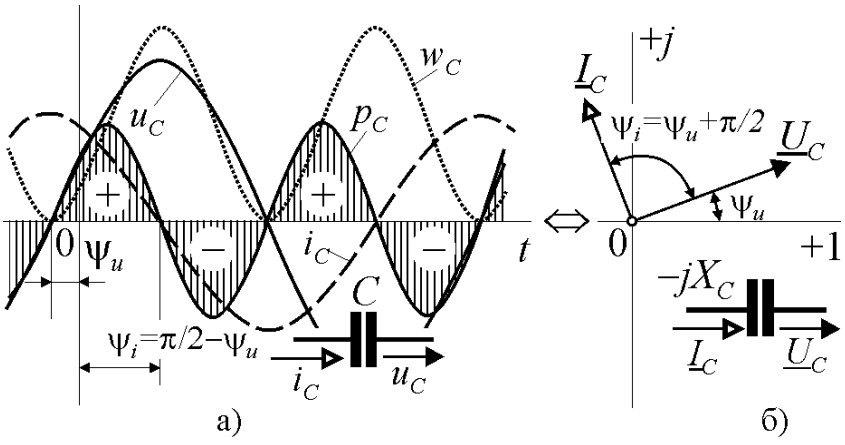


Рис. 2.6.

Начальная фаза тока отличается от фазы напряжения на $+\pi/2$, т.е. *ток в ёмкостном элементе опережает по фазе напряжение на 90°.*

Представим ток и напряжение комплексными значениями:

$$\underline{I}_C = Ie^{j\psi_i};\ \ \underline{U}_C = Ue^{j\psi_u}\,.$$

Отсюда, пользуясь выражениями (2.10)-(2.12), получим закон Ома в комплексной форме для ёмкостного элемента:

$$\underline{I}_C = \omega C U e^{j(\psi_u + \pi/2)} = \omega C U e^{j\psi_u} e^{j\pi/2} = j\omega C \underline{U}_C = jB_C \underline{U}_C . \qquad (2.13\ \text{а})$$

Падение напряжения на ёмкостном элементе:

$$\underline{U}_C = -jX_C \underline{I}_C = \underline{I}_C / (jB_C) \qquad (2.13\ \text{б})$$

Величины $-jX_C$ и jB_C, входящие в выражение (2.13), называются *комплексным ёмкостным сопротивлением* и *комплексной ёмкостной проводимостью*.

График мгновенных значений тока и напряжения, а также векторная диаграмма для ёмкостного элемента показаны на рис. 2.6, *а* и *б*.

Определим мгновенную мощность, поступающую в ёмкостный элемент из внешней цепи:

$$p_C = u_C i_C = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos\left(2\omega t + \pi/2\right)\right] = UI \sin 2\omega t$$

т.е. мгновенная мощность изменяется синусоидально с двойной частотой, поэтому её среднее значение за период равно нулю.

Энергия электрического поля, соответствующая ёмкостному элементу, равна:

$$w_C = \frac{C u_C^2}{2} = \frac{C U_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi_u) = \frac{CU^2}{2}\left(1 - \cos 2\omega t\right)$$

Она изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой от нуля до CU^2 (рис. 2.6, *а*). В течение четверти периода, когда значения тока и напряжения имеют одинаковые знаки, мощность, поступающая в ёмкостный элемент, положительна и энергия накапливается в электрическом поле (положительная заштрихованная площадь на рис. 2.6, *а*). В следующую четверть периода значения тока и напряжения имеют разные знаки и мощность отрицательна. Это означает, что энергия, накопленная в электрическом поле, возвращается во внешнюю цепь. Причём во внешнюю цепь возвращается в точности такое количество энергии, какое было накоплено, и баланс энергии за половину периода нулевой. Таким образом, *в ёмкостном элементе происходят непрерывные периодические колебания энергии, соответствующие её обмену электрическим полем и внешней цепью без каких-либо потерь*.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое идеальные элементы электрической цепи?
2. Как соотносятся по фазе ток и напряжение резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
3. Как изменяется во времени энергия, соответствующая резистивному (индуктивному, ёмкостному) элементу?
4. Что такое активная мощность и чему равно её значение для резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?

5. Какие энергетические процессы связаны с протеканием переменного тока через резистивный (индуктивный, ёмкостный) элемент?
6. Чему равно индуктивное (ёмкостное) сопротивление при постоянном токе (при очень высокой частоте)?
7. Какой знак имеет комплексное индуктивное (ёмкостное) сопротивление (проводимость)?
8. Чему равно среднее значение мощности индуктивного (ёмкостного) элемента и почему?
9. В чём принципиальное отличие резистивного элемента от индуктивного и ёмкостного?
10. Во что преобразуется электрическая энергия соответствующая резистивному элементу электрической цепи?

2.1.5. Закон Ома. Пассивный двухполюсник.

Закон Ома устанавливает соотношение между током, протекающим по участку электрической цепи и падением напряжения на нём. Рассмотрим некоторый произвольный участок, подключённый к остальной цепи в двух точках и не содержащий источников электрической энергии. Такой участок цепи называется *пассивным двухполюсником*. Напряжение и ток в точках подключения двухполюсника называются *входным напряжением и входным током*. Если эти величины представить в комплексной форме $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$, $\underline{I} = Ie^{j\psi_i}$, то их отношение

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Ze^{j\varphi} = \underline{Z} \qquad (2.14)$$

будет комплексным числом, имеющим размерность сопротивления и называемым *комплексным сопротивлением*.

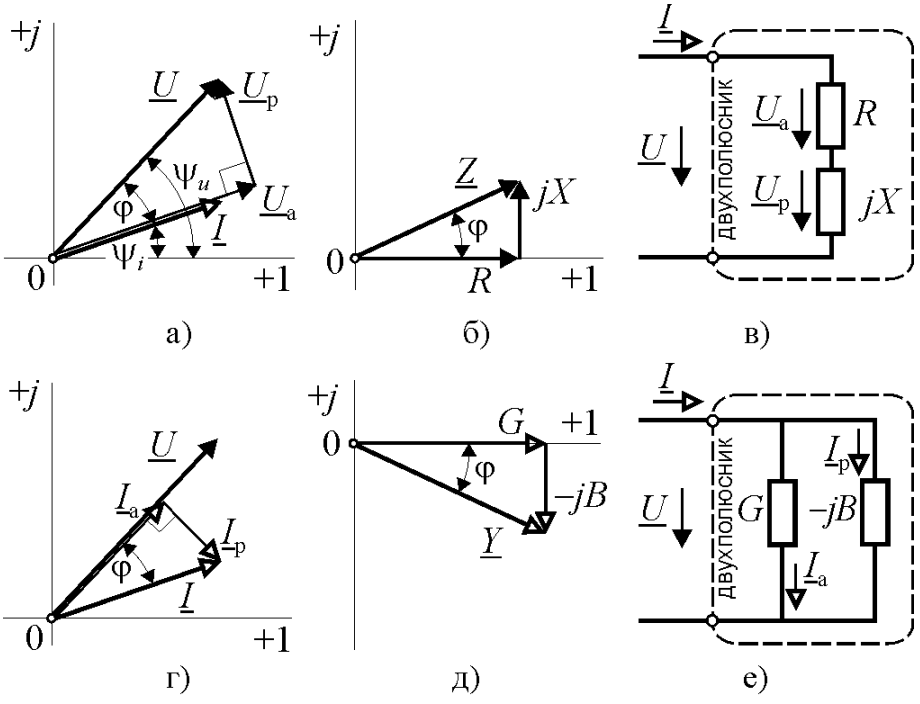


Рис. 2.7.

Модуль комплексного сопротивления $Z = U / I$ определяет соотношение между действующими (амплитудными) значениями напряжения и тока

и называется *полным сопротивлением*.

Аргумент комплексного сопротивления $\varphi = \psi_u - \psi_i$ определяет фазовое соотношением между напряжением и током, т.е. сдвиг фаз между ними. Причём, для обеспечения правильного соотношения между начальными фазами *угол* φ *должен отсчитываться от вектора тока* (рис. 2.7, *а*). Тогда при опережающем напряжении сдвиг фаз будет $\varphi > 0$, а при опережающем токе – $\varphi < 0$

Комплексное сопротивление можно представить также в алгебраической форме:

$$\underline{Z} = R + jX .$$

Вещественная часть комплексного сопротивления называется *активным сопротивлением*, а мнимая – *реактивным сопротивлением*. Активное сопротивление всегда положительно, а реактивное может иметь любой знак. Если составляющие комплексного сопротивления изобразить векторами на плоскости, то активное, реактивное и полное сопротивления образуют прямоугольный треугольник, называемый *треугольником сопротивлений* (рис. 2.7, *б*). Для компонентов этого треугольника справедливы соотношения:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{X}{R}.$$

Таким образом, *сдвиг фаз между током и напряжением на участке цепи определяется соотношением реактивного и активного сопротивлений*. При отсутствии активной составляющей фазовый сдвиг, как следует из закона Ома для рассмотренных выше идеальных элементов цепи, составляет +90° при индуктивном характере реактивного сопротивления и –90° при ёмкостном характере. Наличие активной составляющей определяет для фазового смещения секторы: $0 < \varphi < 90°$ при активно-индуктивном характере комплексного сопротивления и $0 > \varphi > 90°$ при активно-ёмкостном характере. При отсутствии реактивной составляющей комплексного сопротивления сдвиг фаз между током и напряжением отсутствует, т.е. $\varphi = 0$.

Если в выражении (2.14) представить комплексное сопротивление в алгебраической форме:

$$\underline{U} = \underline{I}\,\underline{Z} = \underline{I}(R + jX) = \underline{I}R + j\underline{I}X = \underline{U}_{\text{а}} + \underline{U}_{\text{р}} \qquad (2.15)$$

то комплексное напряжение на входе двухполюсника можно разделить на две составляющие. Одна из них $\underline{U}_{\text{а}} = \underline{I}R$ совпадает по направлению с вектором тока и называется *комплексным активным напряжением*. Вторая $\underline{U}_{\text{р}} = j\underline{I}X$ – перпендикулярна току и называется *комплексным реактивным напряжением* (рис. 2.7, *а*). Соотношение тока и напряжения в выражении (2.15) соответствует схеме, приведённой на рис. 2.7, *в*. На ней составляющие комплексного сопротивления представлены в виде последовательного соединения, называемого *последовательной схемой замещения*. Активное напряжение в этой

схеме соответствует напряжению на активном сопротивлении, а реактивное – на реактивном сопротивлении.

Для составляющих комплексного напряжения очевидны соотношения:

$$U_{\text{a}} = U\cos\varphi; \qquad U_{\text{p}} = U\sin\varphi;$$
$$U = \sqrt{{U_{\text{a}}}^2 + {U_{\text{p}}}^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{U_{\text{p}}}{U_{\text{a}}} \tag{2.16}$$

причём активное напряжение может быть только положительным, а знак реактивного напряжения определяется знаком фазового сдвига φ.

Вектор напряжения вместе с активной и реактивной составляющими образуют прямоугольный треугольник, называемый *треугольником напряжений*.

Так же как в цепи постоянного тока, соотношение между током и напряжением на входе двухполюсника можно определить с помощью понятия проводимости:

$$\frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{Ie^{j\psi_i}}{Ue^{j\psi_u}} = \frac{I}{U}e^{j(\psi_i-\psi_u)} = Ye^{-j\varphi} = \underline{Y} \tag{2.17}$$

где $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$ – комплексная проводимость; $Y = 1/Z = I/U$ – модуль комплексной проводимости, называемый *полной проводимостью*; $\varphi = \psi_u - \psi_i$ – аргумент комплексной проводимости.

Если в выражении (2.17) представить комплексное сопротивление в алгебраической форме:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R+jX} = \frac{R}{R^2+X^2} - j\frac{X}{R^2+X^2} = G - jB, \tag{2.18}$$

то мы получим выражения для вещественной и мнимой части комплексной проводимости. Вещественная часть комплексной проводимости $G = \dfrac{R}{R^2+X^2} = \dfrac{R}{Z^2}$ называется *активной проводимостью*, а мнимая $B = \dfrac{X}{R^2+X^2} = \dfrac{X}{Z^2}$ – *реактивной*. Следует заметить, что активная и реактивная проводимости, в отличие от комплексной и полной проводимости, *не являются обратными величинами активного и реактивного сопротивлений*. Каждая из составляющих комплексной проводимости зависит от обеих составляющих комплексного сопротивления.

Комплексная проводимость и её составляющие образуют на комплексной плоскости прямоугольный треугольник, называемый *треугольником проводимостей* (рис. 2.7, *д*). Для компонентов этого треугольника справедливы соотношения:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}; \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{B}{G}.$$

Из выражения (2.18) можно определить составляющие комплексного сопротивления через составляющие комплексной проводимости:

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}; \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2}.$$

Пользуясь понятием комплексной проводимости, можно разделить комплексный ток на входе двухполюсника на две составляющие, аналогично выполненному ранее разделению комплексного напряжения:

$$\underline{I} = \underline{U}\,\underline{Y} = \underline{U}\left(G - jB\right) = \underline{I}_{\text{a}} + \underline{I}_{\text{p}} \qquad (2.19)$$

где $\underline{I}_{\text{a}} = \underline{U}G$ – вектор *комплексного активного тока*, совпадающий по направлению с вектором напряжения; $\underline{I}_{\text{p}} = -j\underline{U}B$ – вектор *комплексного реактивного тока*, перпендикулярный вектору напряжения (рис. 2.7, *г*). Соотношение тока и напряжения в выражении (2.19) соответствует схеме, приведённой на рис. 2.7, *е*. На ней составляющие комплексной проводимости представлены в виде параллельного соединения, называемого *параллельной схемой замещения*. Активный ток в этой схеме соответствует току, протекающему через элемент с активной проводимостью, а реактивный – с реактивной проводимостью.

Для составляющих комплексного тока очевидны соотношения:

$$I_{\text{a}} = I\cos\varphi; \qquad I_{\text{p}} = I\sin\varphi;$$
$$I = \sqrt{{I_{\text{a}}}^2 + {I_{\text{p}}}^2}; \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{I_{\text{p}}}{I_{\text{a}}} \qquad (2.20)$$

причём активный ток может быть только положительным, а знак реактивного тока определяется знаком фазового сдвига φ.

Вектор тока вместе с активной и реактивной составляющими образуют прямоугольный треугольник, называемый *треугольником токов*. Треугольники сопротивлений, напряжений, проводимостей и токов подобны друг другу, т.к. являются различными формами представления соотношения между током и напряжением на участке цепи, выражаемого законом Ома. Отличие треугольников сопротивлений и проводимостей от других треугольников заключается в том, что они строятся всегда в правой полуплоскости, т.к. активное сопротивление и проводимость всегда вещественны и положительны.

Активное и реактивное сопротивление, а также активная и реактивная проводимость являются *параметрами двухполюсника*. Последовательная и параллельная схемы замещения (рис. 2.7, *в* и *е*) полностью эквивалентны друг другу и используются при анализе электрических цепей в соответствии с конкретными условиями задачи.

В общем случае ток и напряжение на входе двухполюсника смещены по фазе друг относительно друга на некоторый угол φ. Пусть $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и $i = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$ (рис. 2.8). Скорость поступления энергии в двухпо-

люсник в каждый момент времени или, что то же самое, мгновенное значение мощности равно:

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \psi_u)\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) = \\ = \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos\varphi - \cos\left(2\omega t - \varphi\right)\right] = UI\cos\varphi - UI\cos\left(2\omega t - \varphi\right) \qquad (2.21)$$

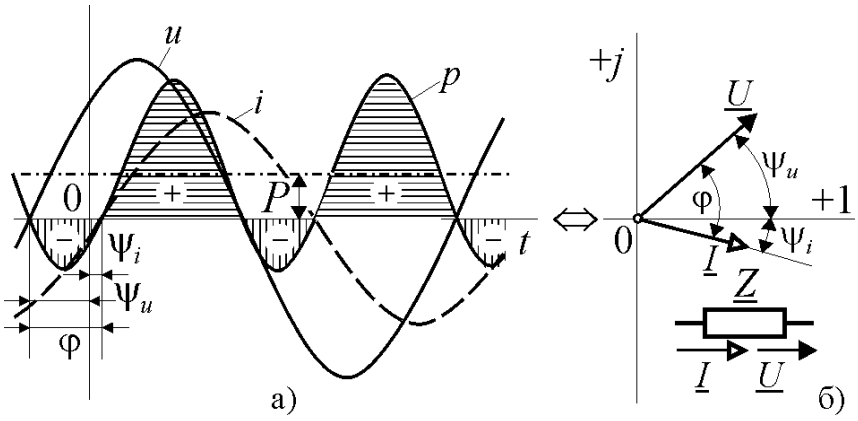


Рис. 2.8.

Из выражения (2.21) следует, что мощность имеет постоянную составляющую $UI\cos\varphi$ и переменную, изменяющуюся с двойной частотой. Положительная мощность соответствует поступлению энергии из внешней цепи в двухполюсник, а отрицательная – возврату энергии во внешнюю цепь. Так как мощность определяется произведением тока и напряжения, то потребление энергии двухполюсником происходит в интервалы времени, когда обе величины имеют одинаковый знак (рис. 2.8, *а*). Баланс поступающей и возвращаемой энергии соответствует среднему за период значению мощности или *активной мощности*:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = UI\cos\varphi = UI_{\text{a}} = U_{\text{a}}I = RI^2 = GU^2. \qquad (2.22)$$

Активная мощность – это мощность, которая преобразуется в двухполюснике в тепловую или другие виды неэлектрической энергии, т.е. в большинстве случаев это полезная мощность. Выражение (2.22) поясняет физический смысл понятий активный ток и активное напряжение. Они соответствуют той части тока или напряжения, которая расходуется на преобразование энергии в двухполюснике. Выражения для активной мощности позволяют также определить активное сопротивление и проводимость, как параметры интенсивности преобразования энергии двухполюсником. Активная мощность измеряется в ваттах [Вт].

Все технические устройства рассчитываются на работу в определённом (номинальном) режиме. Проводники рассчитываются на определённый ток, изоляция на определённое напряжение. Поэтому мощность, приводимая в технических данных и определяющая массогабаритные показатели и стоимость изделия, соответствует произведению действующих значений тока и напряжения и называется полной или кажущейся мощностью:

$$S = UI\,. \qquad (2.23)$$

Полная мощность не имеет физического смысла, но её можно определить как максимально возможную активную мощность, т.е. активную мощность при $\cos\varphi = 1$. Размерность полной мощности такая же, как и активной мощности, но для отличия единицей измерения полной мощности выбран вольт-ампер [ВА].

Отношение активной мощности к полной называют *коэффициентом мощности*:

$$\frac{P}{S} = \frac{UI\cos\varphi}{UI} = \cos\varphi$$

Он равен косинусу угла сдвига фаз между током и напряжением на входе двухполюсника. Для лучшего использования оборудование должно работать с возможно более высоким коэффициентом мощности. Разработчики электроустановок стремятся обеспечить его максимальное значение. Но коэффициент мощности многих устройств, таких как трансформаторы, электродвигатели и др., сильно зависит от величины нагрузки. При снижении нагрузки он снижается, поэтому при эксплуатации оборудования нужно обеспечивать нагрузку близкую к номинальной. Кроме того, коэффициент мощности потребителей электрической энергии можно улучшить установкой конденсаторов и компенсаторов реактивной мощности.

Высокий коэффициент мощности нагрузки нужен также для снижения потерь при передаче энергии. Ток в линии передачи определяется нагрузкой и равен:

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi}.$$

Отсюда потери энергии в линии с сопротивлением проводников $R_л$:

$$\Delta P = R_л I^2 = \frac{R_л P^2}{U^2\cos^2\varphi},$$

т.е. потери в линии передачи очень сильно зависят от $\cos\varphi$, т.к. они обратно пропорциональны квадрату его значения.

Помимо преобразования электрической энергии двухполюсник постоянно обменивается ей с внешней цепью. Интенсивность этого обмена характеризуют понятием *реактивной мощности*:

$$Q = UI\sin\varphi = UI_р = U_р I = XI^2 = BU^2\,. \qquad (2.24)$$

Выражения (2.24) поясняют смысл понятий реактивный ток и напряжение, а также реактивное сопротивление и проводимость. Первая пара величин определяет долю тока или напряжения, расходуемых в двухполюснике на формирование магнитных или электрических полей, а вторая пара является параметрами, определяющими интенсивность обмена энергией.

Размерность реактивной мощности такая же, как у активной и полной мощности, но для отличия её измеряют в вольт-амперах реактивных [ВАр].

Из выражений (2.22)-(2.24) следует взаимосвязь активной, полной и реактивной мощности.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2};\ \ \mathrm{tg}\varphi = Q / P .$$

Они соответствуют сторонам прямоугольного треугольника, называемого *треугольником мощностей* и подобного треугольникам сопротивлений, проводимостей, токов и напряжений.

Этот треугольник можно представить также комплексным числом:

$$\underline{S} = P + jQ = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = UIe^{j\varphi} = \underline{U}\,\overset{*}{\underline{I}},$$

где $\underline{S}$ – *комплексная мощность* или *комплекс мощности* двухполюсника; $\overset{*}{\underline{I}}$ – комплексное сопряжённое значение тока. Модуль комплекса мощности равен полной мощности $|\underline{S}| = UI$. Активная мощность является вещественной составляющей комплекса мощности, а реактивная – мнимой.

В соответствии с законом сохранения энергии активная мощность, создаваемая источниками в электрической цепи, должна полностью преобразовываться в приёмниках

$$\sum_{p=1}^{m} E_p I_p \cos\varphi_p = \sum_{q=1}^{n} R_q I_q^2 , \qquad (2.25)$$

где I_p, I_q – действующие значения токов, протекающих в p-м источнике и q-м резистивном элементе. Можно показать, что для реактивной мощности справедливо аналогичное равенство:

$$\sum_{s=1}^{m} E_s I_s \sin\varphi_s = \sum_{p=1}^{k} X_{L_p} I_p^2 - \sum_{q=1}^{n-k} X_{C_q} I_q^2 , \qquad (2.26)$$

где X_{L_p}, X_{C_q} – индуктивное и ёмкостное сопротивления p-го и q-го элементов. Но тогда справедливо и равенство полных мощностей источников и приёмников электрической цепи:

$$\sum_{p=1}^{m} S_p = \sum_{q=1}^{n} S_q \qquad (2.27)$$

Выражения (2.25)-(2.27) называются *балансом мощностей*.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое пассивный двухполюсник?
2. Что такое полное, активное и реактивное сопротивление?
3. Какой параметр электрической цепи определяет сдвиг фаз между током и напряжением?
4. В каких пределах может находиться сдвиг фаз между током и напряжением в пассивной электрической цепи?

5. В каких пределах может находиться сдвиг фаз между током и напряжением в электрической цепи с активно-индуктивным (активно-ёмкостным) характером комплексного сопротивления?
6. От какого вектора должен отсчитываться сдвиг фаз?
7. Что такое активное (реактивное) напряжение?
8. Какие параметры комплексной проводимости являются обратными величинами по отношению к параметрам комплексного сопротивления?
9. Влияет ли величина активного (реактивного) сопротивления на величину реактивной (активной) проводимости двухполюсника?
10. Что такое активный (реактивный) ток?
11. Как соотносятся между собой положительные направления тока и напряжения в пассивных элементах?
12. Что такое активная (реактивная, полная) мощность?
13. Что такое коэффициент мощности?
14. Что такое треугольник напряжений (токов, сопротивлений, проводимостей, мощностей)?
15. Сформулируйте условие баланса мощностей электрической цепи.

2.1.6. Законы Кирхгофа.

Как уже отмечалось при рассмотрении цепей постоянного тока, законы Кирхгофа являются формой представления фундаментальных физических законов и, следовательно, должны соблюдаться в цепях переменного тока.

Получаемый как следствие принципа непрерывности электрического тока первый закон Кирхгофа, справедлив для мгновенных значений токов в узлах, и формулируется как: *алгебраическая сумма мгновенных значений токов в узлах цепи равна нулю*

$$\sum_{k=1}^{n} \pm i_k = 0 \qquad (2.28\ \text{а})$$

Токи, положительные направления которых выбраны к узлу, включаются в сумму с положительным знаком, а от узла – с отрицательным.

Представляя токи в комплексной форме, получим:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm \underline{I}_k = 0\,. \qquad (2.28\ \text{б})$$

На рис. 2.9 в качестве примера показаны токи одного из узлов. При выбранных положительных направлениях уравнение Кирхгофа для узла имеет вид: $i_2 + i_3 - i_1 = 0 \;\Leftrightarrow\; i_2 + i_3 = i_1$. Проверить справедливость этого выражения можно в любой точке временной диаграммы рис. 2.9, *а*, если сложить ординаты токов i_2 и i_3. Это же уравнение можно записать для комплексных токов и изобразить графически в виде векторных диаграмм (рис. 2.9, *б* и *в*). Векторы на диаграммах можно строить из начала координат (рис. 2.9, *б*), но для взаимосвязанных величин, таких как токи в узлах или падения напряже-

ния в контурах, их можно строить последовательно, принимая за начальную точку следующего вектора конец предыдущего (рис. 2.9, *в*). В этом случае на векторной диаграмме лучше прослеживается взаимосвязь изображаемых величин.

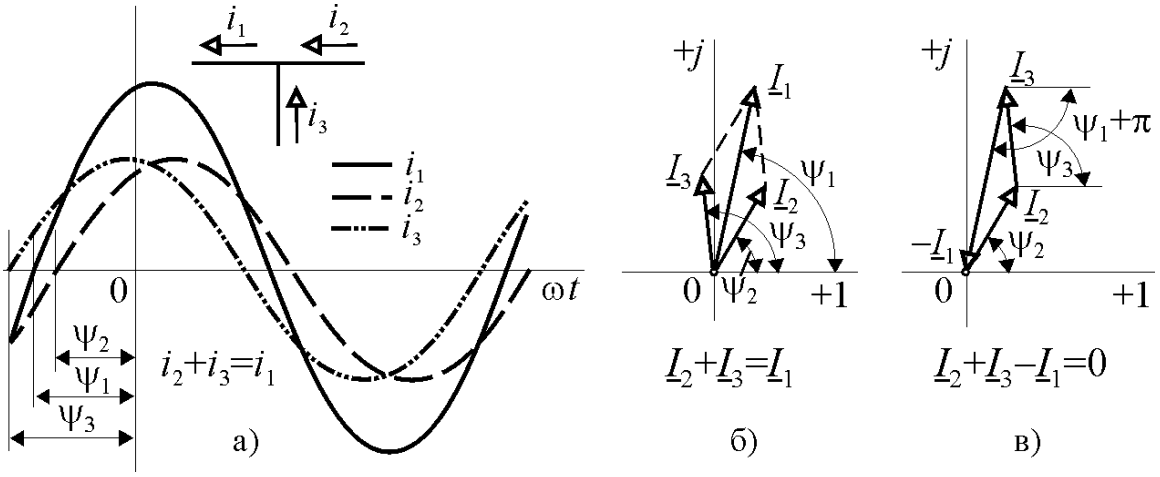


Рис. 2.9.

Второй закон Кирхгофа, как одна из форм закона сохранения энергии, справедлив для любого момента времени, т.е. *алгебраическая сумма напряжений на всех элементах замкнутого контура электрической цепи в любой момент времени равна алгебраической сумме ЭДС источников, действующих в контуре*:

$$\sum_{p=1}^{m} \pm u_p = \sum_{q=1}^{n} \pm e_q \qquad (2.29\ \text{а})$$

или в комплексной форме:

$$\sum_{p=1}^{m} \pm \underline{U}_p = \sum_{q=1}^{n} \pm \underline{E}_q \,. \qquad (2.29\ \text{б})$$

Знаки в выражениях (2.29) выбирают положительными, если положительное направление напряжения или ЭДС совпадает с направлением обхода контура, и отрицательными в случае несовпадения.

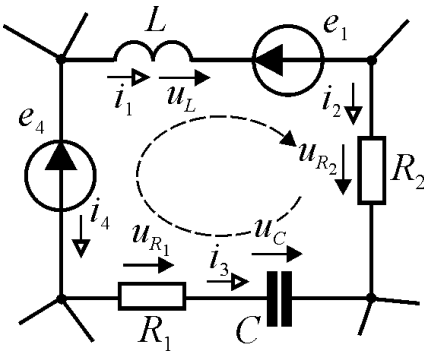


Рис. 2.10.

Составим уравнения Кирхгофа для контура электрической цепи, показанного на рис. 2.10. Направление обхода контура выбираем произвольно. В данном случае по часовой стрелке. Тогда:

$$u_L + u_{R_2} - u_C - u_{R_1} = -e_1 + e_4$$

$$\Downarrow$$

$$L\frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 - \frac{1}{C}\int i_3\,dt - R_1 i_3 = -e_1 + e_4$$

или в комплексной форме:

$$\underline{U}_L + \underline{U}_{R_2} - \underline{U}_C - \underline{U}_{R_1} = -\underline{E}_1 + \underline{E}_4$$

$$\Downarrow$$

$$jX_L\underline{I}_1 + R_2\underline{I}_2 + jX_C\underline{I}_3 - R_1\underline{I}_3 = -\underline{E}_1 + \underline{E}_4$$

Комплексное напряжение на ёмкостном элементе в развёрнутой записи уравнения поменяло знак, т.к. комплексное ёмкостное сопротивление отрицательно.

2.2. Анализ электрических цепей синусоидального тока

2.2.1. Неразветвлённая цепь синусоидального тока.

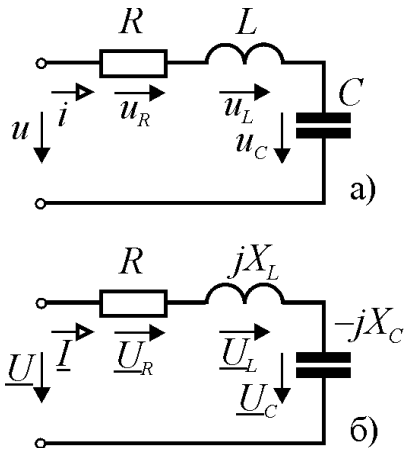


Рис. 2.11.

Пусть к участку электрической цепи с последовательным соединением резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов (рис. 2.11) приложено напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и по нему протекает ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Сумма падений напряжения на элементах цепи u_R, u_L, u_C в каждый момент времени будет равна:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

или для комплексных значений –

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} =$$

$$= \underline{I}\left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right] = \underline{I}\underline{Z}$$

где $\underline{Z} = R + j\left(X_L - X_C\right)$ – комплексное сопротивление. Реактивное сопротивление включает обе составляющие: индуктивную и ёмкостную. Если $X_L > X_C \Rightarrow X > 0$, то фазовый сдвиг напряжения и тока составляет $0 < \varphi < 90°$ и участок электрической цепи имеет активно-индуктивный характер. Если $X_L < X_C \Rightarrow X < 0$, то $0 > \varphi > -90°$ и характер участка цепи активно-ёмкостный. Изменение реактивного сопротивления в пределах $-\infty < X < +\infty$ приводит к изменению фазового сдвига от $-90°$ до $+90°$. При равенстве индуктивного и ёмкостного сопротивлений они компенсируют друг друга и сопротивление цепи число активное. В случае отсутствия в цепи резистивного элемента ($R = 0$), комплексное сопротивление цепи будет чисто реактивным, а угол сдвига фаз $\varphi = 90°\big|_{X_L > X_C}$; $\varphi = -90°\big|_{X_L < X_C}$.

На рис. 2.12 приведены временные и векторные диаграммы напряжений и тока для случаев активно-индуктивного и активно-ёмкостного характера цепи, а также треугольники сопротивлений.

Начальная фаза входного напряжения выбрана произвольно. При условии $X_L > X_C$ (рис. 2.12, *а*) ток отстаёт от напряжения на некоторый угол φ, определяемый соотношением реактивной X и активной R составляющих комплексного сопротивления $\underline{Z}$. Напряжение на резистивном элементе сов-

падает по фазе с током, поэтому вектор $\underline{U}_R$ совпадает по направлению с вектором $\underline{I}$. Напряжение на индуктивном элементе опережает ток на 90°, а на ёмкостном отстаёт от него на такой же угол. Поэтому векторы $\underline{U}_L$ и $\underline{U}_C$ перпендикулярны направлению вектора тока и направлены в разные стороны. В результате сложения векторов $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$ и $\underline{U}_C$ мы, в соответствии с законом Кирхгофа для контура цепи, приходим в точку конца вектора $\underline{U}$.

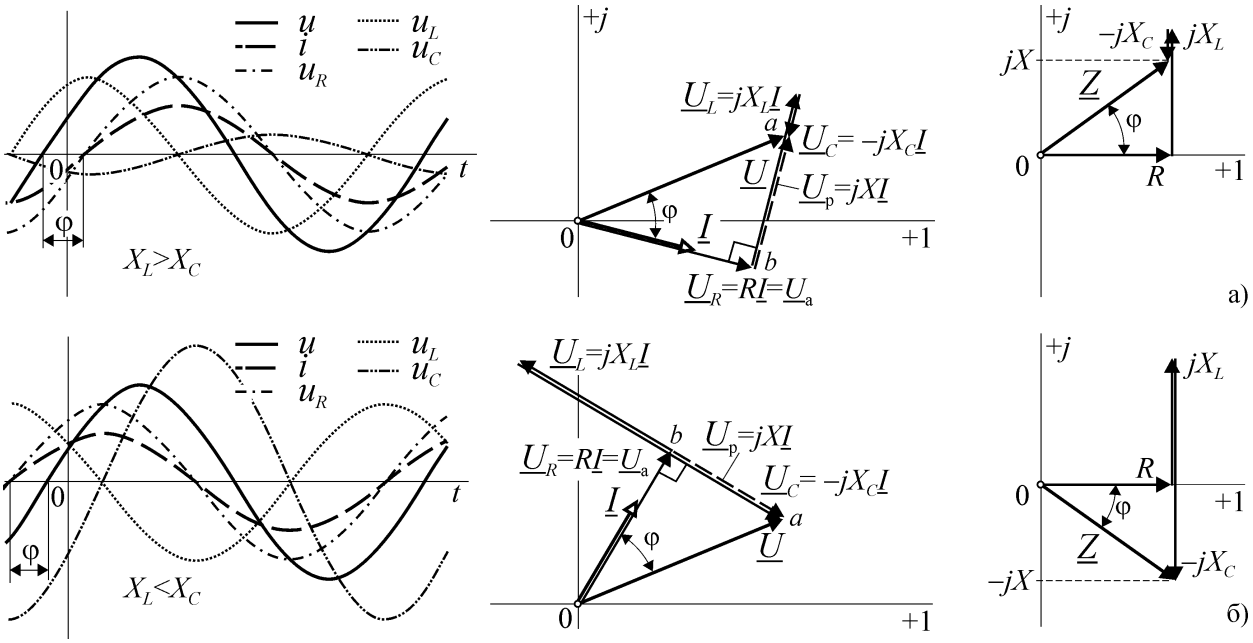


Рис. 2.12

Построение векторной диаграммы для случая $X_L < X_C$ (рис. 2.12, *б*) аналогично, но ток при этом опережает входное напряжение.

Для последовательного соединения *m* резистивных, *n* индуктивных и *p* ёмкостных элементов (рис. 2.13) можно составить уравнение Кирхгофа в комплексной форме аналогично тому, как это было сделано для соединения одиночных элементов, и преобразовать его с помощью закона Ома:

$$\underline{U} = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{C_1} + \underline{U}_{R_2} + \ldots + \underline{U}_{L_q} + \ldots + \underline{U}_{C_s} + \ldots + \underline{U}_{R_m} + \underline{U}_{L_n} + \underline{U}_{C_p} =$$

$$= R_1\underline{I} + jX_{L_1}\underline{I} - jX_{C_1}\underline{I} + \ldots + R_m\underline{I} + jX_{L_n}\underline{I} - jX_{C_p}\underline{I} =$$

$$= \underline{I}\left[R_1 + R_2 + \ldots + R_m + j\left(X_{L_1} + X_{L_2} + \ldots + X_{L_n} - X_{C_1} - X_{C_2} - \ldots - X_{C_p}\right)\right] =$$

$$= \underline{I}\left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right] = \underline{I}\left(R + jX\right) \qquad (2.30)$$

Отсюда:

$$R = \sum_{k=1}^{m} R_k; \quad X_L = \sum_{k=1}^{n} X_{L_k}; \quad X_C = \sum_{k=1}^{p} X_{C_k} \qquad (2.31)$$

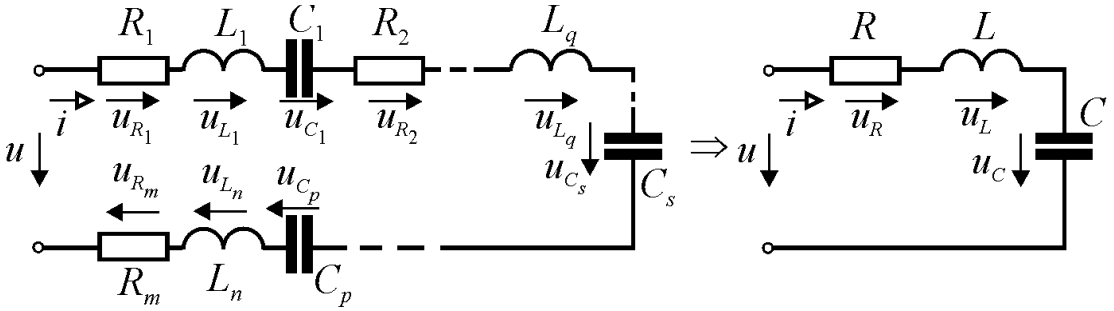


Рис. 2.13.

Следовательно, участок электрической цепи с произвольным количеством резистивных, индуктивных и ёмкостных элементов можно заменить соединением одиночных элементов с эквивалентными сопротивлениями соответствующего типа, равными сумме сопротивлений элементов входящих в соединение.

Раскрывая суммы индуктивных и ёмкостных сопротивлений в (2.31), можно получить значения эквивалентных индуктивностей и ёмкостей:

$$X_L = \omega L = \sum_{k=1}^{n} X_{L_k} = \sum_{k=1}^{n} \omega L_k \;\Rightarrow\; L = \sum_{k=1}^{n} L_k;$$
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \sum_{k=1}^{p} X_{C_k} = \sum_{k=1}^{p} \frac{1}{\omega C_k} \Rightarrow C = \frac{1}{\sum_{k=1}^{p} \frac{1}{C_k}} \qquad (2.32)$$

В случае последовательного соединения n элементов с одинаковыми параметрами выражения (2.31)-(2.32) упрощаются:

$$R = nR_n; \quad L = nL_n; \quad C = C_n / n\,.$$

Последнее равенство в (2.30) соответствует двухполюснику с активной и реактивной составляющими комплексного сопротивления. В случае неравенства ёмкостного и индуктивного сопротивления ($X_L \neq X_C$) одна из реактивных составляющих полностью компенсирует другую и схему двухполюсника можно представить в виде последовательного соединения R и L или R и C. Тогда векторная диаграмма будет состоять из трёх векторов напряжения (рис. 2.14). При этом вектор входного напряжения и векторы напряжений на резистивном и реактивном элементах, т.е. комплексные активное и реактивное напряжения, образуют прямоугольный треуголь-

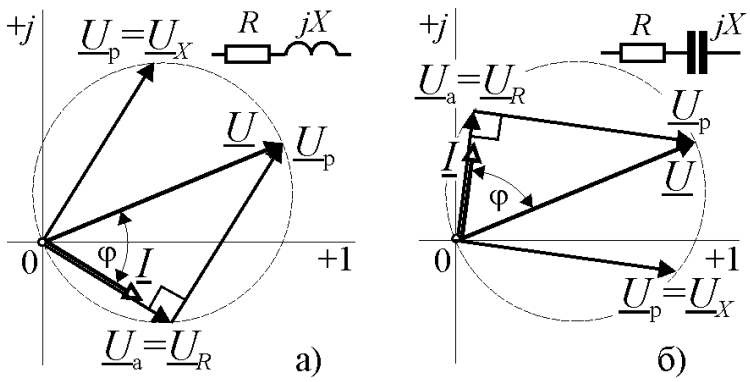


Рис. 2.14.

ник. При постоянном действующем значении напряжения на входе цепи, изменение параметра одного из элементов будет менять соотношение катетов треугольника, но его гипотенуза будет оставаться неизменной. Треугольник векторов, как вообще любой треугольник, можно вписать в окружность и углы треугольника будут равны половинам дуг окружности, на которые они опираются. Следовательно, в прямоугольном треугольнике векторов гипотенуза будет диаметром описанной окружности, а сама окружность – геометрическим местом точек концов двух других векторов при всех возможных вариациях параметров элементов. Такая окружность называется *круговой диаграммой* и её можно определить как геометрическое место точек концов векторов активного и реактивного напряжений двухполюсника при всех возможных вариациях его параметров и постоянном входном напряжении.

Вопросы для самопроверки

1. В каком случае участок цепи с резистивным, индуктивным и ёмкостным элементом будет иметь активный (активно-индуктивный, индуктивный, активно-ёмкостный, ёмкостный) характер?
2. В каком случае ток в цепи с резистивным, индуктивным и ёмкостным элементом будет отставать (опережать) входное напряжение?
3. Чему равно эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) нескольких соединённых последовательно резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов?
4. Как изменится эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) последовательного соединения резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов, если в цепь включить ещё один элемент?
5. Как изменится эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) последовательного соединения резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов, если из цепи удалить один элемент?
6. В каком случае геометрическим местом точек концов векторов активного и реактивного напряжения будет окружность?
7. Что такое круговая диаграмма?

2.2.2. Параллельное соединение ветвей.

Рассмотрим в качестве примера параллельное соединение двух ветвей (рис. 2.15, *а*). Из первого закона Кирхгофа для узла цепи следует:

$$i = i_1 + i_2 \;\Leftrightarrow\; \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 . \qquad (2.33)$$

Каждая ветвь представляет собой последовательное соединение элементов и её параметры определяются комплексным сопротивлением. Поэтому, переходя к комплексным величинам, исходную схему можно преобразовать в параллельное соединение двух комплексных сопротивлений $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L$ и $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C$ (рис. 2.15, *б*) и для каждого тока записать выражение по закону Ома:

$$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = \underline{U}\cdot\underline{Y};\;\; \underline{I}_1 = \underline{U}/\underline{Z}_1 = \underline{U}\cdot\underline{Y}_1;\;\; \underline{I}_2 = \underline{U}/\underline{Z}_2 = \underline{U}\cdot\underline{Y}_2 .$$

Подставляя эти величины в уравнение Кирхгофа (2.33), получим:

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 . \tag{2.34}$$

Отсюда эквивалентное комплексное сопротивление соединения:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} . \tag{2.35}$$

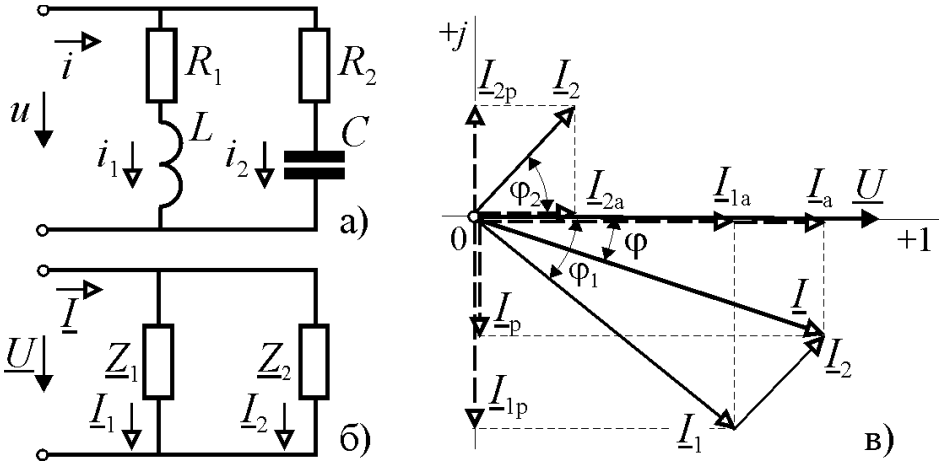


Рис. 2.15.

Выражения (2.34) и (2.35) полностью идентичны аналогичным выражениям для цепи постоянного тока, с той лишь разницей, что все входящие в них параметры являются комплексными числами.

Комплексные проводимости ветвей в выражении (2.34) можно представить их комплексными параметрами, тогда параметры комплексной проводимости соединения:

$$G - jB = G_1 - jB_L + G_2 + jB_C = (G_1 + G_2) - j(B_L - B_C)$$

$$\Downarrow \qquad ,$$

$$G = G_1 + G_2; \quad B = B_L - B_C$$

где $G_1 = \dfrac{R_1}{R_1^2 + X_L^2}$; $G_2 = \dfrac{R_2}{R_2^2 + X_C^2}$; $B_L = \dfrac{X_L}{R_1^2 + X_C^2}$; $B_C = \dfrac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}$.

Построим векторную диаграмму для параллельного соединения ветвей на рис 2.15, *а*. Падение напряжения $\underline{U}$ на обеих ветвях одинаковое. Чтобы не усложнять диаграмму несущественными элементами положим начальную фазу напряжения равной нулю. Тогда вектор $\underline{U}$ расположится на вещественной оси плоскости. Комплексное сопротивление первой ветви активно-индуктивное, поэтому ток в ней отстаёт по фазе от напряжения $\underline{U}$ на некоторый угол $\varphi_1 > 0$ и его вектор $\underline{I}_1$ располагается в четвёртом квадранте. Во второй ветви комплексное сопротивление активно-ёмкостное, поэтому ток $\underline{I}_2$ опережает по фазе напряжение $\underline{U}$ на угол $\varphi_2 < 0$. Вектор тока на входе цепи равен сумме векторов токов в ветвях и может быть построен по правилу параллелограмма. Но координаты входного тока можно получить также, если представить токи в ветвях их активной и реактивной составляющими:

$$\underline{I}_1 = I_{1a} + jI_{1p}; \qquad \underline{I}_2 = I_{2a} + jI_{2p}.$$

Отсюда входной ток:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \left(I_{1a} + jI_{1p}\right) + \left(I_{2a} - jI_{2p}\right) =$$

$$= \left(I_{1a} + I_{2a}\right) + j\left(I_{1p} - I_{2p}\right) = I_a + jI_p$$

т.е. активный и реактивный входной ток равен сумме соответствующих составляющих токов в ветвях. При этом реактивный ток в первой ветви отстаёт по фазе от напряжения на 90° и является индуктивным током, а во второй ветви реактивный ток опережает напряжение на 90° и является ёмкостным.

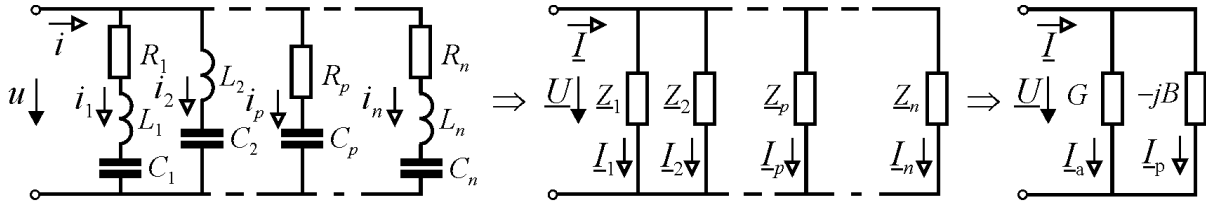


Рис. 2.16.

В общем случае параллельного соединения *n* ветвей (рис. 2.16, *а*) входной ток по первому закону Кирхгофа равен:

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n \Leftrightarrow \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \ldots + \underline{I}_n,$$

где $\underline{I}_k = \underline{U} / \underline{Z}_k$ – комплексный ток в *k*–й ветви.

Отсюда:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_k} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k = \sum_{k=1}^{n} G_k - j\sum_{k=1}^{n} B_k = G - jB, \qquad (2.36)$$

где

$$G_k = \frac{R_k}{R_k^2 + \left(X_{L_k} - X_{C_k}\right)^2}; \quad B_k = B_{L_k} - B_{C_k}; \qquad (2.37)$$

$$B_{L_k} = \frac{X_{L_k}}{R_k^2 + \left(X_{L_k} - X_{C_k}\right)^2}; \quad B_{C_k} = \frac{X_{C_k}}{R_k^2 + \left(X_{L_k} - X_{C_k}\right)^2}.$$

Тогда эквивалентные параметры параллельного соединения:

$$G = \sum_{k=1}^{n} G_k; \qquad B = \sum_{k=1}^{n} B_k = \sum_{k=1}^{n} B_{L_k} - \sum_{k=1}^{n} B_{C_k}. \qquad (2.38)$$

Отсутствие какого-либо элемента в ветви эквивалентно равенству нулю соответствующего сопротивления в выражениях (2.36)-(2.38).

В случае параллельного соединения *n* одиночных однотипных элементов выражения (2.37) упрощаются, т.к. сопротивления и проводимости становятся взаимообратными величинами. Это позволяет найти эквивалентные параметры параллельного соединения:

$$G = \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{R_k} \Rightarrow R = \frac{1}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{R_k}} = \frac{\prod_{k=1}^{m} R_k}{\sum_{p=1}^{m} \left(\prod_{q=1;\, q \neq p}^{m} R_q \right)_p};$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{\omega L_k} \Rightarrow L = \frac{1}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{L_k}} = \frac{\prod_{k=1}^{m} L_k}{\sum_{p=1}^{m} \left(\prod_{q=1;\, q \neq p}^{m} L_q \right)_p}; \qquad (2.39)$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C = \sum_{k=1}^{m} \omega C_k \Rightarrow C = \sum_{k=1}^{m} C_k.$$

Из выражений (2.39) следует, что эквивалентное сопротивление параллельно соединённых резистивных элементов рассчитывается также как на постоянном токе, как обратная величина от суммы обратных величин (проводимостей) отдельных сопротивлений. Аналогично сопротивлению рассчитывается эквивалентная индуктивность, а эквивалентная ёмкость параллельно соединённых идеальных конденсаторов равна простой сумме ёмкостей. В случае соединения одинаковых элементов выражения (2.39) существенно упрощаются:

$$R = R_n / n; \quad L = L_n / n; \quad C = nC_n.$$

Выражение (2.36) соответствует параллельной схеме замещения двухполюсника. В случае $B_L \neq B_C$ одна из составляющих реактивной проводимости полностью компенсирует другую. Тогда схему замещения можно представить параллельным соединением резистивного и индуктивного элементов или резистивного и ёмкостного элементов с соответствующими проводимостями. Это позволяет проследить влияние эквивалентных параметров на амплитудные и фазовые соотношения в цепи.

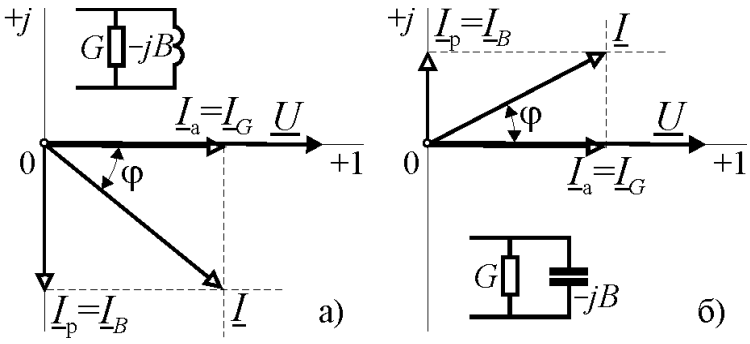


Рис. 2.17.

На рис. 2.17 приведены векторные диаграммы для таких соединений. Для исключения несущественных деталей начальная фаза входного напряжения принята равной нулю и вектор напряжения имеет только вещественную составляющую. Токи в параллельных ветвях при постоянном напряжении на входе независимы друг от друга. Поэтому изменение одного из параметров приводит к изменению соответст-

вующей составляющей тока (активной или реактивной) и вектор входного тока перемещается при этом по прямой линии. Можно показать, что при питании цепи от источника тока геометрическим местом точек концов векторов активного и реактивного токов будет окружность, т.е. эти векторы образуют круговую диаграмму аналогичную круговой диаграмме напряжений последовательной схемы замещения двухполюсника.

Вопросы для самопроверки

1. Как связана активная (реактивная) составляющая входного тока с активными (реактивными) токами ветвей?
2. Чему равно эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) нескольких соединённых параллельно резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов?
3. Как изменится эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) параллельного соединения резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов, если в цепь включить ещё один элемент?
4. Как изменится эквивалентное сопротивление (индуктивность, ёмкость) параллельного соединения резистивных (индуктивных, ёмкостных) элементов, если из цепи удалить один элемент?
5. Что представляет собой геометрическое место точек вектора активной (реактивной) составляющей входного тока при изменении активно (реактивной) проводимости цепи?

2.2.3. Схемы замещения катушки индуктивности и конденсатора.

Катушка индуктивности представляет собой проводник, которому в процессе изготовления придаётся определённая форма, обеспечивающая создание магнитного поля с заданными параметрами. Основным параметром катушки является индуктивность, но проводник обмотки обладает активным сопротивлением и при протекании по нему тока происходит преобразование электрической энергии в тепло. Выделение тепла увеличивается при высокой частоте за счёт поверхностного эффекта и увеличения потерь в изоляции. Кроме того, витки катушки обладают электрической ёмкостью, сопротивление которой играет заметную роль при высокой частоте. Все эти сложные физические явления приводят к тому, что в различных режимах катушка изменяет свои свойства (параметры) и не всегда допустимо считать её идеальным элементом без потерь.

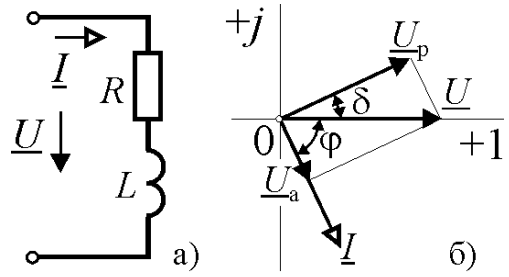


Рис. 2.18

На низких и средних частотах схема замещения катушки представляет собой последовательное соединение резистивного и индуктивного элементов (рис. 2.18, *а*). Угол δ, дополняющий угол φ до 90° называется *углом потерь* (рис. 2.18, *б*). Величина этого угла определяется активным напряжением или, что то же са-

мое, активным сопротивлением, т.е. мощностью потерь RI^2. Тангенс угла потерь равен

$$\mathrm{tg}\delta = U_\mathrm{a}/U_\mathrm{p} = R/(\omega L).$$

Величина обратная $\mathrm{tg}\delta$, называется *добротностью катушки*

$$Q_L = 1/\mathrm{tg}\delta = \omega L/R.$$

Чем выше добротность катушки, тем ближе она к идеальному индуктивному элементу электрической цепи.

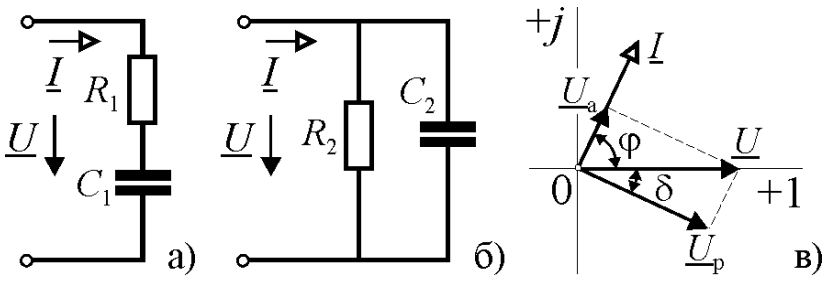


Рис. 2.19

В конденсаторе, включённом на синусоидальное напряжение, происходит выделение тепла в изоляции за счёт конечного значения её сопротивления, а также за счет периодического изменения поляризации диэлектрика. Учесть потери энергии в конденсаторе можно включением в схему замещения активного сопротивления последовательно с ёмкостью или параллельно ей (рис. 2.19, *а* и *б*). Обе схемы эквивалентны и различаются только значениями параметров. Если угол, дополняющий φ до 90° обозначить буквой δ, то из треугольника напряжений рис. 2.19, *в* и эквивалентных преобразований двухполюсника можно получить соотношения параметров последовательной и параллельной схем замещения

$$R_1/R_2 = \sin^2\delta;\ C_2/C_1 = \cos^2\delta.$$

Обычно угол δ у большинства конденсаторов очень мал, поэтому $R_1 \ll R_2;\ C_1 \approx C_2$.

Угол δ, так же как у катушки индуктивности, называется *углом потерь* и для схемы замещения рис. 2.19, *а* он определяется как

$$\mathrm{tg}\delta = U_\mathrm{a}/U_\mathrm{p} = R_1\omega C_1.$$

Добротность конденсатора

$$Q_C = 1/\mathrm{tg}\delta = 1/(R_1\omega C_1).$$

Она определяет степень приближения конденсатора к идеальному ёмкостному элементу и в зависимости от типа конденсатора составляет величину 5…2000. Чем выше добротность конденсатора, тем ближе его свойства к идеальному ёмкостному элементу.

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой схема замещения катушки (конденсатора)?
2. Какой параметр схемы замещения катушки (конденсатора) определяет величину потерь?
3. Что такое угол потерь?

4. Как определяется добротность катушки (конденсатора)?
5. Как связана добротность катушки (конденсатора) с частотой питания?

2.2.4. Смешанное соединение элементов.

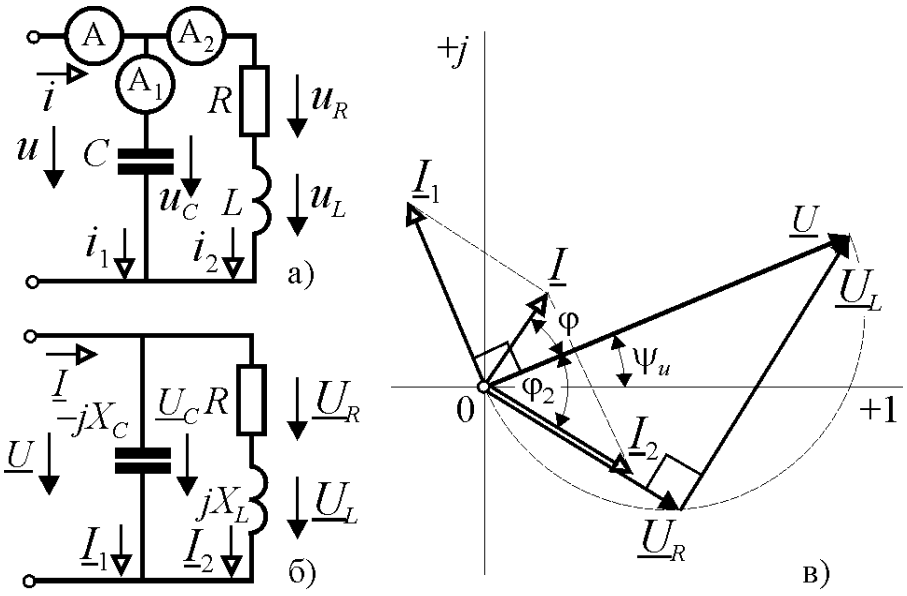


Рис. 2.20.

Анализ цепей со смешанным соединением элементов рассмотрим на примере параллельного соединения идеального конденсатора C и катушки индуктивности, с учётом её тепловых потерь. Схема замещения этой цепи приведена на рис. 2.20, *а*.

Построим векторную диаграмму цепи (рис. 2.20, *в*). Обе ветви схемы соединены параллельно, поэтому токи в них формируются независимо. Ток в первой ветви $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1\text{р}} = \underline{U}/(-jX_C) = j\underline{U}/X_C$ чисто реактивный ёмкостный и опережает по фазе напряжение на 90°. Ток во второй ветви определяется её комплексным сопротивлением $\underline{Z}_2 = R + jX_L$. Модуль тока равен $I_2 = U/\sqrt{R^2 + X_L^2}$, а сдвиг фазы по отношению к напряжению $\varphi_2 = \text{arctg}(X_L/R)$. Характер сопротивления ветви активно-индуктивный, поэтому ток в ней будет отставать от напряжения. Вектор напряжения на активном сопротивлении $\underline{U}_R = R\underline{I}_2$ совпадает по направлению с вектором тока $\underline{I}_2$, а вектор напряжения на индуктивном сопротивлении $\underline{U}_L = jX_L\underline{I}_2$ перпендикулярен по отношению к нему, т.к. оператором поворота j он смещён в сторону опережения. В сумме напряжения на последовательном соединении активного и индуктивного сопротивлений равны входному напряжению цепи. При этом они образуют треугольник напряжений с вершиной прямого угла, находящейся на полуокружности круговой диаграммы, по которой эта вершина перемещается при изменениях параметров катушки. Например, при уменьшении сопротивления провода $R \to 0;\ \underline{U}_R \to 0;\ \underline{U}_L \to \underline{U};\ \varphi_2 \to \pi/2$, и свойства катушки приближаются к идеальному индуктивному элементу. Аналогично можно проследить влияние вариации других параметров на фазовые соотношения в цепи.

Рассмотрим задачу определения токов в цепи рис. 2.20, *а* при заданных параметрах элементов и входном напряжении. Ход решения такой задачи на переменном токе ничем не отличается от аналогичной задачи для цепи постоянного тока, с той лишь разницей, что все расчёты нужно производить с комплексными числами.

Пусть напряжение на входе цепи равно $u = 14{,}1\sin(\omega t + \pi/6)$ В. Частота питания f=50 Гц; ёмкость конденсатора C=90 мкФ; сопротивление катушки R=10 Ом; индуктивность катушки L=100 мГн.

Вначале определим комплексные параметры цепи (рис. 2.20, *б*). Комплексное напряжение на входе цепи – $\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\pi/6} = \frac{14{,}1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/6} = 10 \cdot e^{j\pi/6}$. Угловая частота питания – $\omega = 2\pi f = 314{,}16$ рад/с. Сопротивления элементов – $X_L = \omega L = 314{,}16 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31{,}416$ Ом, $X_C = 1/(\omega C) = 1/(314{,}16 \cdot 90 \cdot 10^{-6}) = 35{,}368$ Ом. Комплексные сопротивления ветвей – $\underline{Z}_1 = -jX_C = -j35{,}368 = 35{,}368 e^{-j\pi/2}$ Ом, $\underline{Z}_2 = R + jX_L = 10 + j31{,}416 = 32{,}97 e^{j1{,}263}$ Ом.

Теперь по закону Ома определим комплексные токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{-jX_C} = \frac{10e^{j\pi/6}}{35{,}368e^{-j\pi/2}} = 0{,}283e^{j(\pi/6+\pi/2)} = 0{,}283e^{j2\pi/3} = -0{,}141 + j0{,}245 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{10e^{j\pi/6}}{32{,}97e^{j1{,}263}} = 0{,}303e^{j(\pi/6-1{,}263)} = 0{,}303e^{-j0{,}74} = 0{,}224 - j0{,}204 \text{ А};$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0{,}083 + 0{,}041 = 0{,}092e^{j0{,}455} \text{ А}.$$

Из полученных результатов следует, что при данных параметрах элементов амперметры, включённые в ветвях цепи и на её входе, покажут значения тока в конденсаторе и катушке равные A_1=0,283 А и A_2=0,302 А, в то время как ток на входе цепи будет в несколько раз меньше и составит А=0,092 А. Отмеченные соотношения токов видны и на векторной диаграмме рис. 2.20, *в*, где модули векторов $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$ существенно больше модуля вектора $\underline{I}$. Это связано с тем, что законы Кирхгофа в цепи переменного тока справедливы только для мгновенных значений и комплексных величин. Для действующих значений законы Кирхгофа будут выполняться только в том случае, если все элементы цепи одного типа, т.е., если все они резистивные или индуктивные или ёмкостные элементы.

2.2.5. Комплексный (символический) метод расчёта цепей переменного тока[*]

В цепях переменного тока с несколькими ветвями и элементами практически невозможно выполнить анализ режима работы, если основные величины будут представлены синусоидальными функциями, т.к. при этом получаются сложные тригонометрические уравнения. В случае представления функций и параметров цепи комплексными числами математическое описание сводится к линейным алгебраическим уравнениям, решение которых не вызывает затруднений. Метод расчёта цепей переменного тока, основанный на таком способе алгебраизации, называется *комплексным методом*. Алгоритм применения метода состоит из трёх этапов:

1. Представление всех величин и параметров цепи комплексными числами. Здесь для облегчения задачи целесообразно составление расчётной схемы электрической цепи, на которой все данные указаны в комплексной форме.
2. Определение искомых величин любым методом, известным из теории цепей постоянного тока.
3. Преобразование, если требуется, полученных величин в форму представления их синусоидальными функциями времени.

Проиллюстрируем применение комплексного метода на примере электрической цепи рис. 2.21, *а*.

Здесь: $e_1 = 14{,}1\sin(\omega t + \pi/6)$ В, $e_2 = 28{,}2\sin(\omega t - \pi/4)$ В, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $L = 100$ мГн, $C_1 = 50$ мкФ, $C_2 = 80$ мкФ, $f = 50$ Гц. Требуется определить токи в ветвях цепи и составить баланс мощностей.

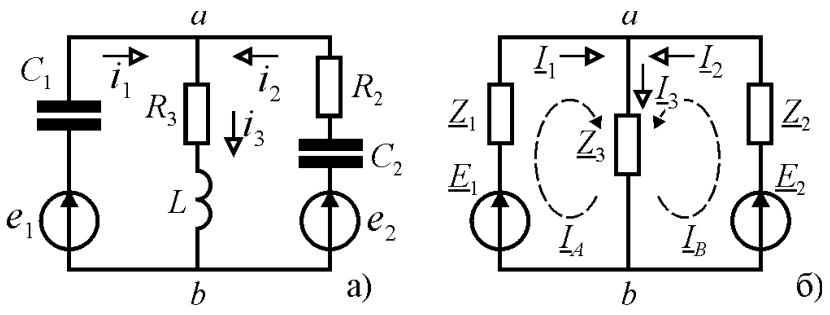


Рис. 2.21.

Зададим положительные направления токов в ветвях так, как это показано на рисунке и, представив все величины и параметры цепи комплексными числами,

$$\underline{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} e^{j\pi/6} = 10e^{j\pi/6}\ \text{В};\ \underline{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/4} = 10e^{-j\pi/4}\ \text{В};\quad \omega = 2\pi f = 314{,}16 \quad \text{рад/с};$$

$$\underline{Z}_1 = -jX_{C_1} = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j35{,}37 \quad \text{Ом};\quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C_2} = R_2 - j\frac{1}{\omega C_2} = 2 - j39{,}79$$

[*] В некоторых литературных источниках векторы, изображающие синусоидальные функции, и соответствующие им комплексные числа называются символами синусоидальных функций, а метод, использующий такое представление, – символическим.

Ом; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_L = R_2 + \omega L = 5 + j31,42$ Ом, составим расчётную схему рис. 2.21, б

Решение непосредственным применением законов Кирхгофа.

Выберем произвольно два контура в цепи рис. 2.21, *б* (*A* и *B*) и составим для этих контуров и узла *a* уравнения Кирхгофа:

$$a) \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

$$A) \quad \underline{Z}_1\underline{I}_1 + \underline{Z}_3\underline{I}_3 = \underline{E}_1$$

$$B) \quad \underline{Z}_2\underline{I}_2 + \underline{Z}_3\underline{I}_3 = \underline{E}_2$$

или в матричной форме:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \underline{Z}_1 & 0 & \underline{Z}_3 \\ 0 & \underline{Z}_2 & \underline{Z}_3 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{Vmatrix}$$

В результате решения этой системы уравнений мы получим комплексные токи в ветвях и соответствующие им синусоидальные функции:

$$\underline{I}_1 = -0,070 - j0,622 = 0,625e^{-j96,43^\circ} \Leftrightarrow i_1 = 0,625\sqrt{2}\sin(314,16t - 96,43^\circ) \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = 0,325 - j0,873 = 0,932e^{-j69,57^\circ} \Leftrightarrow i_2 = 0,932\sqrt{2}\sin(314,16t - 69,57^\circ) \text{ А};$$

$$\underline{I}_1 = 0,255 - j1,495 = 1,516e^{-j80,31^\circ} \Leftrightarrow i_1 = 1,516\sqrt{2}\sin(314,16t - 80,31^\circ) \text{ А}. \qquad (2.40)$$

Решение методом контурных токов.

Для двух выбранных ранее контуров (рис. 2.21, *б*) составим уравнения по второму закону Кирхгофа для контурных токов

$$A) \quad \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3\right)\underline{I}_A + \underline{Z}_3\underline{I}_B = \underline{E}_1$$

$$B) \quad \underline{Z}_3\underline{I}_A + \left(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3\right)\underline{I}_B = \underline{E}_2$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{Vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 & \underline{Z}_3 \\ \underline{Z}_3 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{Vmatrix}$$

В результате решения мы получим контурные токи:

$$\underline{I}_A = -0,070 - j0,622 \text{ А}; \; \underline{I}_B = 0,325 - j0,873 \text{ А},$$

а затем истинные комплексные токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_A; \qquad \underline{I}_2 = \underline{I}_B; \qquad \underline{I}_3 = \underline{I}_A + \underline{I}_B = 0,255 - j1,495 \text{ А},$$

Решение методом двух узлов.

Пользуясь этим методом можно определить комплексное напряжение между узлами:

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\dfrac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{1}{\underline{Z}_2} + \dfrac{1}{\underline{Z}_3}} = 48,23 + j0,54 = 48,23e^{j0,64^\circ} \text{ В},$$

а затем по закону Ома найти токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \left(\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}\right)/\underline{Z}_1 = -0,070 - j0,622 \text{ А};$$
$$\underline{I}_2 = \left(\underline{E}_2 - \underline{U}_{ab}\right)/\underline{Z}_2 = 0,325 - j0,873 \text{ А};$$
$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{ab}/\underline{Z}_3 = 0,255 - j1,495 \text{ А}.$$

Здесь следует обратить внимание на то, что модуль напряжения между узлами цепи существенно превосходит не только модули ЭДС источников, но и их сумму. Это является следствием сложных электромагнитных процессов в цепях переменного тока, существенное влияние в которых имеют процессы обмена энергией между электрическими и магнитными полями. Наличие таких перенапряжений и их конкретное значение зависит от схемы и параметров цепи, и оно может быть определено только в результате расчётов, подобных данной задаче.

Решение методом наложения.

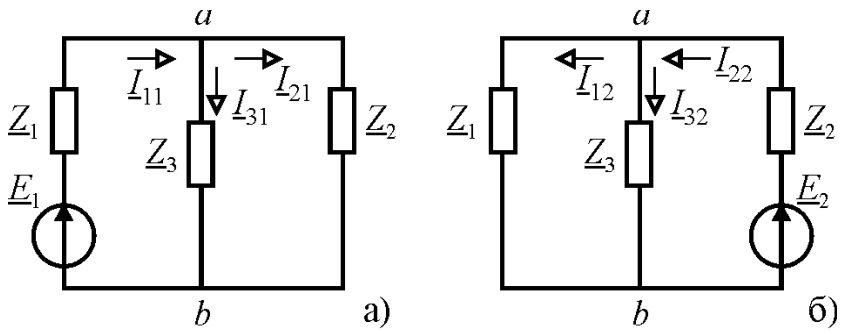


Рис. 2.22.

Для решения задачи этим методом составим две расчётные схемы цепи, исключив из исходной схемы сначала второй источник ЭДС, а затем первый (рис. 2.22, *а* и *б*).

Токи в расчётной схеме рис. 2.22, *а* можно найти, например, с помощью эквивалентных преобразований и закона Ома:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = 0,111 + j0,037 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{21} = \frac{\underline{I}_{11}\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = -0,295 + j0,173 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{I}_{11}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 0,406 - j0,135 \text{ А}.$$

Аналогично для схемы рис. 2.22, *б*:

$$\underline{I}_{22} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2 + \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}} = 0,030 - j0,700 \text{ А}; \quad \underline{I}_{12} = \frac{\underline{I}_{22}\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = 0,181 + j0,659 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{32} = \frac{\underline{I}_{22}\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = -0,151 - j1,359 \text{ А}.$$

Теперь комплексные токи в ветвях можно определить как суммы частичных токов с учётом их знака, т.е. с учётом направления протекания час-

тичных токов по отношению к положительному направлению тока в ветви. Если направление частичного тока совпадает с положительным направлением, то он суммируется, в противном случае – вычитается.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{12} = -0,070 - j0,622 \text{ А};$$
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{21} = 0,325 - j0,873 \text{ А};$$
$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} + \underline{I}_{32} = 0,255 - j1,495 \text{ А}.$$

Таким образом, в результате решения задачи четырьмя различными методами мы, как и следовало ожидать, получили одинаковые значения комплексных токов в ветвях. Составим теперь для расчётной цепи *баланс мощностей*.

Активная мощность приёмников $P_{\text{п}}$ соответствует энергии, преобразуемой в резистивных элементах цепи:

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 0,932^2 \cdot 2 = 1,74 \text{ Вт}; \quad P_{R_3} = I_3^2 R_3 = 1,516^2 \cdot 5 = 11,49 \text{ Вт};$$
$$P_{\text{п}} = P_{R_2} + P_{R_3} = 13,23 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность приёмников $Q_{\text{п}}$, соответствующая интенсивности обмена энергией между источниками и пассивной частью цепи, определяется как алгебраическая сумма мощностей реактивных элементов:

$$Q_{C_1} = I_1^2 X_{C_1} = 0,625^2 \cdot 63,66 = 24,90 \text{ ВАр};$$
$$Q_{C_2} = I_2^2 X_{C_2} = 0,932^2 \cdot 39,78 = 34,53 \text{ ВАр};$$
$$Q_L = I_3^2 X_L = 1,516^2 \cdot 31,41 = 72,22 \text{ ВАр};$$
$$Q_{\text{п}} = -Q_{C_1} - Q_{C_2} + Q_L = 12,78 \text{ ВАр}.$$

Здесь следует обратить внимание, что реактивные мощности отдельных элементов значительно превосходят суммарную мощность обмена энергией с источниками. Это означает, что в цепи происходит интенсивный обмен энергией между приёмниками, следствием которого являются отмеченные ранее перенапряжения в узлах.

Активная мощность источников ЭДС, поставляющих энергию в цепь, $P_{\text{и}}$ равна сумме мощностей каждого из источников:

$$P_{e_1} = E_1 I_1 \cos\varphi_1 = E_1 I_1 \cos(\psi_{e_1} - \psi_{i_1}) = 10 \cdot 0,625 \cdot \cos(30° + 96,43°) = -3,71 \text{ Вт};$$
$$P_{e_2} = E_2 I_2 \cos\varphi_2 = E_2 I_2 \cos(\psi_{e_2} - \psi_{i_2}) = 20 \cdot 0,932 \cdot \cos(-45° + 69,57°) = 16,94 \text{ Вт};$$
$$P_{\text{и}} = P_{e_1} + P_{e_2} = 13,23 \text{ Вт}.$$

Отрицательное значение активной мощности первого источника ЭДС означает, что он является приёмником, а не источником электрической энергии.

Реактивная мощность источников определяется как:

$$Q_{e_1} = E_1 I_1 \sin\varphi_1 = E_1 I_1 \sin(\psi_{e_1} - \psi_{i_1}) = 10 \cdot 0,625 \cdot \sin(30° + 96,43°) = 5,03 \text{ ВАр};$$

$$Q_{e_2} = E_2 I_2 \sin\varphi_2 = E_2 I_2 \sin(\psi_{e_2} - \psi_{i_2}) = 20 \cdot 0,932 \cdot \sin(-45° + 69,57°) = 7,75 \text{ ВАр};$$

$$Q_{\text{и}} = Q_{e_1} + Q_{e_2} = 12,78 \text{ ВАр}.$$

Таким образом, в рассмотренной электрической цепи существует баланс преобразования энергии и её обмена между источниками и пассивными элементами.

2.2.6. Резонанс в электрических цепях

Резонансом называется режим пассивного двухполюсника, содержащего индуктивные и ёмкостные элементы, при котором его входное реактивное сопротивление равно нулю. Следовательно, при резонансе ток и напряжение на входе двухполюсника имеют нулевой сдвиг фаз. Явление резонанса широко используется в технике, но может также вызывать нежелательные эффекты, приводящие к выходу из строя оборудования.

Простейший двухполюсник, в котором возможен режим резонанса, должен содержать один индуктивный элемент и один ёмкостный. Эти элементы можно включить в одну ветвь, т.е. последовательно, или в параллельные ветви. Рассмотрим свойства такого двухполюсника, называемого резонансным контуром, при различных включениях.

Резонанс напряжений. Последовательное соединение катушки индуктивности и конденсатора соответствует схеме замещения с последовательным соединением резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов (рис. 2.11). Резистивный элемент цепи соответствует сопротивлению провода катушки, но может быть также специально включённым резистором.

Резонанс в этой цепи возникает, если:

$$X = X_L - X_C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad X_L = X_C \quad \Leftrightarrow \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}. \qquad (2.41)$$

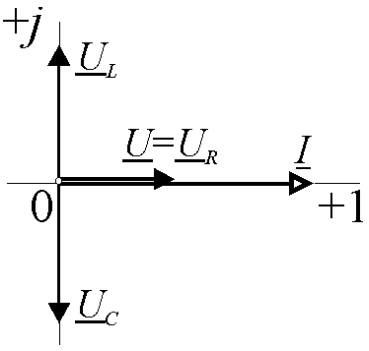


Рис. 2.23.

В этом случае противоположные по фазе напряжения на индуктивном и ёмкостном сопротивлении равны $U_L = U_C$ и компенсируют друг друга (рис. 2.23). Поэтому резонанс в последовательной цепи называют *резонансом напряжений*.

Условие резонанса (2.41) можно выполнить тремя способами: изменением частоты питания ω, индуктивности L или ёмкости C.

Из выражения (2.41) можно определить частоту, при которой наступает режим резонанса или *резонансную частоту*:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (2.42)$$

Индуктивное и ёмкостное сопротивления при резонансе равны:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (2.43)$$

Эта величина называется *характеристическим сопротивлением*.

Отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению называется добротностью резонансного контура:

$$Q = \rho / r.$$

Рассмотрим характерные особенности резонанса напряжений:

1) Так как реактивное сопротивление последовательного контура в режиме резонанса равно нулю, то его полное сопротивление минимально и равно активному сопротивлению:

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + X^2} = R\big|_{X=0}.$$

Вследствие этого входной ток при резонансе максимален и ограничен только активным сопротивлением контура $I_0 = U / Z_0 = U / R$. По максимуму тока можно обнаружить режим резонанса и это используется в технике при настройке резонансных контуров. В то же время возрастание тока может быть опасно для оборудования, в котором возникает резонанс напряжений.

2) В режиме резонанса напряжения на отдельных элементах контура составляют:

$$U_R = RI_0; \quad U_L = X_L I_0; \quad U_C = X_C I_0. \qquad (2.44)$$

Из равенства (2.41) следует, что $U_L = U_C$ и входное напряжение контура

$$\underline{U} = U_R + j(U_L - U_C) = U_R$$

становится равным напряжению на резистивном элементе.

При этом индуктивное и ёмкостное сопротивления могут быть больше активного $X_L = X_C > R$. Тогда напряжения на реактивных элементах будут больше входного напряжения. Коэффициент усиления напряжения равен добротности контура

$$Q = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{X_L I_0}{RI_0} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R}.$$

В радиотехнических устройствах добротность резонансного контура составляет 200…500. Эффект усиления напряжения в резонансном контуре широко используется в радиотехнике и автоматике, но в энергетических установках он, как правило, нежелателен, т.к. может вызывать крайне опасные перенапряжения.

3) Активная мощность $P = I_0^2 R$, потребляемая контуром при резонансе максимальна, т.к. максимален ток. Реактивные мощности индуктивного и ёмкостного элементов равны $I_0^2 X_L = I_0^2 X_C$ и превышают активную мощность в Q раз, если $Q > 1$.

Для понимания энергетических процессов, происходящих в резонансном контуре, определим сумму энергий электрического и магнитного полей.

Пусть ток в контуре в режиме резонанса равен $i = I_m \sin \omega_0 t$. Тогда напряжение на ёмкости отстаёт на 90° и равно $u_C = -U_m \cos \omega_0 t$ (рис. 2.24). Отсюда

$$w = w_L + w_C = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_C^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}\sin^2 \omega_0 t + \frac{CU_{Cm}^2}{2}\cos^2 \omega_0 t .$$

Но $U_{Cm} = I_m \dfrac{1}{\omega_0 C} = I_m \sqrt{\dfrac{L}{C}} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{CU_{Cm}^2}{2} = \dfrac{LI_m^2}{2}$ и, следовательно,

$$w = w_L + w_C = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_{Cm}^2}{2} = \text{const},$$

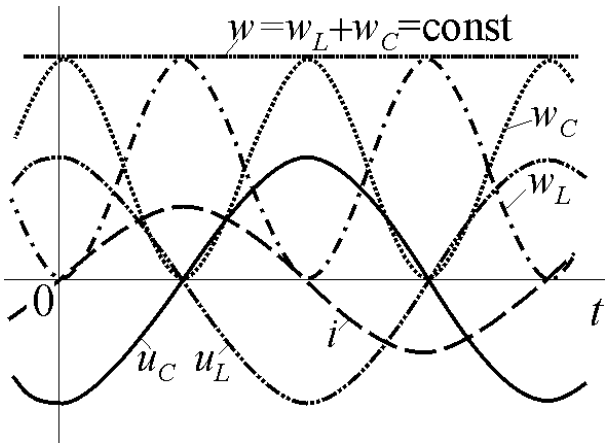


Рис. 2.24

т.е. при резонансе происходит периодический процесс обмена энергией между магнитным и электрическим полем, но суммарная энергия полей остаётся постоянной и определяется индуктивностью и ёмкостью контура (рис. 2.24). При этом источник питания поставляет в контур только энергию, идущую на покрытие тепловых потерь в резисторе, и совершенно не участвует в процессе её обмена между полями.

Помимо параметров, определяющих свойства контура на частоте резонанса, для технических приложений важно знать его свойства в некотором диапазоне частот. Зависимость параметров электрической цепи от частоты входного напряжения или тока называется частотной характеристикой.

Из трёх параметров резонансного контура два являются частотно зависимыми: индуктивное и ёмкостное сопротивления. При частотах ниже резо-

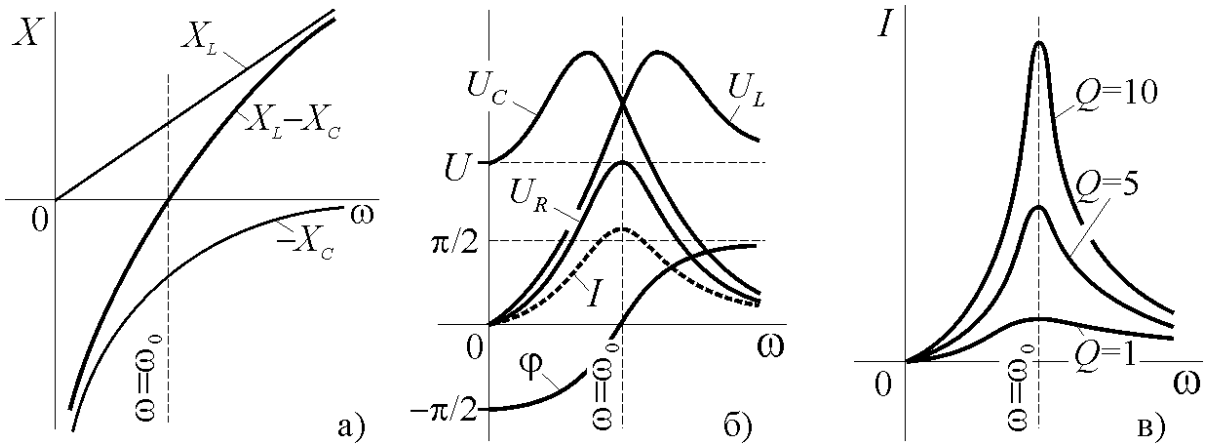


Рис. 2.25

нансной $X_C > X_L$ и реактивное сопротивление цепи имеет ёмкостный характер, т.е. $\varphi < 0$ (рис. 2.25, *а* и *б*). Причём при нулевой частоте $X_L(0) = 0;\ X(0) = -X_C(0) = -\infty$ и контур является ёмкостным элементом с углом сдвига фаз $\varphi = -\pi/2$. Сдвиг фаз на 90° при постоянном токе соответствует нулевому значению тока при максимуме напряжения. После точки резонанса $X_L > X_C$, реактивное сопротивление становится индуктивным и в пределе стремится к бесконечности $X_C(\infty) = 0;\ X(\infty) = X_L(\infty) = +\infty$, а фазовый сдвиг $\varphi \xrightarrow{\omega\to\infty} \pi/2$.

К частотным характеристикам относятся и зависимости от частоты токов и напряжений в двухполюсниках, в которых возможен резонанс. Такие характеристики называют *резонансными кривыми*. Резонансные кривые для последовательного контура приведены на рис. 2.25, *б* и *в*. Кроме отмеченного ранее максимума тока в точке резонанса, из этих кривых видно, что напряжения на индуктивном и ёмкостном элементах также имеют максимумы одинаковые по значению, но смещённые относительно частоты резонанса. Максимум ёмкостного элемента смещён в сторону меньших частот, а максимум индуктивного – в сторону больших. Значение максимумов и их смещение зависят от добротности контура. С увеличением добротности максимальные значения увеличиваются, а их частоты стремятся к частоте резонанса. Добротность влияет также на максимум и крутизну резонансной кривой тока (рис. 2.25, *в*). С ростом добротности максимум и крутизна кривой увеличиваются. Чем круче и острее резонансная кривая тока, тем выше избирательность контура, т.е. его реакция на определённую резонансную частоту. В радиотехнике и автоматике это свойство резонансного контура используется для выделения сигнала заданной частоты.

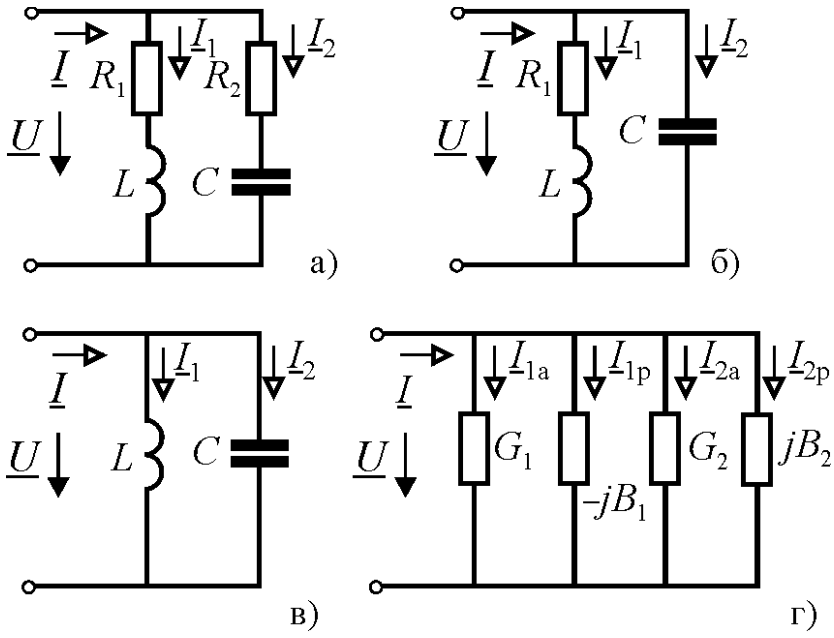


Рис. 2.26

Резонанс токов. Параллельное включение катушки индуктивности и конденсатора соответствует схеме замещения рис. 2.26, *а*. В ней тепловые потери в катушке и конденсаторе соответствуют мощности рассеиваемой на резистивных элементах R_1 и R_2, поэтому такая цепь называется параллельным резонансным контуром с потерями. Условием

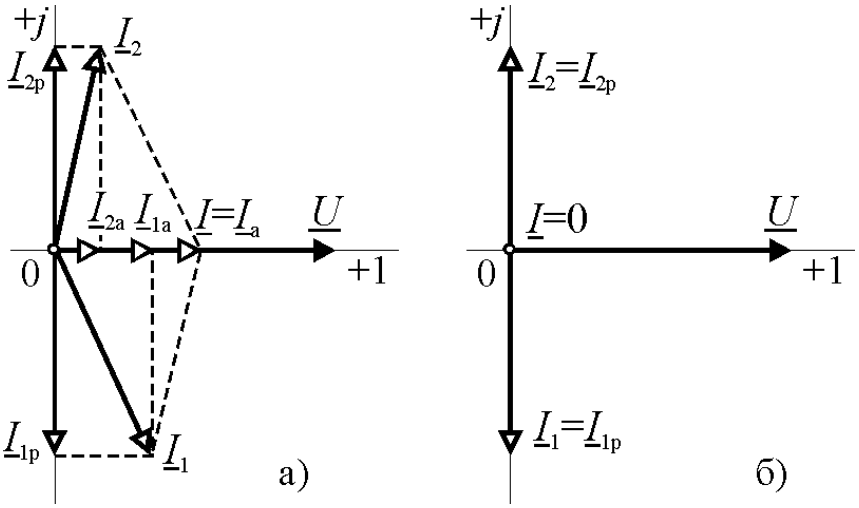


Рис. 2.27

резонанса для неё является равенство нулю эквивалентной реактивной проводимости $B = B_1 - B_2 = 0$, где B_1 и B_2 – эквивалентные реактивные проводимости ветвей (рис. 2.26, *г*).

При $B_1 = B_2$ противоположные по фазе реактивные токи ветвей компенсируются (рис. 2.27, *а*), поэтому резонанс в параллельном контуре называется *резонансом токов*. В результате компенсации реактивных токов входной ток является суммой активных составляющих токов в ветвях. Если $B_1 \gg G_1$ и $B_2 \gg G_2$, т.е. $X_1 \gg R_1$ и $X_2 \gg R_2$, то $I_{1p} \gg I_{1a};\ I_{2p} \gg I_{2a} \Rightarrow I_1 \gg I;\ I_2 \gg I$, т.е. токи в ветвях значительно больше входного тока. Свойство усиления тока является важнейшей особенностью резонанса токов. Степень его проявления непосредственно связана с величиной потерь в элементах цепи. В теоретическом случае отсутствия потерь в катушке и в конденсаторе $R_1 = R_2 = 0$ (рис. 2.26, *в*) активные токи в ветвях отсутствуют и входной ток контура равен нулю (рис. 2.27, *б*).

Полная проводимость расчётного эквивалента контура (рис. 2.26, *г*) равна:

$$Y = \sqrt{\left(G_1 + G_2\right)^2 + \left(B_1 - B_2\right)^2}\,.$$

В режиме резонанса $B_1 = B_2$ и проводимость $Y_0 = G_1 + G_2 \approx \min$, а входное сопротивление – $Z_0 = 1/Y_0 \approx \max$. Приближённое равенство для проводимости в точке резонанса использовано потому, что минимум суммарной активной проводимости ветвей не соответствует частоте резонанса. Поэтому минимум полной проводимости несколько смещён относительно резонансной частоты.

Реактивные мощности ветвей контура в режиме резонанса одинаковы и имеют разные знаки $Q_1 = B_1 U^2 = Q_2 = B_2 U^2$. Это значит, что при резонансе токов, также как при резонансе напряжений, между катушкой индуктивности и конденсатором происходит периодический обмен энергией без участия источника питания, мощность которого расходуется только на покрытие потерь энергии в активных сопротивлениях.

Раскрывая реактивные проводимости ветвей через параметры цепи, получим условие резонанса в виде:

$$\frac{\omega_0' L}{R_1^2 + \left(\omega_0' L\right)^2} = \frac{1/\left(\omega_0' C\right)}{R_1^2 + \left[1/\left(\omega_0' C\right)\right]^2}, \qquad (2.45)$$

где ω_0' – резонансная частота.

Из равенства (2.45) после преобразований получим:

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}\,. \qquad (2.46)$$

Анализ выражений (2.45)-(2.46) позволяет отметить ряд особенностей явления резонанса в параллельном контуре:

1) Резонансная частота зависит не только от параметров реактивных элементов контура, но и от активных сопротивлений R_1 и R_2. Поэтому, в отличие от последовательного контура, резонанс в цепи можно создать вариацией пяти параметров. Причём, изменением индуктивности или ёмкости в контуре можно создать два резонансных режима, в чём легко убедиться, анализируя условие резонанса. Выражение (2.45) является квадратным уравнением относительно L или C, и при определённых соотношениях остальных величин может дать два вещественных решения.

2) Резонанс возможен только в том случае, если *оба* активных сопротивления больше или меньше ρ, т.к. иначе подкоренное выражение в (2.46) отрицательно.

3) Если $R_1 = R_2 = \rho$, то подкоренное выражение в (2.46) неопределённо и на практике это означает, что сдвиг фаз между током и напряжением на входе контура равен нулю при любой частоте.

4) В случае $R_1 \ll \rho;\ R_2 \ll \rho$ резонансная частота параллельного контура практически равна резонансной частоте последовательного контура $\omega_0' \approx \omega_0$.

Сложность выражения (2.45) затрудняет анализ резонансных явлений в общем виде, поэтому его обычно проводят для идеального параллельного контура рис. 2.26, *в*. В этом случае $B_1 = 1/(\omega L);\ B_2 = \omega C;\ B = B_1 - B_2$ и частотные характеристики проводимостей имеют вид, приведённый на рис. 2.28, *а*. При частотах ниже резонансной эквивалентная проводимость $B > 0$ имеет индуктивный характер. При возрастании частоты в диапазоне от ω_0 до ∞ $B < 0$, т.е. имеет ёмкостный характер.

Резонансные кривые идеального контура без потерь для токов в ветвях и входного тока при условии $U = \text{const}$ показаны на рис. 2.28, *б*. В реальном контуре активная проводимость отлична от нуля при любой частоте, поэтому входной ток не обращается в нуль.

Обычно потери в конденсаторе существенно меньше потерь в катушке. В этом случае $R_2 \approx 0$ и схема замещения цепи имеет вид рис. 2.26, *б*.

Резонансная частота такого контура

$$\omega_0' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(R_1 / \rho\right)^2} \ . \qquad (2.47)$$

ниже частоты идеального контура. Из выражения (2.27) следует, что резонанс возможен только, если $Q = \rho / R_1 > 1$

Резонансная кривая тока для схемы рис. 2.26, *б* приведена на рис. 2.28, *в*. Здесь же для сравнения штриховой линией показана резонансная кривая идеального контура. Из рисунка видно, что резонансные кривые контуров существенно отличаются. При нулевой частоте ток реального контура ограничен активным сопротивление катушки R_1. Минимум тока имеет конечное значение и смещён относительно точки резонанса. Значение минимума и его смещение зависят от добротности контура $Q = \rho / R_1$. С увеличением добротности значение минимума уменьшается и смещение стремится к нулю. Уменьшается также различие резонансных частот реального и идеального контура. И в целом с ростом добротности кривая реального контура стремится к идеальной кривой.

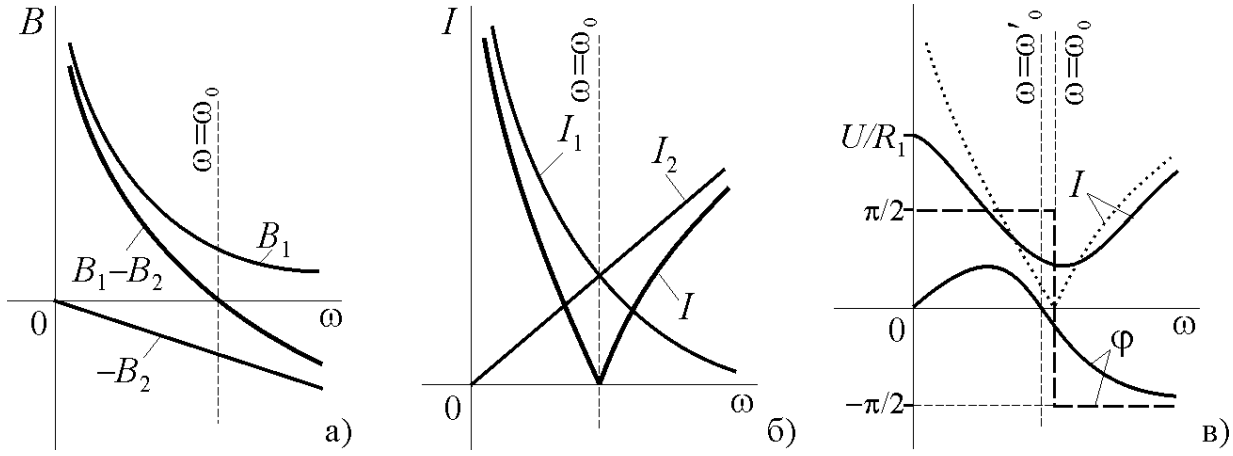


Рис. 2.28

Частотная характеристика фазового сдвига входного тока и напряжения $\varphi(\omega)$ приведена на рис. 2.28, *в*. Она имеет максимум в области частот $0 < \omega < \omega_0'$, степень выраженности которого зависит от добротности. По мере снижения добротности максимальное значение уменьшается и при $Q = 1$ исчезает максимум и точка пересечения характеристики с осью абсцисс, т.е. точка резонанса.

Частотные свойства последовательного и параллельного резонансных контуров во многом противоположны. Последовательный контур в режиме резонанса обладает малым входным сопротивлением, а параллельный – большим. При низких частотах реактивное сопротивление последовательного контура имеет ёмкостный характер, а параллельного – индуктивный. В последовательном контуре при резонансе наблюдается усиление напряжения на реактивных элементах, а в параллельном – тока в них. Всё это позволяет использовать явление резонанса в различных контурах и сочетаниях контуров

для эффективной обработки сигналов, выделяя или подавляя в них заданные частоты или диапазоны частот.

Вопросы для самопроверки

1. Какое явление называется резонансом в электрической цепи?
2. Какому условию должен удовлетворять двухполюсник, чтобы в нём мог возникнуть режим резонанса?
3. Что такое резонансный контур?
4. Какой тип резонанса возможен в последовательном (параллельном) контуре?
5. Почему резонанс в последовательном (параллельном) контуре называется резонансом напряжений (токов)?
6. Какие параметры элементов контура можно изменять, чтобы создать режим резонанса?
7. Что такое характеристическое сопротивление контура?
8. В каком случае входное напряжение последовательного контура в режиме резонанса будет меньше напряжений на реактивных элементах?
9. Чем определяется соотношение входного напряжения в режиме резонанса и напряжения на реактивных элементах?
10. Поясните физическую природу того, что напряжения на реактивных элементах в режиме резонанса могут превышать входное напряжение последовательного контура.
11. Как влияет величина добротности контура на частотные характеристики?
12. В каком случае входной ток параллельного контура в режиме резонанса будет меньше токов в реактивных элементах?
13. В каком случае входной ток параллельного контура в режиме резонанса будет равен нулю?
14. В каком случае параллельный контур будет находится в режиме резонанса при всех частотах?
15. В каком случае в параллельном контуре режим резонанса невозможен?
16. От чего зависит величина входного тока параллельного контура в режиме резонанса?

2.2.7. Цепи с индуктивно связанными элементами

Элементы электрической цепи могут располагаться в пространстве таким образом, что создаваемые ими магнитные потоки будут частично сцепляться с контурами (охватывать контуры) протекания тока других элементов. На рис. 2.29 показаны две катушки индуктивности, расположенные таким образом, что при протекании в обмотке первой катушки тока i_1 часть её магнитного потока образует потокосцепление со второй катушкой Ψ_{21}.

Величина потокосцепления Ψ_{21} определяется током в первой катушке и некоторым коэффициентом M_{21}, зависящим от магнитных свойств среды, геометрии катушек и их взаимного положения в пространстве –

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1 . \qquad (2.48)$$

Коэффициент M_{21} называется *коэффициентом взаимной индукции или взаимной индуктивностью*. Единицей измерения взаимной индуктивности, также как и индуктивности, является генри [Гн].

При протекании тока по второй катушке будет создаваться потокосцепление с первой –

$$\Psi_{12} = M_{12} i_2 . \qquad (2.49)$$

Пользуясь теорией электромагнитного поля, можно показать, что

$$M_{12} = M_{21} = M .$$

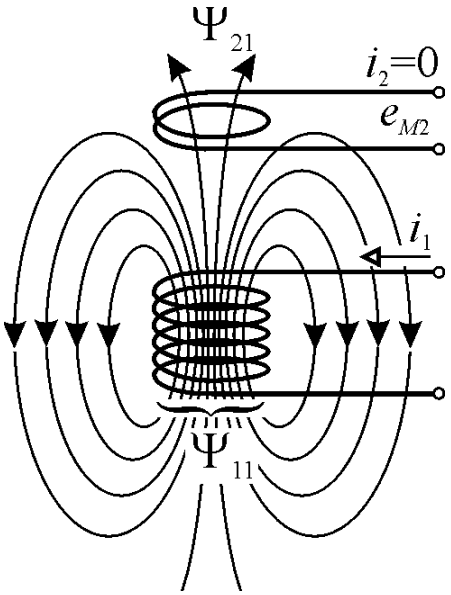


Рис. 2.29

Таким образом, полное потокосцепление каждой катушки будет состоять из собственного потокосцепления и потокосцепления, создаваемого другой катушкой. Причём магнитные потоки катушек могут быть иметь одинаковые или встречные направления. Взаимное направление потоков зависит от направления намотки витков катушек и направления протекания тока в них. Если магнитные потоки катушек направлены одинаково, то составляющие потокосцепления суммируются и такое включение называется *согласным*. В противном случае оно называется *встречным*. Учитывая это, можно представить полные потокосцепления катушек Ψ_1 и Ψ_2 в виде:

$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12}; \quad \Psi_2 = \Psi_{22} \pm \Psi_{21} \qquad (2.50)$$

где $\Psi_{11} = L_1 i_1$ и $\Psi_{22} = L_2 i_2$ – потокосцепления, создаваемые собственным током катушек или собственные потокосцепления. Положительный знак в (2.48) соответствует согласному включению катушек. Для определения взаимного направления потоков на схемах замещения условные начала обмоток помечают точкой (рис. 2.30). Если в обеих катушках положительные направления токов одина-

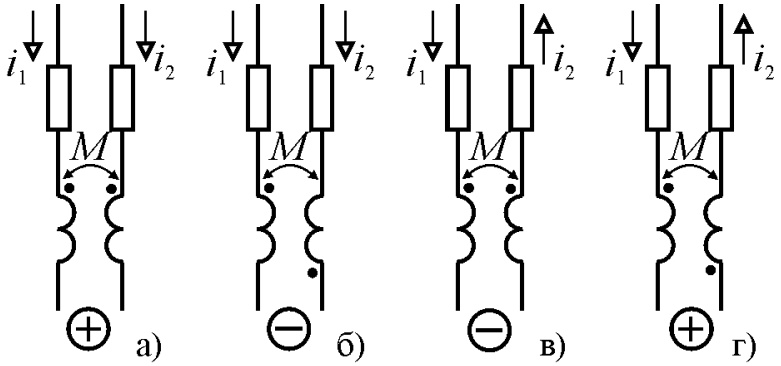


Рис. 2.30

ково ориентированы по отношению к началам обмоток, то потоки направлены согласно.

В соответствии с законом электромагнитной индукции на участке электрической цепи, с которым сцепляется изменяющийся магнитный поток, наводится ЭДС равная скорости его изменения, поэтому, с учётом (2.48)-(2.50), в катушках будут наводиться ЭДС

$$e_{1L} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{d\left(\Psi_{11} \pm \Psi_{12}\right)}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} \mp M\frac{di_2}{dt} = -e_{L_1} \mp e_{M_1};$$
$$e_{2L} = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -\frac{d\left(\Psi_{22} \pm \Psi_{11}\right)}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt} \mp M\frac{di_1}{dt} = -e_{L_2} \mp e_{M_2}. \qquad (2.51)$$

Каждая составляющая полного потокосцепления создаёт в катушке свою ЭДС. Собственные потокосцепления катушек создают ЭДС самоиндукции e_{L_1} и e_{L_2}, а взаимные потокосцепления – ЭДС взаимной индукции e_{M_1} и e_{M_2}.

Пользуясь выражениями (2.51), можно определить падения напряжения на индуктивных элементах катушек

$$u_{1L} = -e_{1L} = u_{L_1} + u_{M_1} = L_1\frac{di_1}{dt} \pm M\frac{di_2}{dt};$$
$$u_{2L} = -e_{2L} = u_{L_2} + u_{M_2} = L_2\frac{di_2}{dt} \pm M\frac{di_1}{dt}, \qquad (2.52)$$

или в комплексной форме

$$\underline{U}_{1L} = j\omega L_1\underline{I}_1 \pm j\omega M\underline{I}_2;$$
$$\underline{U}_{2L} = j\omega L_2\underline{I}_2 \pm j\omega M\underline{I}_1. \qquad (2.53)$$

В результате того, что рассматриваемые нами катушки расположены в пространстве магнитных полей друг друга, в электрической цепи каждой из обмоток действуют ЭДС e_{M_1} и e_{M_2}, обусловленные током, протекающим в цепи другой обмотки. Таким образом, электрические цепи обмоток оказываются связанными друг с другом посредством магнитных полей катушек. Степень магнитной связи характеризуется *коэффициентом связи*

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{12}\Psi_{21}}{\Psi_1\Psi_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} < 1.$$

Коэффициент связи катушек всегда меньше единицы, т.к $\Psi_{12} < \Psi_{22}$ и $\Psi_{21} < \Psi_{11}$. Равенство единице возможно только, если собственные и взаимные потокосцепления равны друг другу, но это невозможно в принципе, т.к. всегда существуют потоки рассеяния, т.е. потоки сцепляющиеся только с одной обмоткой и не охватывающие контур другой.

Явление взаимной индукции лежит в основе большого количества технических устройств и целых областей техники. Это, прежде всего, трансформаторы, без которых невозможны эффективное производство и передача электрической энергии. Это значительная часть электрических машин, обес-

печивающих преобразование электрической энергии в механическую. В радиотехнике, автоматике, метрологии и других высокотехнологичных областях техники используется множество элементов и устройств, основанных на явлении взаимной индукции.

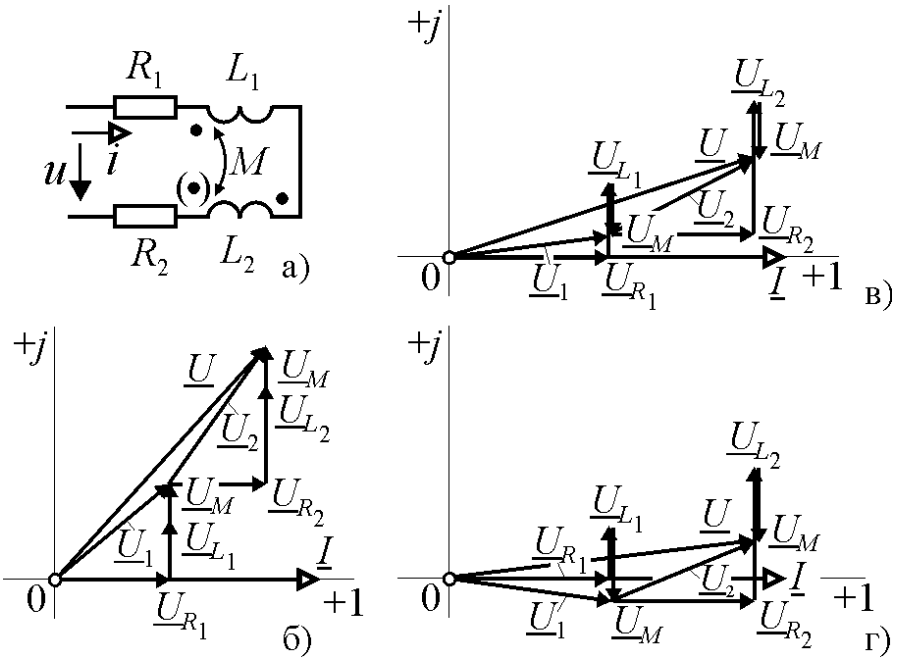


Рис. 2.31

Рассмотрим задачу анализа электрической цепи с индуктивно связанными элементами на примере последовательного соединения двух катушек (рис. 2.31, *а*[*]).

По второму закону Кирхгофа с учётом (2.52) и того, что в обеих катушках протекает одинаковый ток, для контура цепи можно составить уравнения для мгновенных значений

$$u = u_{R_1} + u_{1L} + u_{2L} + u_{R_2} = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + R_2 i =$$

$$= \left(R_1 + R_2\right) i + \left(L_1 + L_2 \pm M\right) \frac{di}{dt}$$

Переходя к комплексным значениям, получим уравнение

$$\begin{gathered} \underline{U} = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{L_1} \pm \underline{U}_M \pm \underline{U}_M + \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{R_2} = \\ = R_1 \underline{I} + j\omega \underline{I} \pm j\omega M \underline{I} \pm j\omega M \underline{I} + j\omega \underline{I} + R_2 \underline{I} = \\ = \left[\left(R_1 + R_2\right) + j\omega\left(L_1 + L_2 \pm 2M\right)\right] \underline{I} = \\ = \left[\left(R_1 + R_2\right) + j\left(X_{L_1} + X_{L_1} \pm 2X_M\right)\right] \underline{I} = \\ = \left(R + jX\right) \underline{I} \end{gathered} \qquad (2.54)$$

где $j\omega M = jX_M$ – комплексное сопротивление взаимной индуктивности.

[*] На схеме замещения рис. 2.31, *а* в скобках указано начало второй обмотки при встречном включении

Из уравнения (2.54) следует, что взаимная индуктивность катушек при согласном включении увеличивает реактивное сопротивление цепи, а при встречном – уменьшает.

На рис. 2.31 представлены векторные диаграммы для согласного (*б*) и встречного включения (*в-г*). Если индуктивность одной из катушек меньше взаимной индуктивности, то при встречном включении у неё наблюдается «ёмкостный » эффект (рис. 2.31, *г*), когда напряжение отстаёт по фазе от тока, протекающего через катушку. Но в целом реактивное сопротивление цепи имеет индуктивный характер, т.к. эквивалентная индуктивность $L = L_1 + L_2 - 2M > 0$ и ток отстаёт по фазе от напряжения.

Различие индуктивного сопротивления при согласном и встречном включении катушек позволяет измерить их взаимную индуктивность. Для этого измеряют ток, напряжением и активную мощность при двух схемах включения[**] и определяют реактивные сопротивления

$$X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2};\ X_2 = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2},$$

где $Z_1 = U_1 / I_1;\ Z_2 = U_2 / I_2$ – полные сопротивления, а $R_1 = P_1 / I_1^2;\ R_2 = P_2 / I_2^2$ – активные сопротивления цепи при первом и втором измерениях. Пусть первое измерение соответствует согласному включению, тогда

$$X_1 = X_{L_1} + X_{L_2} + 2X_M;\ X_2 = X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M.$$

Вычитая одно значение из другого, получим

$$X_1 - X_2 = 4X_M = 4\omega M$$

$$\Downarrow \qquad (2.55)$$

$$M = \frac{|X_1 - X_2|}{4\omega}$$

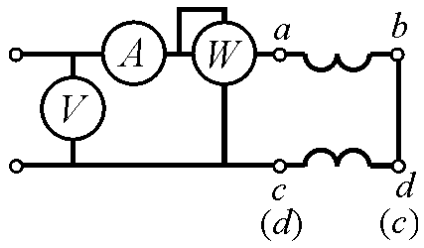


Рис. 2.32

Следовательно, зная частоту ω, при которой производились измерения, можно определить значение взаимной индуктивности. При этом принятое при выводе выражения (2.55) условие соответствия первого измерения согласному включению требуется только для определённости в записи выражений для X_1 и X_2. При расчёте по формуле (2.55) знак разности не имеет значения.

Для маркировки выводов катушек, начал обмоток или концов, достаточно произвести два измерения тока при разных включениях и одинаковом напряжении питания. Меньший ток будет соответствовать согласному включению.

[**] На рис. 2.32 точки подключения второй катушки при втором измерении указаны в скобках

Вопросы для самопроверки

1. В каком случае между электрическими цепями возникает магнитная связь?
2. По какому признаку определяется согласное и встречное включение катушек?
3. Что такое коэффициент связи катушек?
4. Почему коэффициент связи катушек не может быть равен единице?
5. Как определить начала и концы двух катушек?
6. Нарисуйте электрическую схему для определения начал и концов двух катушек.

3. Трёхфазные цепи

Трёхфазные цепи являются основным видом электрических цепей, используемых при производстве, передаче и распределении электрической энергии. Они являются частным случаем симметричных многофазных цепей, под которыми понимают совокупность электрических цепей с источниками синусоидальных ЭДС, имеющими одинаковые амплитуды и частоты и смещёнными по фазе относительно друг друга на одинаковый угол. В технике используются также другие многофазные цепи. Шести и двенадцатифазные – в силовых выпрямительных установках, двухфазные – в автоматике, но наибольшее распространение имеют именно трёхфазные системы питания. Это связано с тем, что трёхфазная система является минимально возможной симметричной системой*, обеспечивающей:

- экономически эффективное производство, передачу и распределение электроэнергии;
- эффективное преобразование электрической энергии в механическую посредством машин с вращающимся магнитным полем;
- возможность использования потребителем двух различных напряжений питания без дополнительных преобразований.

3.1. Получение трёхфазной системы ЭДС

Для создания трёхфазной электрической цепи требуются три источника ЭДС с одинаковыми амплитудами и частотами и смещенными по фазе на 120°. Простейшим техническим устройством, обеспечивающим выполнение этих условий, является синхронный генератор, функциональная схема которого приведена на рис. 3.1. Ротор (вращающаяся часть) генератора представляет собой электромагнит или постоянный магнит. На статоре (неподвижной части) генератора расположены три одинаковые обмотки, смещенные в пространстве друг относительно друга на 120°. При вращении ротора его маг-

* Двухфазные системы с фазовым смещением 90° не являются симметричными, т.к. в них сумма мгновенных значений фазных напряжений не равна нулю, а симметричная двухфазная система с фазовым смещением 180° не позволяет сформировать круговое вращающееся магнитное поле.

нитное поле меняет своё положение относительно обмоток и в них наводятся синусоидальные ЭДС. Частота и амплитуда ЭДС обмоток определяется частотой вращения ротора ω, которая в промышленных генераторах поддерживается строго постоянной. Равенство ЭДС обмоток обеспечивается идентичностью их конструктивных параметров, а фазовое смещение – смещением обмоток в пространстве.

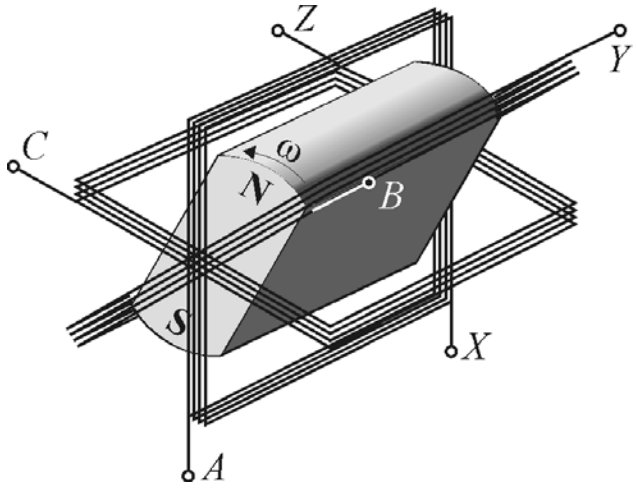


Рис. 3.1

Начала обмоток генератора обозначаются буквами латинского алфавита *A*, *B*, *C*, а их концы *X*, *Y*, *Z*. Последовательность, в которой фазные ЭДС проходят через одинаковые состояния, например, через нулевые значения, называется *порядком чередования фаз*. В электрических сетях этот порядок жёстко соблюдается, т.к. его нарушение может привести к серьёзным экономическим последствиям и к угрозе жизни и здоровью людей. В отечественной литературе принято обозначать ЭДС источников индексами, соответствующими обозначению начал обмоток, т.е. *A-B-C*.

Пусть начальная фаза ЭДС e_A равна нулю, тогда мгновенные значения ЭДС обмоток генератора равны:

$$e_A = E_m \sin \omega t; \qquad e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3);$$
$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

или в комплексной форме:

$$\underline{E}_A = Ee^{j0} = E(1 + j0); \quad \underline{E}_B = Ee^{-j2\pi/3} = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \tag{3.1}$$
$$\underline{E}_C = Ee^{-j4\pi/3} = Ee^{j2\pi/3} = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

На рис. 3.2 показаны графики мгновенных значений и векторная диаграмма ЭДС. Вектор $\underline{E}_A$ направлен по вещественной оси[**], вектор $\underline{E}_B$ отстаёт от него по фазе на 120°, а вектор $\underline{E}_C$ опережает $\underline{E}_A$ на такой же угол.

Основным свойством симметрии многофазных систем является *равенство нулю суммы мгновенных значений ЭДС, напряжений и токов*, т.е.

$$e_A + e_B + e_C = 0 \Leftrightarrow \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0. \tag{3.2}$$

[**] Ось вещественных чисел в теории трёхфазных цепей принято направлять вверх.

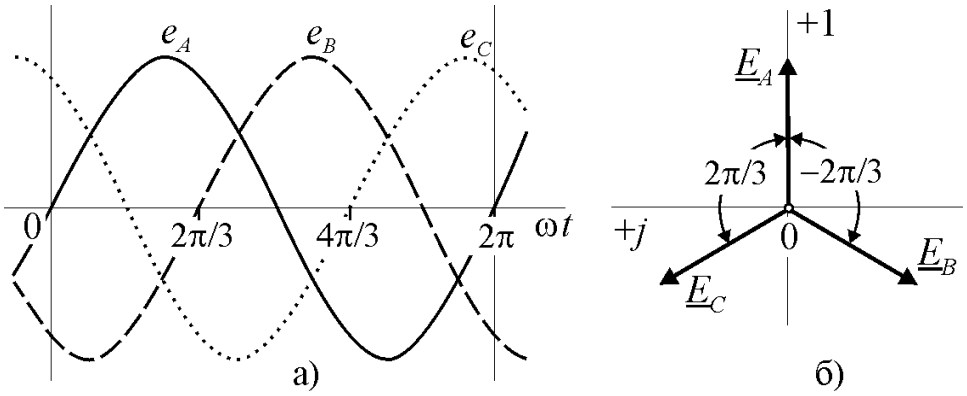


Рис. 3.2

В этом можно удостовериться, сложив комплексные числа в выражениях (3.1). Обеспечение симметрии системы является необходимым условием её эффективной работы.

Вопросы для самопроверки

1. Какими преимуществами обладают трёхфазные системы энергоснабжения?
2. Как получают трёхфазную систему ЭДС?
3. Каким свойством обладают симметричные многофазные системы?
4. Что такое порядок чередования фаз?
5. Что такое симметричная система ЭДС (токов, напряжений)?

3.2. Связывание цепей трёхфазной системы

Если к каждой обмотке трёхфазного генератора подключить нагрузку, то три отдельные электрические цепи (рис. 3.3, *а*[***]) образуют *трёхфазную несвязанную систему*. Каждая электрическая цепь, включающая источник ЭДС и нагрузку, называется *фазой*[****] трёхфазной цепи. Напряжения между началами и концами обмоток генератора и напряжения между началами (*a*, *b*, *c*) и концами (*x*, *y*, *z*) нагрузки называются *фазными напряжениями*. Если сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь, то $\underline{U}_A = -\underline{E}_A = \underline{U}_a$, $\underline{U}_B = -\underline{E}_B = \underline{U}_b$, $\underline{U}_C = -\underline{E}_C = \underline{U}_c$. Токи $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$, протекающие в фазах называются *фазными токами*.

В несвязанной трёхфазной системе источники электрической энергии и нагрузка соединены шестью проводами (рис. 3.3, *а*) и представляют собой три независимые электрические цепи. Очевидно, что такая система ничем не отличается от трёх однофазных цепей. Если же обмотки генератора и нагрузки фаз соединить между собой, то образуется связанная трёхфазная цепь. На рис. 3.3, *б* показана трёхфазная цепь, в которой фазы генератора и нагрузка соединены звездой. Узлы соединений обмоток генератора и фаз нагрузки на-

[***] Обмотки генератора на схемах замещения показаны как источники ЭДС. Здесь и далее на рисунках положительные направления ЭДС, напряжений и токов показаны так, как они приняты в теории трёхфазных цепей.

[****] Это название совпадает с термином «фаза», как состояние или аргумент синусоидальной функции, поэтому различить их можно только по контексту.

зываются *нейтральными (нулевыми) точками* или *нейтралями* (*N*, *n* на 3.3, *б*), а провод, соединяющий эти точки – *нейтральным (нулевым) проводом*.

Проводники, соединяющие генератор и нагрузку, называются *линейными проводами*, а напряжения между линейными проводами (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} на рис. 3.3, *б*) – *линейными напряжениями*.

В связанной системе генератор и нагрузка соединены только четырьмя проводами и такая система называется *четырёхпроводной*. В некоторых случаях, как мы увидим далее, число проводов может быть уменьшено до трёх.

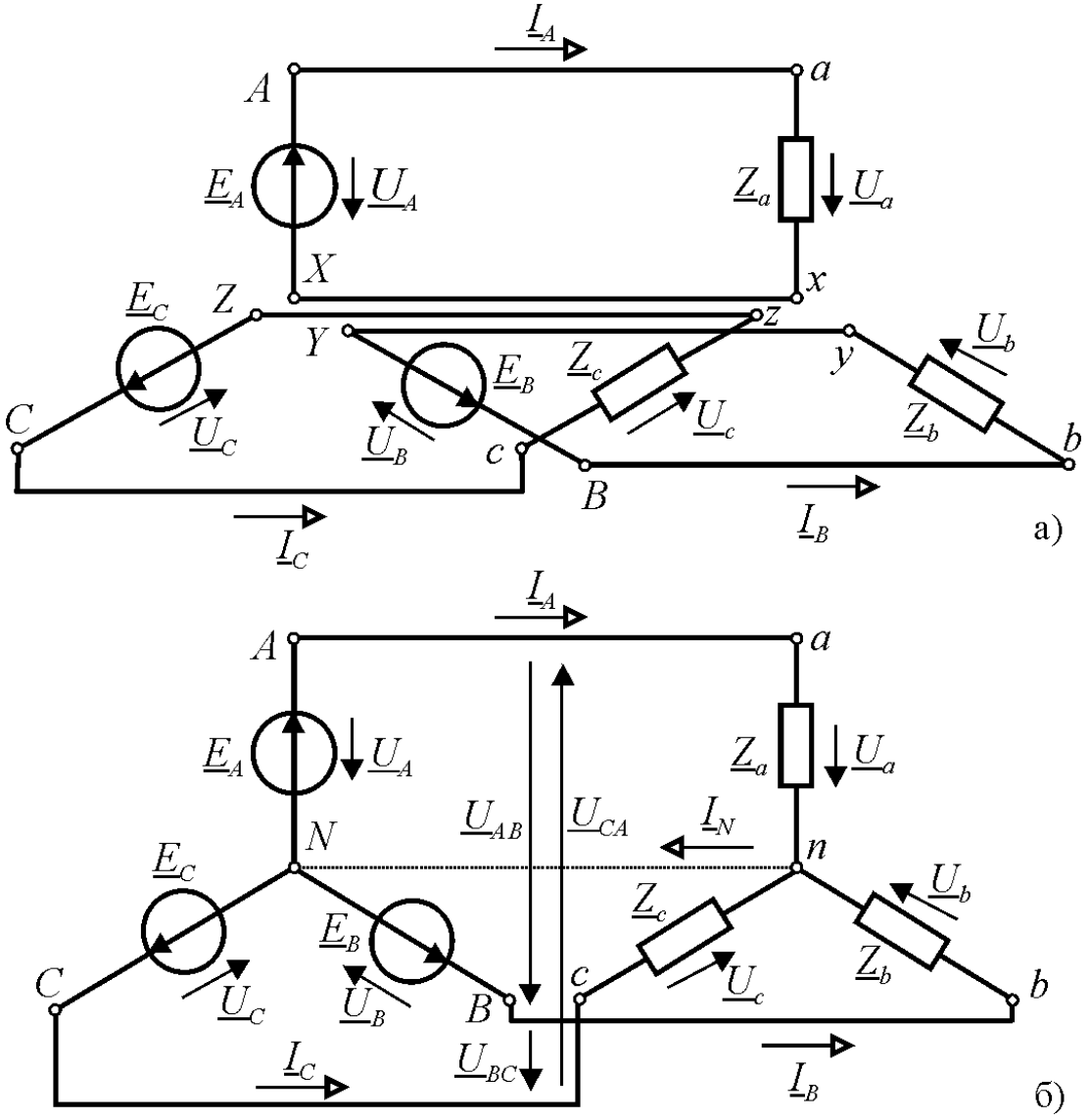


Рис. 3.3

Уменьшение числа проводов существенно снижает стоимость и эксплуатационные расходы линий передачи и распределения электроэнергии.

Связать отдельные цепи можно также треугольником, но обмотки генераторов обычно соединяют звездой. В этом случае с помощью второго закона Кирхгофа можно установить соотношения между комплексными фазными и линейными напряжениями генератора (рис. 3.3, *б*):

$$\underline{U}_{AB}=\underline{U}_A-\underline{U}_B;\ \underline{U}_{BC}=\underline{U}_B-\underline{U}_C;\ \underline{U}_{CA}=\underline{U}_C-\underline{U}_A. \qquad (3.3)$$

В симметричной трёхфазной системе фазные напряжения одинаковы

$$U_A=U_B=U_C=U_\text{ф}.$$

Подставляя комплексные фазные напряжения в первое уравнение (3.3), получим:

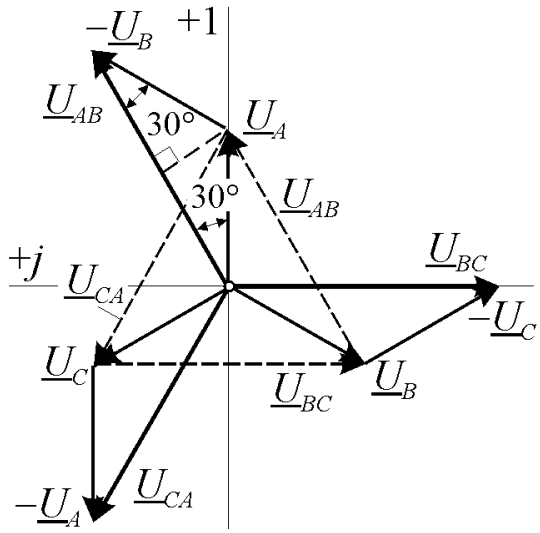


Рис. 3.4

$$\underline{U}_{AB}=U_\text{ф}-U_\text{ф}\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{U_\text{ф}}{2}\left(3+j\sqrt{3}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\left|\underline{U}_{AB}\right|=\frac{U_\text{ф}}{2}\sqrt{3^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=U_\text{ф}\sqrt{3}$$

Это соотношение можно получить также геометрическими построениями в треугольнике векторов $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_A, \underline{U}_B$ на рис. 3.4. Отсюда, с учётом равенства линейных напряжений:

$$U_{AB}=U_{BC}=U_{CA}=U_\text{л}=U_\text{ф}\sqrt{3}. \qquad (3.4)$$

Вопросы для самопроверки

1. Что понимают под фазой трёхфазной сети?
2. Дайте определения фазных, линейных и нейтральных (нулевых) проводов.
3. Дайте определения фазных и линейных токов и напряжений.
4. Сколько существует способов связи источников и нагрузки в трёхфазной сети?
5. Как соотносятся между собой фазные и линейные напряжения симметричного трёхфазного источника?

3.3. Расчёт цепи при соединении нагрузки звездой

В случае соединения нагрузки звездой фазные токи равны линейным, т.е. $\underline{I}_\text{ф}=\underline{I}_\text{л}$.

3.3.1. Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом

При наличии в цепи нейтрального провода, т.е. в четырёхпроводной сети, фазные напряжения нагрузки и генератора равны $\underline{U}_A=\underline{U}_a;\ \underline{U}_B=\underline{U}_b;\ \underline{U}_C=\underline{U}_c$ и комплексные фазные токи можно определить по закону Ома

$$\underline{I}_a=\underline{U}_A/\underline{Z}_a;\ \underline{I}_b=\underline{U}_B/\underline{Z}_b;\ \underline{I}_c=\underline{U}_C/\underline{Z}_c. \qquad (3.5)$$

Фазные токи объединяются в узлах *N* и *n* с током нейтрального провода и по закону Кирхгофа с учётом направлений токов можно составить уравнение:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_N . \qquad (3.6)$$

Нагрузка, у которой комплексные сопротивления фаз одинаковы $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\varphi}$, называется *симметричной*. В случае симметрии нагрузки фазные токи образуют симметричную систему (рис. 3.5, *а*), вследствие чего ток в нейтральном проводе отсутствует $\underline{I}_N = 0$.

При несимметричной нагрузке ток нейтрального провода $\underline{I}_N \neq 0$ и может значительных величин. На рис. 3.5, *б* приведён пример векторной диаграммы для случая активно-индуктивной нагрузки в фазах *a* и *c* и активно-ёмкостной в фазе *b*. Векторы токов в первых двух фазах смещены в сторону запаздывания по отношению к соответствующим напряжениям на углы φ_a и φ_c, а в фазе *b* – в сторону опережения на угол φ_b. Суммируя все три вектора, мы получим вектор тока нейтрального провода $\underline{I}_N$, с модулем, превосходящим модули фазных токов.

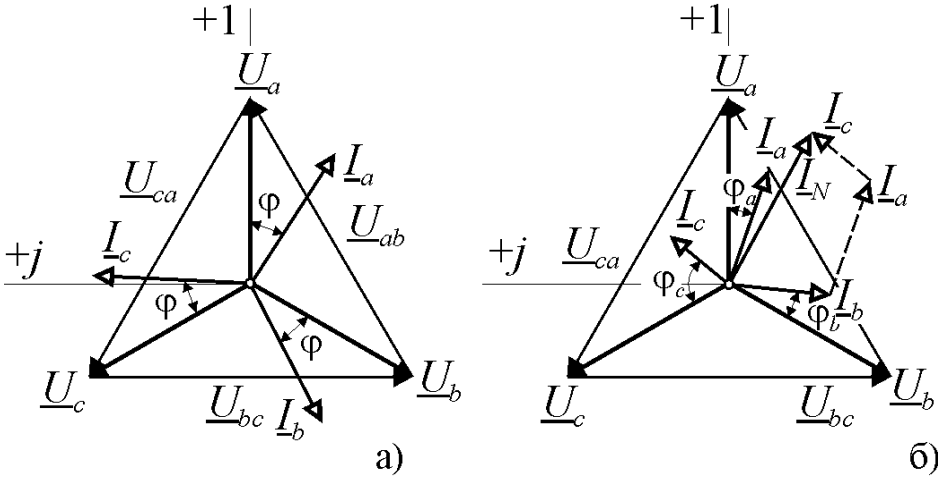


Рис. 3.5

Трёхфазные сети проектируют и эксплуатируют таким образом, чтобы нагрузка в них была по возможности симметричной. В этом случае ток нейтрального провода незначителен и его сечение можно существенно уменьшить по сравнению с сечением линейных проводов.

3.3.2. Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода

Отсутствие тока в нейтральном проводе при симметричной нагрузке означает, что этот провод вообще можно исключить и тогда трёхфазная сеть становится *трёхпроводной*.

Если нагрузку сети мысленно охватить замкнутой поверхностью, то по первому закону Кирхгофа для линейных проводов трёхпроводной сети, входящих в эту поверхность, можно составить уравнение

$$i_A + i_B + i_C = 0 \;\Leftrightarrow\; \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0 . \qquad (3.7)$$

Расчёт токов в трёхпроводной сети при симметричной нагрузке ничем не отличается от расчёта в сети с нейтральным проводом

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{U_\phi e^{j0}}{Z_\phi e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j\varphi}.$$

Идентичны в этом случае и векторные диаграммы токов и напряжений (рис. 3.6, *а*).

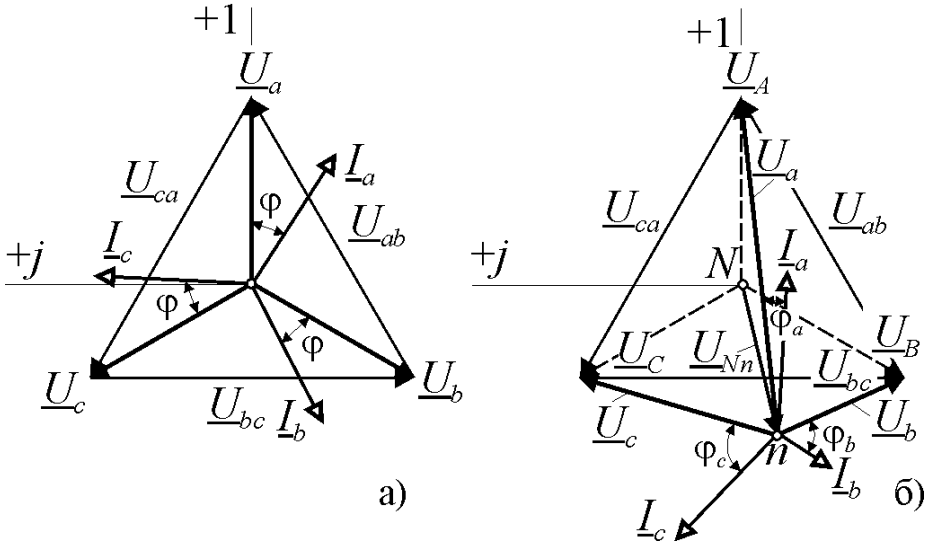


Рис. 3.6

Отсутствие симметрии нагрузки нарушает симметрию фазных токов и напряжений, в то время как фазные и линейные напряжения генератора остаются симметричными (рис. 3.6, *б*). В результате этого изменяется потенциал нейтральной точки *n* и между нейтралями генератора и нагрузки возникает разность потенциалов $\underline{U}_{Nn}$, называемая *смещением нейтрали*.

Эту разность потенциалов можно найти методом двух узлов

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A\underline{Y}_a + \underline{U}_B\underline{Y}_b + \underline{U}_C\underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}, \qquad (3.8)$$

где $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ – комплексные фазные напряжения генератора, а $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c$ – комплексные проводимости фаз нагрузки.

Отсюда можно найти фазные напряжения нагрузки

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn};\ \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn};\ \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}, \qquad (3.9)$$

а затем по закону Ома фазные токи

$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a\underline{U}_a;\ \underline{I}_b = \underline{Y}_b\underline{U}_b;\ \underline{I}_c = \underline{Y}_c\underline{U}_c. \qquad (3.10)$$

На рис. 3.6, *б* приведён пример векторной диаграммы токов и напряжений в трёхфазной сети с активно-индуктивной нагрузкой фаз *a* и *b* и активно-ёмкостной фазы *c*. Вследствие асимметрии нейтральная точка нагрузки *n* сместилась относительно нейтральной точки генератора *N*. Однако линейные напряжения нагрузки, определяемые ЭДС генератора, остались неизменными $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$, $\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$. Поэтому векторы фазных напряжений нагрузки $\underline{U}_a$, $\underline{U}_b$, $\underline{U}_c$ приходят в те же точки, что и векторы фазных напряже-

ний генератора $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$, $\underline{U}_C$ [*]. Относительно векторов $\underline{U}_a$, $\underline{U}_b$, $\underline{U}_c$ строятся векторы токов $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_c$ с учётом характера нагрузки в фазах.

Как следует из выражений (3.8)-(3.10), изменение нагрузки в любой фазе вызывает смещение нейтрали и изменение напряжений и токов в других фазах. Поэтому соединение звездой в трёхпроводной системе питания можно использовать только для симметричной нагрузки, например, для трёхфазных двигателей.

Вопросы для самопроверки

1. При каком условии наличие или отсутствие нулевого провода не влияет на режим работы нагрузки?
2. Почему нейтральный провод линий электропередачи имеет меньшее сечение, чем линейные провода?
3. В каком случае можно использовать трёхпроводную сеть вместо четырёхпроводной?
4. Что такое смещение нейтрали?
5. Как определяется величина смещения нейтрали?
6. Как рассчитываются фазные напряжения при наличии смещения нейтрали?
7. Почему в трёхпроводной системе изменение нагрузки одной фазы влияет на режим работы двух других?

3.4. Расчёт цепи при соединении нагрузки треугольником

В случае соединения нагрузки треугольником сопротивления фаз подключаются к линейным проводам (рис. 3.7, *а*). Фазные напряжения при этом оказываются равными линейным напряжениям генератора:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB};\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC};\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}.$$

Фазные токи рассчитываются по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{ab};\ \underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{bc};\ \underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{ca}. \qquad (3.11)$$

Линейные токи определяются через фазные по закону Кирхгофа для узлов *a*, *b*, *c*:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca};\ \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab};\ \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} \qquad (3.12)$$

При симметричной нагрузке $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{\text{ф}} = Z_{\text{ф}} e^{j\varphi}$ фазные токи смещены относительно фазных напряжений на одинаковый угол φ (рис. 3.7, *б*). Подставим в первое уравнение (3.11) фазные токи из (3.10)

$$\underline{I}_A = \left(\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}\right) / \underline{Z}_{\text{ф}}.$$

Тогда, с учётом того, что $\underline{U}_{AB} = U_{\text{л}} e^{j30^\circ} = U_{\text{л}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)$; $\underline{U}_{CA} = U_{\text{л}} e^{j150^\circ} = U_{\text{л}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)$ получим:

[*] На рисунке показаны штриховыми линиями

$$I_A = I_л = U_л\sqrt{3}/Z_ф = I_ф\sqrt{3}, \qquad (3.13)$$

т.е. при симметричной нагрузке соединённой треугольником линейные токи в трёхфазной цепи в $\sqrt{3}$ раз больше фазных.

В случае несимметричной нагрузки уравнения (3.11)-(3.12) остаются в

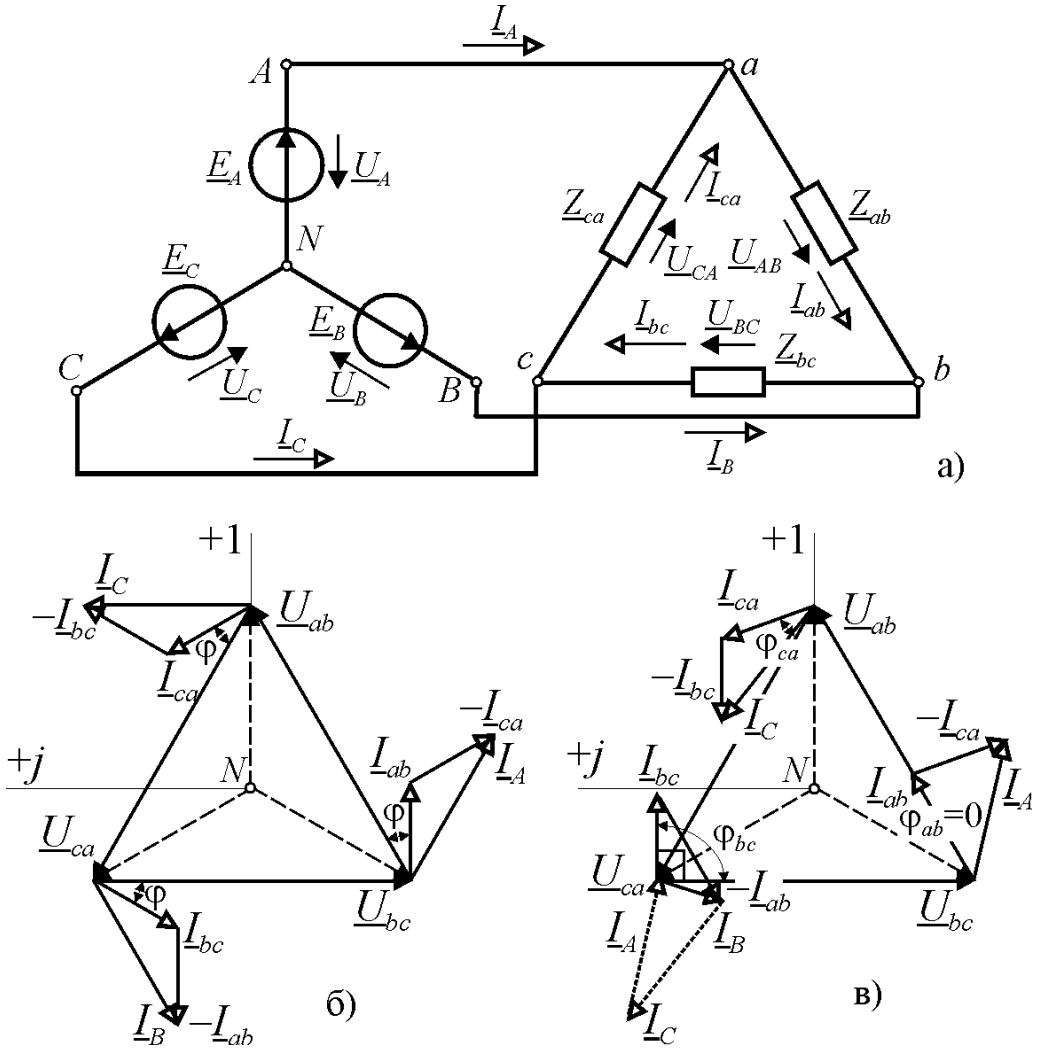


Рис. 3.7

силе, но расчёты по ним нужно вести для конкретных параметров.

В общем виде амплитудные и фазовые соотношения можно проследить на векторных диаграммах рис. 3.7. При симметричной активно-индуктивной нагрузке (рис. 3.7, *б*) векторы фазных токов $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ смещены относительно векторов фазных напряжений $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ на угол φ. Векторы линейных токов $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ строятся в соответствии с выражениями (3.12) и образуют симметричную систему.

Пример векторных диаграмм для активной, активно-индуктивной и ёмкостной нагрузки фаз *ab*, *bc* и *ca* приведён на рис. 3.7, *в*. В соответствии с характером нагрузки построены векторы фазных токов $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ по отноше-

нию к векторам фазных напряжений $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$. После чего построены векторы линейных токов $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ в соответствии с выражениями (3.12). В точке *c* штриховыми линиями показан треугольник линейных токов, иллюстрирующий выполнение условия (3.7) в трёхпроводной сети.

Так как в случае соединения треугольником напряжения на фазах нагрузки равны линейным напряжениям генератора и не зависят от напряжений других фаз, то изменение режима работы любой фазы не оказывает влияния на другие.

Вопросы для самопроверки

1. Как определяются линейные токи?
2. Как соотносятся между собой фазные и линейные токи при симметричной нагрузке?
3. При каком условии сумма мгновенных значений линейных токов будет равна нулю?
4. Почему при соединении нагрузки треугольником в трёхпроводной сети отсутствует взаимное влияние фазной нагрузки?

3.5. Мощность трёхфазной цепи

3.5.1. Мощность при несимметричной нагрузке

Каждая фаза нагрузки представляет собой отдельный элемент электрической цепи, в котором происходит преобразование энергии или её обмен с источником питания. Поэтому активная и реактивная мощности трёхфазной цепи равны суммам мощностей отдельных фаз:

$P = P_a + P_b + P_c;\quad Q = Q_a + Q_b + Q_c$ – для соединения звездой;

$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca};\ Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}$ – для соединения треугольником.

Активная и реактивная мощности каждой фазы определяются так же, как в однофазной цепи:

$$P_\text{ф} = U_\text{ф} I_\text{ф} \cos\varphi_\text{ф} = R_\text{ф} I_\text{ф}^2;\ Q_\text{ф} = U_\text{ф} I_\text{ф} \sin\varphi_\text{ф} = X_\text{ф} I_\text{ф}^2. \qquad (3.14)$$

Полная мощность трёхфазной цепи равна:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

причём $S \neq S_a + S_b + S_c;\ \ S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$.

Полную мощность можно представить также в комплексной форме. Например, для соединения нагрузки звездой:

$$\underline{S} = P + jQ = \left(P_a + P_b + P_c\right) + j\left(Q_a + Q_b + Q_c\right) =$$

$$= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \overset{*}{\underline{I}}_a + \underline{U}_b \overset{*}{\underline{I}}_b + \underline{U}_c \overset{*}{\underline{I}}_c$$

3.5.2. Мощность при симметричной нагрузке

При симметричной нагрузке мощности всех фаз одинаковы, поэтому её можно определить, умножив на три выражения (3.14):

$$P = 3P_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos\varphi_{\text{ф}} = 3R_{\text{ф}} I_{\text{ф}}^2;$$
$$Q = 3Q_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \sin\varphi_{\text{ф}} = 3X_{\text{ф}} I_{\text{ф}}^2; \qquad (3.15)$$
$$S = 3S_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}}.$$

Фазные токи и напряжения в (3.15) можно выразить через линейные с учётом того, что при симметричной нагрузке и соединении её звездой $U_{\text{ф}} = U_{\text{л}} / \sqrt{3};\ I_{\text{ф}} = I_{\text{л}}$, а при соединении треугольником – $U_{\text{ф}} = U_{\text{л}};\ I_{\text{ф}} = I_{\text{л}} / \sqrt{3}$. Подставляя эти соотношения в (3.15), мы получим для обеих схем соединения одинаковые выражения для мощности:

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos\varphi_{\text{ф}};\ \ Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin\varphi_{\text{ф}};$$
$$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}. \qquad (3.16)$$

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется мощность трёхфазной сети при несимметричной нагрузке?
2. Какое условие выполняется для активной и реактивной мощности трёхфазной сети и не выполняется для полной?
3. Какими величинами нужно воспользоваться для вычисления мощности, чтобы выражения не зависели от схемы соединения симметричной нагрузки?

4. Электрические цепи несинусоидального тока

Периодические несинусоидальные токи и напряжения в электрических цепях возникают в случае действия в них несинусоидальных ЭДС и/или наличия в них нелинейных элементов. Реальные ЭДС, напряжения и токи в электрических цепях синусоидального переменного тока по разным причинам отличаются от синусоиды. В энергетике появление несинусоидальных токов или напряжений нежелательно, т.к. вызывает дополнительные потери энергии. Однако существуют большие области техники (радиотехника, автоматика, вычислительная техника, полупроводниковая преобразовательная техника), где несинусоидальные величины являются основной формой ЭДС, токов и напряжений.

В этом разделе мы рассмотрим методы расчёта линейных электрических цепей при воздействии на них источников периодических несинусоидальных ЭДС.

4.1. Разложение периодической функции в тригонометрический ряд

Как известно, всякая периодическая функция, имеющая конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов за период, может быть разложена в тригонометрический ряд (ряд Фурье):

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m}\sin(\omega t + \phi_1) + A_{2m}\sin(2\omega t + \phi_2) + \ldots = \\ = \sum_{k=0}^{\infty} A_{km}\sin(k\omega t + \phi_k) \qquad (4.1)$$

где при $k = 0$ – $A_{km} = A_0$; $\phi_k = \phi_0 = \pi/2$.

Первый член ряда A_0 называется *постоянной составляющей*, второй член $A_{1m}\sin(\omega t + \phi_1)$ – *основной или первой гармоникой*. Остальные члены ряда называются *высшими гармониками*.

Если в выражении (4.1) раскрыть синусы суммы каждой из гармоник, то оно примет вид:

$$f(\omega t) = A_0 + B_{1m}\sin\omega t + B_{2m}\sin 2\omega t + \ldots + B_{km}\sin k\omega t + \ldots + \\ C_{1m}\cos\omega t + C_{2m}\cos 2\omega t + \ldots + C_{km}\cos k\omega t + \ldots = \qquad (4.2)$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km}\sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km}\cos k\omega t$$

где $B_{km} = A_{km}\cos\phi_k$; $C_{km} = A_{km}\sin\phi_k$.

В случае аналитического задания функции $f(\omega t)$ коэффициенты ряда (4.2) могут быть вычислены с помощью следующих выражений:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)\,d(\omega t);$$

$$B_{km} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)\sin(k\omega t)\,d(\omega t);$$

$$C_{km} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)\cos(k\omega t)\,d(\omega t)$$

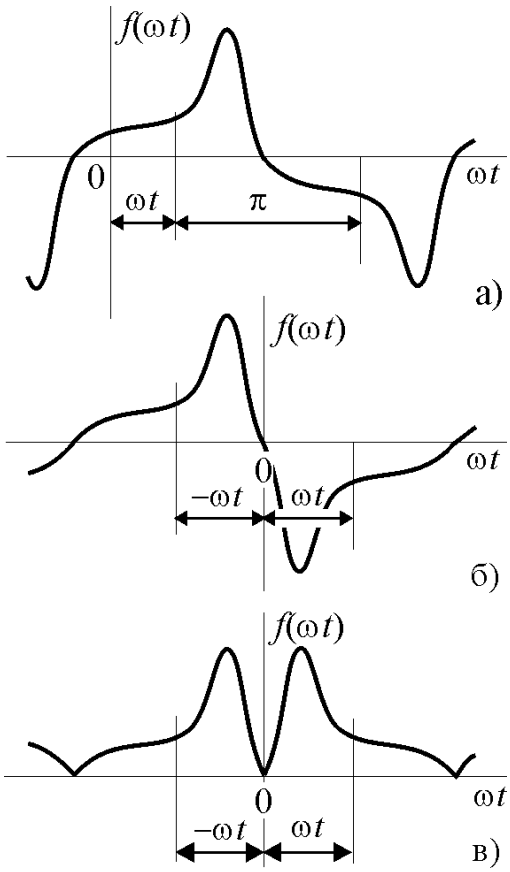


Рис. 4.1

после чего можно также перейти к форме (4.1)

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2};\ \phi_k = \text{arctg}(C_{km}/B_m).$$

Коэффициенты ряда Фурье большей части периодических функций встречающихся в технике приводятся в справочных данных. Полезно, однако, запомнить ряд признаков, по которым можно сразу определить состав ряда.

Функции вида $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$ называются симметричными относительно оси абсцисс (рис. 4.1, *а*). В этом случае ряд не содержит постоянной составляющей и

четных гармоник:

$$f(\omega t)=\sum_{k=0}^{\infty}A_{km}\sin\left[(2k+1)\omega t+\phi_k\right].$$

Если для функции выполняется условие $f(\omega t)=-f(-\omega t)$ (рис. 4.1, *б*), то такая функция называется симметричной относительно оси ординат и её ряд не содержит постоянной составляющей и четных функций (косинусов):

$$f(\omega t)=\sum_{k=1}^{\infty}A_{km}\sin k\omega t\,.$$

Выпрямление сигнала, представленного функцией вида рис. 4.1, *б*, приведёт к функции вида рис. 4.1, *в*, для которой справедливо условие $f(\omega t)=f(-\omega t)$. Ряд этой функции не содержит нечетных функций (синусов):

$$f(\omega t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_{km}\cos k\omega t\,.$$

Таким образом, в общем случае периодические несинусоидальные ЭДС, токи и напряжения можно представить тригонометрическими рядами вида:

$$\begin{aligned}e&=E_0+\sum_{k=1}^{\infty}E_{km}\sin(k\omega t+\phi_{ek});\\ u&=U_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_{km}\sin(k\omega t+\phi_{uk});\\ i&=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\sin(k\omega t+\phi_{ik}).\end{aligned}\qquad(4.3)$$

Вопросы для самопроверки

1. Отчего в электрических цепях возникают периодические несинусоидальные токи?
2. Дайте определение постоянной составляющей, основной и высшим гармоникам.
3. Какие гармоники присутствуют в спектре функций симметричных относительно оси абсцисс (ординат)?

4.2. Основные характеристики периодических несинусоидальных величин

Одной из основных характеристик периодических величин является их действующее или эффективное значение. Эта величина определяется по тепловому эквиваленту с постоянным током и рассчитывается как среднеквадратичное значение. Для периодической несинусоидальной величины $f(\omega t)$, представленной разложением в ряд Фурье (4.1), действующее значение равно:

$$A=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(\omega t)\,dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{k=0}^{\infty}\left[A_{km}\sin(k\omega t+\phi_k)\right]^2 dt}=\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}A_k^2}\,. \quad (4.4)$$

Таким образом, действующее значение несинусоидальной величины зависит только от действующих значений гармоник $A_k=\sqrt{2}A_{km}$ и не зависит от их начальных фаз.

Подставляя в (4.4) соответствующие величины, получим выражения для ЭДС, напряжений и токов:

$$E=\sqrt{E_0^2+E_1^2+E_2^2+\ldots};\;\; U=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+\ldots};\;\; I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\ldots.} \quad (4.5)$$

Действующее значение несинусоидальной величины можно измерить приборами электромагнитной, электродинамической, тепловой и др. систем.

Кроме действующего значения для характеристики несинусоидальных величин используют среднее, среднее за половину периода и среднее по модулю или среднее выпрямленное значения.

Среднее значение определяется как

$$A_{cp}=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)\,dt$$

и является постоянной составляющей несинусоидальной величины.

Среднее по модулю значение называется также средним выпрямленным значением, т.к. математическая операция определения модуля функции технически реализуется устройством, называемым выпрямителем. Для функции $f(\omega t)$ среднее по модулю значение равно:

$$A_{cp}=\frac{1}{T}\int_0^T\left|f(\omega t)\right|dt\,.$$

Если несинусоидальная величина симметрична относительно оси абсцисс и не меняет знака в течение полупериода, то её среднее значение за половину периода равно среднему выпрямленному значению.

Среднее значение величин измеряют приборами магнитоэлектрической системы, а среднее по модулю – приборами магнитоэлектрической системы с выпрямителем.

Кривые несинусоидальных периодических величин отличаются бесконечным разнообразием. При этом часто требуется произвести оценку их гармонического состава и формы, не прибегая к точным расчётам. Для этого используют коэффициенты формы, амплитуды и искажений.

Коэффициент формы определяют как отношение действующего значения к среднему по модулю значению:

$$k_{\text{ф}}=A/A_{\text{ср}}\,.$$

Для синусоиды это значение равно $k_{\text{ф}} = \pi / \left(2\sqrt{2}\right) \approx 1{,}11$.

Коэффициент амплитуды определяют как отношение максимального $a_{\max}$ к действующему значению периодической функции:

$$k_{\text{а}} = a_{\max} / A .$$

Для синусоиды это значение равно $k_{\text{а}} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$.

Коэффициент искажений определяют как отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению всей функции:

$$k_{\text{и}} = A_1 / A .$$

Для синусоиды это значение равно $k_{\text{и}} = 1{,}0$.

Вопросы для самопроверки

1. Как определяются действующие значения периодических несинусоидальных величин?
2. Какими приборами можно измерить действующие значения несинусоидальных величин?
3. Что такое среднее значение несинусоидальной величины?
4. Почему среднее по модулю значение называется также средним выпрямленным значением?
5. В каком случае среднее значение величины равно её среднему выпрямленному значению?
6. Какими приборами измеряют среднее и среднее выпрямленное значения?
7. Дайте определения коэффициентам формы, амплитуды и искажений.
8. Чему равны значения коэффициентов формы, амплитуды и искажений для синусоидальной функции?

4.3. Мощность цепи несинусоидального тока

Активная мощность цепи несинусоидального тока определяется так же, как для цепи синусоидального тока, т.е. как среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T ui\,dt \qquad (4.6)$$

Подставляя в (4.6) выражения для напряжения и тока из (4.3), получим:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \left[U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \phi_{uk}) \right] \times \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \phi_{uk} - \varphi_k) \right] dt =$$

$$= U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k = \sum_{k=0}^{\infty} P_k$$

Таким образом, активная мощность при несинусоидальном токе равна сумме активных мощностей отдельных гармоник, включая постоянную составляющую, как гармонику с нулевой частотой ($\omega_0 = 0;\ \varphi_0 = 0$).

По аналогии с синусоидальным током можно ввести понятие *реактивной мощности*, как суммы реактивных мощностей гармонических составляющих, т.е.

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin\varphi_k = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k .$$

Также по аналогии вводится понятие *полной или кажущейся мощности*, как произведение действующих значений напряжения и тока

$$S = UI .$$

Активная мощность любой электрической цепи меньше полной, за исключением цепи, состоящей из идеальных резистивных элементов, для которой $P = S$. Отношение активной мощности к полной называется коэффициентом мощности и его можно приравнять косинусу некоторого угла φ, т.е.

$$P / S = \cos\varphi .$$

Такое же соотношение между активной и полной мощностью будет у двухполюсника в цепи синусоидального тока, если действующие значения напряжения и тока на его входе будут равны действующим значениям несинусоидального напряжения и тока, а сдвиг фазы синусоиды тока относительно напряжения будет равен φ. Такие синусоидальные величины называются *эквивалентными синусоидами* и используются для оценочных расчётов в цепях несинусоидального тока.

Вопросы для самопроверки

1. Чему равна активная (реактивная) мощность при несинусоидальном токе и/или напряжении в цепи?
2. Как определяется коэффициент мощности при несинусоидальном токе и/или напряжении в цепи?
3. Что такое эквивалентная(ые) синусоида(ы)?

4.4. Расчёт цепи несинусоидального тока

Расчёт цепи несинусоидального тока выполняется методом наложения для каждой гармоники ЭДС действующей в цепи. При расчёте можно пользоваться комплексным методом, учитывая, что индуктивное сопротивление для *k*-й гармоники равно $X_{kL} = \omega_k L = k\omega_1 L$, а ёмкостное – $X_{kC} = 1/(\omega_k C) = 1/(k\omega_1 C)$. Расчёт цепи для постоянной составляющей соответствует расчёту на постоянном токе, но его можно вести также как на переменном токе, полагая для реактивных сопротивлений $k = 0$. Тогда $X_{0L} = 0$, а $X_{0C} = \infty$. Следовательно, индуктивный элемент будет эквивалентен замыканию, а ёмкостный – разрыву цепи между точками включения.

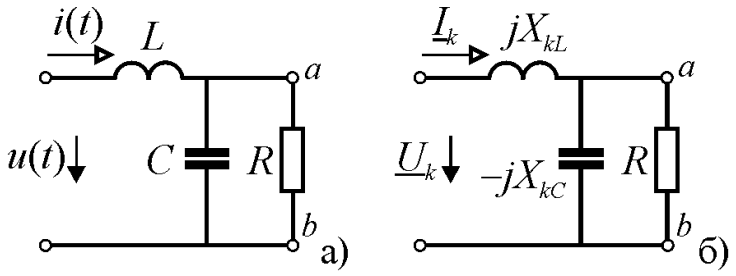


Рис. 4.2

Выполним в качестве примера расчёт входного тока, напряжения на активном сопротивлении и мощности для схемы замещения на рис. 4.2, *а* при двух значениях индуктивности. Активное сопротивление в данном случае является нагрузкой цепи, состоящей из индуктивного и ёмкостного элементов. Пусть входное напряжение равно $u(t) = 10,0 + 28,2\sin(1000t - \pi/6) + 7,07\sin(3000t + \pi/4)$ В. Параметры элементов цепи: R=20 Ом; C= 125 мкФ; L_1=2 мГн и L_2=20 мГн.

Спектр входного напряжения содержит постоянную составляющую, первую и третью гармоники. Представим отдельные гармоники входного напряжения в комплексной форме:

$$\underline{U}_0 = 10\ B;\ \ \underline{U}_1 = 20e^{-j\pi/6};\ \underline{U}_3 = 5e^{j\pi/4}$$

Реактивные сопротивления цепи для k-й гармоники можно представить в виде:

$$X_{kL} = k\omega_1 L = kX_{1L};\ \ X_{kC} = \frac{1}{k\omega_1 C} = \frac{X_{1C}}{k},$$

где $X_{1L} = \omega_1 L$ и $X_{1C} = 1/(\omega_1 C)$ – индуктивное и ёмкостное сопротивления на частоте основной гармоники. Тогда $X_{1L_1} = \omega_1 L_1 = 2$ Ом, $X_{1L_2} = \omega_1 L_2 = 20$ Ом и $X_{1C} = 1/(\omega_1 C) = 8$ Ом.

Комплексное сопротивление участка *ab* рис. 4.2, *б* на частоте k-й гармоники равно:

$$\underline{Z}_{k\,ab} = -j\frac{R \cdot X_{1C}/k}{R - jX_{1C}/k} = -j\frac{R \cdot X_{1C}}{k \cdot R - jX_{1C}}, \qquad (4.7)$$

а общее комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_k = jkX_{1L} + \underline{Z}_{k\,ab}. \qquad (4.8)$$

Комплексные значения гармоник токов и напряжения на активном сопротивлении определим по закону Ома:

$$\underline{I}_k = \underline{U}_k / \underline{Z}_k;\ \ \underline{U}_{kR} = \underline{U}_{kab} = \underline{Z}_{k\,ab}\underline{I}_k \qquad (4.9)$$

Подставляя в (4.7)-(4.9) k=0, 1, 3 при двух значениях X_{1L}, получим искомые величины и рассчитаем действующие значения напряжения и тока и активную мощность:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_3^2} = 22,9\ \text{В};\ \ I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2};$$
$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_3 I_3 \cos\varphi_3 \qquad (4.10)$$

Таблица 4.1

Результаты расчёта электрической цепи

L	k	$\underline{Z}_{k\,ab}$ [Ом]	$\underline{Z}_k$ [Ом]	$\underline{I}_k$ [А]	$\underline{U}_{k\,ab}$ [В]	$\underline{U}$ [В]	I [А]	P [Вт]
L_1	0	20	20	0,5	10,0	10,0	7,3	71,2
	1	$7{,}4\cdot e^{-j68{,}2°}$	$5{,}6\cdot e^{-j60{,}6°}$	$3{,}5\cdot e^{j30{,}6°}$	$26{,}4\cdot e^{-j37{,}6°}$	$20{,}0\cdot e^{-j30{,}0°}$		
	3	$3{,}9\cdot e^{-j78{,}7°}$	$0{,}78\cdot e^{j11{,}3°}$	$6{,}3\cdot e^{j33{,}7°}$	$25{,}0\cdot e^{-j45{,}0°}$	$5{,}0\cdot e^{j45{,}0°}$		
L_2	0	20	20	0,5	10,0	10,0	1,6	11,2
	1	$7{,}4\cdot e^{-j68{,}2°}$	$13{,}4\cdot e^{j78{,}1°}$	$1{,}5\cdot e^{-j108{,}1°}$	$11{,}1\cdot e^{-j176{,}3°}$	$20{,}0\cdot e^{-j30{,}0°}$		
	3	$3{,}9\cdot e^{-j78{,}7°}$	$36{,}2\cdot e^{j88{,}8°}$	$0{,}14\cdot e^{-j43{,}8°}$	$0{,}54\cdot e^{-j122{,}5°}$	$5{,}0\cdot e^{j45{,}0°}$		

Из расчётных значений видно, что на частоте третьей гармоники при индуктивности 2 мГн возникает режим близкий к резонансу напряжений ($\varphi_3 = 11{,}3°$) и напряжение на активном сопротивлении в пять раз превосходит входное напряжение на этой частоте. При этом модуль входного сопротивления составляет только 0,78 ома, поэтому действующее значение тока третьей гармоники достигает величины в 6,3 ампера и является основной составляющей действующего значения входного тока (I=7,3 А). На частоте первой гармоники напряжение на активном сопротивлении при этих параметрах также превосходит входное в 1,3 раза.

Увеличение индуктивности до 20 мГн приводит к тому, что напряжение первой гармоники на активном сопротивлении ослабляется приблизительно в 1,8 раза, а третьей – почти в 10 раз. Из выражения (4.7) следует, что с увеличением k модуль сопротивления $\underline{Z}_{k\,ab}$ уменьшается и в пределе стремится к нулю. Это значит, что при отсутствии резонанса высшие гармоники в спектре напряжения на активном сопротивлении будут подавляться.

В данных таблицы 4.1 следует обратить внимание на то, что для постоянной составляющей все величины вещественные и не зависят от параметров реактивных элементов, в частности, от индуктивности. Если в схеме рис. 4.2, *б* реактивные элементы заменить их сопротивлениями при нулевой частоте, то она будет состоять из активного сопротивления, подключённого к источнику с напряжением 10 В.

Таким образом, зависимость от частоты реактивных сопротивлений электрической цепи позволяет при определённом построении схемы и выборе параметров формировать в ней режимы, при которых будут усиливаться или ослабляться токи или напряжения заданной частоты или диапазона частот. Усиление или ослабление токов или напряжений определённой частоты называется *электрической фильтрацией*, а устройства, реализующие эту функцию – *электрическими фильтрами*.

Вопросы для самопроверки

1. Каков алгоритм расчёта цепи при действии на неё несинусоидальной ЭДС?

2. Что такое электрическая фильтрация и электрические фильтры? Для чего они используются?

5. Переходные процессы в электрических цепях

Переходные процессы в электрической цепи, это электромагнитные процессы, происходящие при изменении её состояния в течение некоторого промежутка времени.

Причиной того, что состояние цепи не может измениться мгновенно, является наличие энергии в электрических и магнитных полях, запас которой в переходном процессе должен перераспределиться между полями или быть преобразованным в неэлектрические виды энергии. Невозможность скачкообразного изменения состояния полей следует из необходимости использования для решения этой задачи источника электрической энергии бесконечной мощности, т.к. в этом случае $p = dw/dt = \infty$

В отличие от установившихся режимов, в которых состояние цепи определяется постоянными параметрами величин ЭДС, напряжения и тока, в переходных процессах эти параметры изменяются во времени. Поэтому переходные процессы описываются дифференциальными уравнениями. Однородными, если в цепи отсутствуют источники электрической энергии, или неоднородными, если такие источники есть.

В дальнейшем мы будем рассматривать переходные процессы, происходящие в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами при быстром (скачкообразном) изменении схемы соединений.

5.1. Коммутация. Законы коммутации. Начальные условия

Мгновенное изменение схемы соединения или параметров элементов электрической цепи называется *коммутацией*. Для описания коммутации используют понятие идеального ключа или просто ключа. *Идеальный ключ* это элемент электрической цепи, который может находиться в двух состояниях – нулевого и бесконечно большого активного сопротивления, и мгновенно менять своё состояние в заданный момент времени. Сопротивление реального технического устройства не может измениться мгновенно, но если время его изменения существенно меньше длительности последующего процесса, то можно считать коммутацию мгновенной. На схемах замещения ключ изображают в виде механического замыкающего, размыкающего или переключающего контакта (рис. 5.1, *а*, *б*, *в*). Иногда стрелкой показывают направление его движения при коммутации.

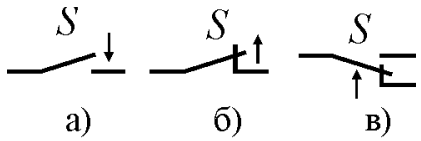


Рис. 5.1

При анализе переходных процессов отсчёт времени производят от момента коммутации $t = 0$ и вводят понятия момента времени, непосредственно

предшествующего коммутации $t = 0_-$, и момента времени, непосредственно следующего за коммутацией $t = 0_+$.

Из выражения для мощности индуктивного элемента цепи $p_L = u_L i_L = L\frac{di_L}{dt} i_L$ следует, что для скачкообразного изменения тока $di_L / dt = \infty \Rightarrow p_L = \infty$ требуется бесконечно большая мощность, поэтому ток в ветви с индуктивным элементом не может измениться скачкообразно и после коммутации сохраняет значение, которое было до коммутации. Этот вывод называется *первым законом коммутации* и математически записывается в виде:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) \qquad (5.1)$$

Аналогично можно заключить, что напряжение на ёмкостном элементе не может измениться скачкообразно, т.к. в этом случае мощность ёмкостного элемента $p_C = u_C i_C = u_C C\frac{du_C}{dt} = \infty\big|_{du_C/dt=\infty}$ будет бесконечно большой и в такой цепи не может быть обеспечен баланс мощностей. Этот вывод называется *вторым законом коммутации* и математически записывается в виде:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) \qquad (5.2)$$

Значения токов в индуктивных элементах цепи $i_L(0_-)$ и напряжений на ёмкостных элементах $u_C(0_-)$ непосредственно перед коммутацией называются *начальными условиями* переходного процесса. Если эти значения равны нулю, то такие условия называются *нулевыми начальными условиями*. В противном случае начальные условия *ненулевые*.

Вопросы для самопроверки

1. Почему состояние электрической цепи не может измениться мгновенно?
2. Что такое коммутация?
3. Что такое идеальный ключ?
4. Почему ток в индуктивном элементе не может измениться скачкообразно?
5. Почему напряжение на ёмкостном элементе не может измениться скачкообразно?
6. Что такое начальные условия?

5.2. Классический метод расчёта переходных процессов

Переходные процессы в электрических цепях описываются системой дифференциальных уравнений, составленных на основе законов Ома, Кирхгофа, электромагнитной индукции и др. для состояния цепи после коммутации. Для простых цепей эту систему уравнений можно исключением пере-

менных свести к одному в общем случае неоднородному дифференциальному уравнению относительно какой-либо величины:

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = C \qquad (5.3)$$

В качестве искомой величины выбирают либо ток в индуктивном элементе, либо напряжение на ёмкостном. Порядок уравнения n не превышает числа накопителей энергии в цепи (индуктивных и ёмкостных элементов).

Далее решение уравнения ищут в виде суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного дифференциального уравнения

$$a = a_{\text{уст}} + a_{\text{св}}.$$

В качестве частного решения выбирают решение для установившегося режима после коммутации, которое можно найти обычными методами расчёта цепей в установившемся режиме.

Общее решение однородного уравнения

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = 0 \qquad (5.4)$$

$a_{\text{св}}$ называется *свободной составляющей*, так как это решение соответствует процессам в цепи при отсутствии воздействия на неё источников электрической энергии. Если свободную составляющую представить экспонентой $a_{\text{св}} = Ae^{pt}$ и подставить в уравнение (5.4), то получим:

$$\left(B_0 p^n + B_1 p^{n-1} + \ldots + B_{n-1} p + B_n\right) Ae^{pt} = 0$$

$$\Downarrow \qquad (5.5)$$

$$B_0 p^n + B_1 p^{n-1} + \ldots + B_{n-1} p + B_n = 0$$

Последнее выражение (5.5) называется *характеристическим уравнением*. Оно получается формальной заменой производных в (5.4) на p^k, где k – порядок соответствующей производной.

Свободная составляющая решения представляет собой сумму n линейно независимых слагаемых вида $a_k = A_k e^{p_k t}$,

$$a_{\text{св}} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}. \qquad (5.6)$$

где p_k – корень характеристического уравнения (5.5).

Если в решении уравнения (5.5) есть корни кратности m, то соответствующие слагаемые в (5.6) имеют вид

$$a_l = A_l e^{p_l t};\ \ a_{l+1} = tA_{l+1} e^{p_l t};\ \ \ldots\ \ a_{l+m-1} = t^{m-1} A_{l+m-1} e^{p_l t}$$

При получении в решении уравнения (5.5) комплексно сопряженных пар корней, каждой паре корней $p_{q,q+1} = -\delta_q \pm j\omega_q$ в (5.6) будет соответствовать слагаемое вида

$$a_q + a_{q+1} = A_q e^{-\delta_q t} \sin(\omega_q + \psi_q).$$

На последнем этапе решения из начальных условий находят постоянные интегрирования A_k, ψ_q. Для этого определяют значение $a_{\text{св}}(0_+)$ и n-1 её производных в начальный момент времени $a'_{\text{св}}(0_+)$, $a''_{\text{св}}(0_+), \ldots a^{(n-1)}_{\text{св}}(0_+)$. Дифференцируя n-1 раз (5.6) и приравнивая полученные выражения начальным значениям, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования

$$\begin{aligned}
a_{\text{св}}(0_+) &= A_1 + A_2 + \ldots + A_n \\
a'_{\text{св}}(0_+) &= p_1 A_1 + p_2 A_2 + \ldots + p_n A_n \\
&\vdots \\
a^{(n-1)}_{\text{св}}(0_+) &= p_1^{n-1} A_1 + p_2^{n-1} A_2 + \ldots + p_n^{n-1} A_n
\end{aligned}$$

Вопросы для самопроверки

1. В какой форме ищут решение дифференциального уравнения, описывающего переходный процесс в цепи?
2. Что такое свободная составляющая решения?
3. Как получить характеристическое уравнение?
4. Какой вид имеют слагаемые свободной составляющей решения при различных корнях характеристического уравнения?
5. Как определяют постоянные интегрирования?

5.3. Переходные процессы в цепи с индуктивным и резистивным элементами

Рассмотрим переходные процессы в цепи с последовательным включением индуктивного и резистивного элементов (рис. 5.2, *а*). Состояние цепи после замыкания ключа *S* описывается дифференциальным уравнением

$$u_L + u_R = L\frac{di}{dt} + Ri = e \qquad (5.7)$$

Общее решение этого уравнения для тока в цепи

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}}. \qquad (5.8)$$

Найдём общее решение однородного уравнения

$$L\frac{di_{\text{св}}}{dt} + Ri_{\text{св}} = 0. \qquad (5.9)$$

Для этого составим характеристическое уравнение – $Lp + R = 0$ и решим его относительно p – $p = -R/L$. Отсюда свободная составляющая тока – $i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$.

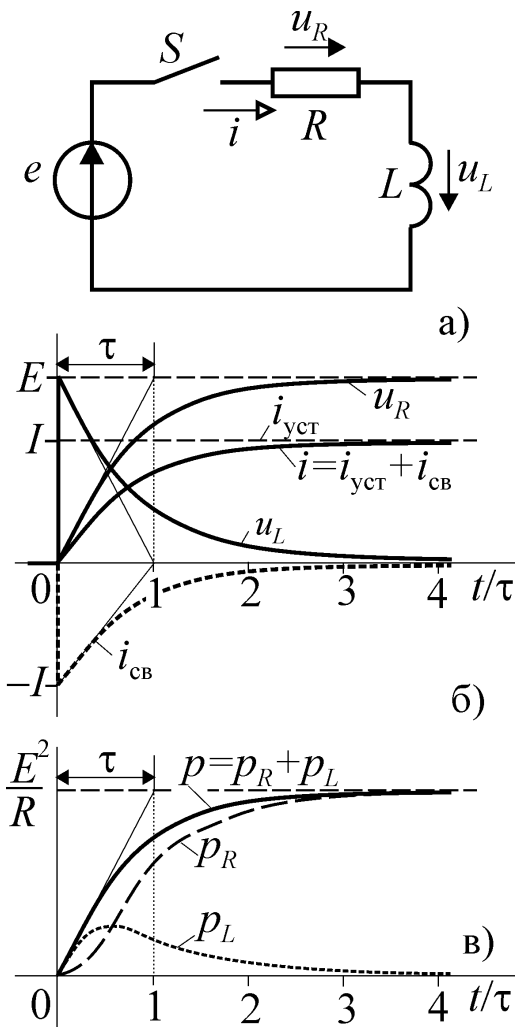


Рис. 5.2

Свободная составляющая тока представляет собой экспоненциальную функцию вида $i_{св} = Ae^{-t/\tau}$, которая изменяется от значения A до нуля за бесконечно большой промежуток времени. Скорость изменения функции определяется величиной $\tau = |1/p| = L/R$, называемой *постоянной времени*. Чем меньше τ, тем быстрее экспонента стремится к нулю. Постоянную времени можно определить также как время, в течение которого функция изменяется в e раз. На графике это отрезок, отсекаемый на оси времени касательной в начальной точке кривой (рис. 5.2, *б*). Теоретически конечное значение экспоненты является асимптотой, поэтому переходный процесс должен продолжаться бесконечно. На самом деле через 3τ, 4τ и 5τ значение тока будет отличаться от нуля на 5,0%, 2% и 0,67%. В технике принято считать *длительностью переходного процесса* время, в течение которого экспоненциальная функция достигает значения, отличающегося от установившегося значения не более чем на 5%, т.е. 3τ. Всеми свойствами функции $e^{-t/\tau}$ обладает также функция вида $1-e^{-t/\tau}$, с той лишь разницей, что установившимся значением для неё является единица, а не нуль.

В рассматриваемой цепи $\tau = \frac{L}{R} = \frac{2Li^2}{2Ri^2} = 2\frac{w_м}{p}$, т.е. постоянная времени определяет неизменное соотношение между энергией в магнитном поле катушки индуктивности и скоростью её преобразования в активном сопротивлении. Чем больше запас энергии (L) и чем медленнее она преобразуется (меньше R), тем длительнее переходный процесс в цепи.

Установившееся значение тока $i_{уст}$ определяется в результате расчёта цепи после окончания переходного процесса при заданном значении ЭДС e.

Искомый ток протекает в цепи с индуктивным элементом, поэтому для него должен выполняться первый закон коммутации $i(0_-) = i(0_+)$. Определив начальное значение тока $i(0_-)$, мы можем найти постоянную интегрирования A из уравнения (5.8) для момента коммутации.

$$i(0_-) = i(0_+) = i_{\text{уст}}(0_+) + i_{\text{св}}(0_+) = i_{\text{уст}}(0_+) + A \;\Rightarrow\; A = i(0_-) - i_{\text{уст}}(0_+) \quad (5.10)$$

5.3.1. Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС.

В установившемся режиме ток в цепи с постоянной ЭДС не меняется, поэтому $di_{\text{уст}}/dt = 0$ и уравнение (5.7) имеет вид $Ri_{\text{уст}} = E$. Отсюда $i_{\text{уст}} = E/R$ и общее решение для тока

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}. \quad (5.11)$$

В выражении (5.11) единственной неизвестной величиной является A. Для её определения нужно знать начальное значение тока $i(0_-)$. До коммутации цепь была разомкнута, поэтому $i(0_-) = i(0_+) = 0$. Подставляя это значение в (5.10), получим постоянную интегрирования $A = -E/R$ и окончательное выражение для тока

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I\left(1 - e^{-t/\tau}\right). \quad (5.12)$$

Отсюда нетрудно найти напряжения на индуктивном и резистивном элементах

$$u_L = L\frac{di}{dt} = Ee^{-t/\tau};\;\; u_R = Ri = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right). \quad (5.13)$$

На рис. 5.2, *б* приведены графики функций (5.12)-(5.13). После коммутации ток и все напряжения в цепи изменяются по экспонентам с одинаковыми постоянными времени. Напряжение на индуктивном элементе в момент коммутации скачкообразно увеличивается до напряжения источника питания, а затем уменьшается до нуля в конце переходного процесса.

Физический смысл переходного процесса при подключении цепи к источнику электрической энергии заключается в накоплении энергии в магнитном поле катушки. Действительно, энергия магнитного поля $w_{\text{м}} = Li^2/2$ изменяется в ходе процесса в соответствии с изменением тока от нулевого значения до конечной величины $W_{\text{м}} = LI^2/2$, после чего остаётся постоянной.

Мощность, потребляемая от источника ЭДС, и рассеиваемая резистивным элементом в виде тепла равна

$$p_R = Ri^2 = \frac{E^2}{R}\left(1 - 2e^{-t/\tau} + e^{-2t/\tau}\right),$$

а мощность, расходуемая на формирование магнитного поля –

$$p_L = u_L i = \frac{E^2}{R}\left(e^{-t/\tau} - e^{-2t/\tau}\right).$$

В начале процесса (рис. 5.2, *в*) практически вся энергия, потребляемая цепью от источника, накапливается в магнитном поле. Затем всё большая часть её начинает рассеиваться резистивным элементом, а процесс накопления замед-

ляется ($p_L \to 0$), и в установившемся режиме наступает состояние, когда вся энергия источника преобразуется в тепло в резистивном элементе.

5.3.2. Отключение цепи от источника постоянной ЭДС.

Рассмотрим процесс отключения цепи от источника постоянной ЭДС. Пусть идеальный ключ *S* длительное время находился в состоянии 1 так, что переходный процесс, связанный с накоплением энергии индуктивным элементом *L* завершился, а затем переключился в положение 2 (рис. 5.3, а).

После переключения в цепи отсутствует источник электрической энергии, и она описывается однородным дифференциальным уравнением

$$u_L + u_R + u_r = L\frac{di_{\text{св}}}{dt} + (R+r)i_{\text{св}} = 0\,, \qquad (5.14)$$

и, следовательно, ток содержит только свободную составляющую $i_{\text{св}} = Ae^{pt}$.

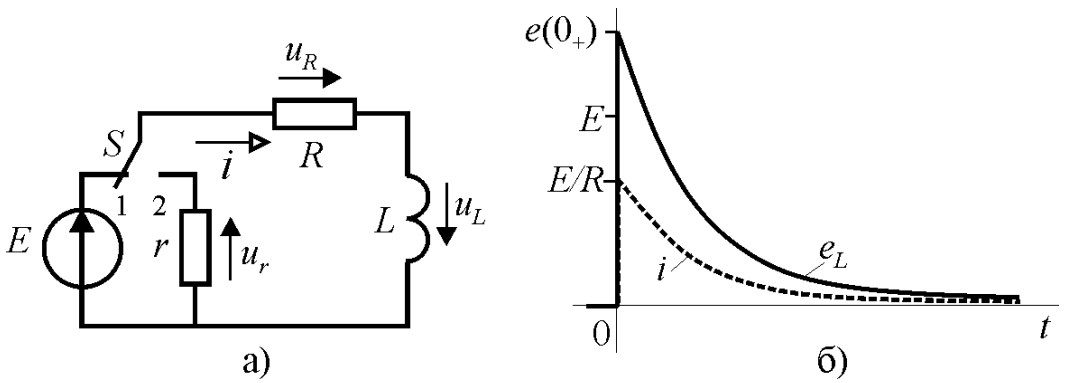


Рис. 5.3

Корнем характеристического уравнения $Lp + (R+r) = 0$ является $p = -(R+r)/L$. Отсюда постоянная времени – $\tau = L/(R+r)$.

Установившееся значение тока в цепи в положении 1 ключа *S* (см. предыдущий раздел) равно начальному значению до и после коммутации $i(0_-) = i(0_+) = E/R$. Из выражения (5.10) с учётом того, что $i_{\text{уст}} = 0$, постоянная интегрирования определится как $A = i(0_-) = E/R$. Отсюда окончательно ток в цепи

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R+r}{L}t} = Ie^{-t/\tau}. \qquad (5.15)$$

После размыкания ключа *S* в цепи начинается переходный процесс, связанный с преобразованием энергии $W_{\text{м}} = LI^2/2$, накопленной в магнитном поле катушки, в тепло, рассеиваемое резистивными элементами *R* и *r*. Процесс преобразования заканчивается при снижении тока до нуля, т.е. при полном рассеянии накопленной энергии.

Определим ЭДС самоиндукции в цепи

$$e = -L\frac{di}{dt} = \frac{R+r}{R}Ee^{-t/\tau}. \qquad (5.16)$$

Из выражения (5.16) следует, что в момент коммутации на индуктивном элементе возникает ЭДС самоиндукции $e(0_+) = (R+r)E/R$, превосходящая ЭДС источника в $(1+r/R)$ раз, а на сопротивлении r – падение напряжения $u_r(0_+) = ri(0_+) = Er/R$. Отключение цепи с индуктивным элементом без замыкания на сопротивление эквивалентно условию $r = \infty$, где r – сопротивление разомкнутых контактов ключа. В результате на катушке и на ключе должно возникать бесконечно большое напряжение. На самом деле этого не происходит, т.к. уже при напряжении в несколько киловольт в зазоре контактов выключателя возникает электрическая дуга, которая имеет конечное электрическое сопротивление, снижающее перенапряжения. Тем не менее, это явление представляет большую опасность для оборудования и требует учёта и принятия мер для уменьшения вредных последствий. Самыми распространёнными способами снижения перенапряжений в цепях постоянного тока являются включение конденсатора и резистора параллельно контактам ключа или диода и резистора параллельно катушке индуктивности (рис. 5.4). При размыкании ключа *S* конденсатор начинает заряжаться (рис. 5.4, *а*), создавая контур для протекания тока параллельно контактам ключа. Эту же функцию выполняет диод на рис. 5.4, *б*. При замкнутом ключе *S* ЭДС источника смещает диод в отрицательном направлении, в котором он обладает высоким сопротивлением. При размыкании ключа диод смещается в положительном направлении за счёт ЭДС самоиндукции и открывает путь для протекания тока минуя ключ.

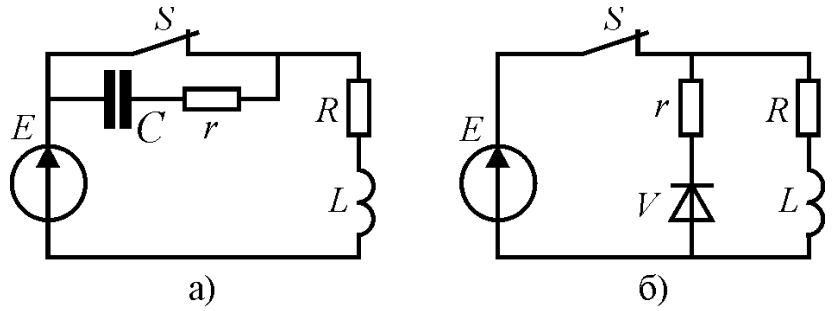


Рис. 5.4

5.3.3. Переходные процессы при периодической коммутации.

Переключения ключа *S* на схеме рис. 5.3, *а* могут происходить периодически (рис. 5.5) так, что в течение времени t_1 он находится в положении 1, а в течение остальной части периода $T - t_1$ – в положении 2. Отношение $0 \le \gamma = t_1/T \le 1{,}0$ называется *скважностью*.

На первом интервале происходит подключение цепи к источнику ЭДС и переходный процесс будет аналогичен рассмотренному в разделе 5.3.1. На втором интервале *RL* цепь отключается от источника электрической энергии и замыкается на сопротивление *r*. Переходный процесс при этом аналогичен рассмотренному в разделе 5.3.2. Постоянная времени цепи на первом интер-

вале равна $\tau_1 = L/R$, а на втором – $\tau_2 = L/(R+r)$. Отличие переходных процессов при периодической коммутации заключается только в том, что начальные условия в них могут быть ненулевыми.

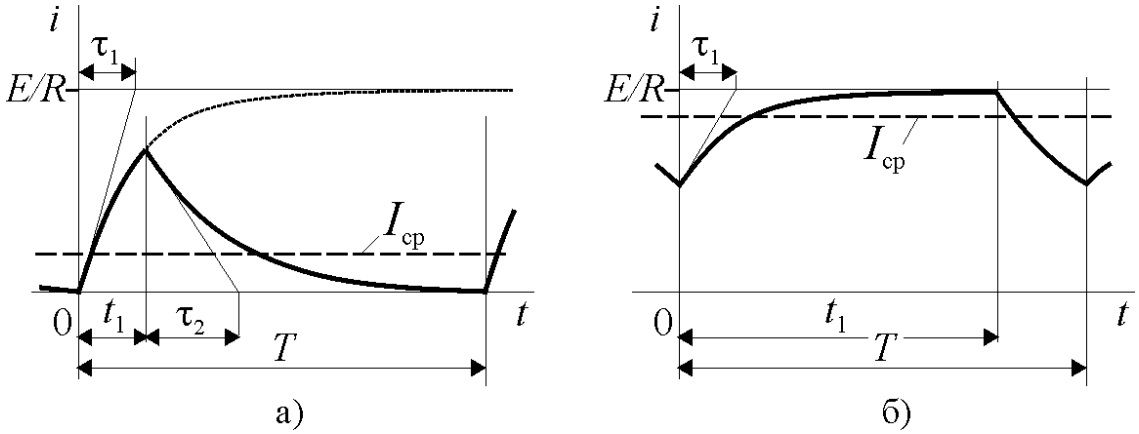


Рис. 5.5

При малой длительности первого интервала ($t_1 < 3\tau_1$) ключ S переключится с положение 2 до того как ток в цепи достигнет установившегося значения E/R (рис. 5.5, *а*). После этого начнется процесс рассеяния энергии накопленной в магнитном поле к моменту переключения $w_м = Li_1(t_1)^2/2$, где $i_1(t_1)$ – значение тока в цепи на границе первого интервала. Если $T - t_1 > 3\tau_2$, то к концу периода ток в цепи снизится практически до нуля. Такой режим коммутации называется *режимом прерывистого тока*. В случае $T - t_1 < 3\tau_2$ (рис. 5.5, *б*) накопленная в магнитном поле энергия не сможет рассеяться на втором интервале. Тогда начальные условия для первого интервала будут ненулевыми $0 < i_1(0_+) = i_2(T - t_1) < E/R$ и ток в цепи на всём периоде не будет снижаться до нуля. Этот режим коммутации называется *режимом непрерывного тока*.

На рис. 5.5 штриховой линией показаны средние значения тока в цепи. При изменении скважности в пределах $0 \le \gamma \le 1,0$ среднее значение тока изменяется от нуля до E/R. Таким образом, в цепи с индуктивным элементом можно регулировать ток с помощью ключа, изменяя значение γ. Этот способ регулирования тока называется *широтно-импульсным*, а устройство, реализующее его, – *широтно-импульсным регулятором тока*.

5.3.4. Подключение цепи к источнику синусоидальной ЭДС.

Для анализа переходного процесса, возникающего при подключении *RL* цепи к источнику синусоидальной ЭДС, в правую часть уравнения (5.7) нужно подставить соответствующую функцию. Пусть действующая в цепи ЭДС равна $e = E_m \sin \omega t$. Тогда установившееся значение тока можно найти по закону Ома как

$$i_{уст} = I_m \sin(\omega t - \varphi), \qquad (5.17)$$

где: $I_m = E_m / Z$, а $-Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$; $\varphi = \text{arctg}(\omega L / R)$

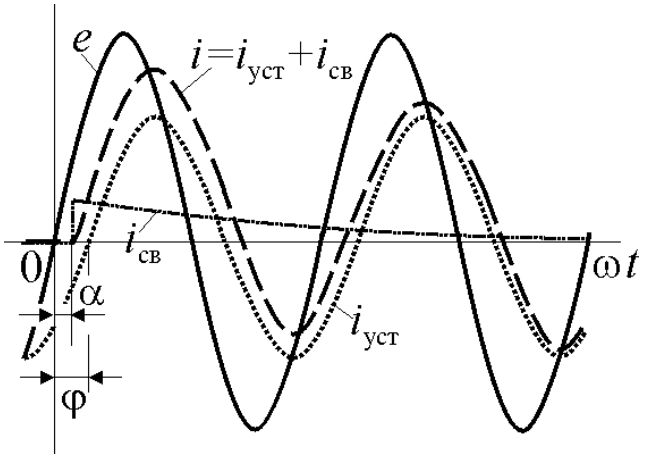


Рис. 5.6

Свободная составляющая тока не зависит от вида источника энергии воздействующего на цепь и равна $i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-t/\tau}$.

До замыкания ключа S ток в цепи был нулевым, поэтому, в соответствии с первым законом коммутации – $i(0_-) = i(0_+) = 0$.

Пусть коммутация произошла в момент времени $t_\alpha = \alpha / \omega$, соответствующий фазовому углу α (рис. 5.6). Тогда установившееся значение в момент коммутации равно $i_{уст}(t_\alpha) = i_{уст}(0_+) = I_m \sin(\omega t_\alpha - \varphi) = I_m \sin(\alpha - \varphi)$. Подставляя это значение в (5.10), получим постоянную интегрирования $A = -I_m \sin(\alpha - \varphi)$ и окончательное выражение для тока в переходном процессе:

$$i = i_{уст} + i_{\text{св}} = I_m \sin(\omega t - \varphi) - I_m \sin(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau}. \qquad (5.18)$$

Из выражения (5.18) следует, что ток в цепи при переходном процессе в общем случае представляет собой затухающие колебания с частотой ЭДС ω (рис. 5.6). Однако в случае подключения цепи в момент времени $t_\alpha = \varphi / \omega$, т.е. в момент, когда угол включения $\alpha = \varphi$ и значение установившегося тока равно нулю, переходного процесса в цепи не будет и сразу наступит установившийся режим. Наихудшие условия переходного процесса возникают в цепи при подключении её в момент $t_\alpha = (\varphi \pm \pi/2)/\omega$, т.е. когда угол включения $\alpha = \varphi \pm \pi/2$. В этом случае при условии $\tau > T$ ток примерно через половину периода достигает почти двукратного амплитудного значения установившегося режима. Этот ток называется *сверхтоком* и может вызывать опасные перенапряжения. Сверхтоки возникают при включении трансформаторов, двигателей переменного тока, реле, контакторов и других устройств с большой индуктивностью и требуют принятия мер по снижению их влияния на работу оборудования.

Вопросы для самопроверки

1. Чему равна постоянная времени *RL* цепи?
2. Как определяют длительность переходного процесса?
3. Как влияет увеличение (уменьшение) величины индуктивности (сопротивления) на длительность переходного процесса?
4. Поясните физический смысл постоянной времени.

5. Чему равно установившееся значение тока в (напряжения на) индуктивности при подключении цепи к источнику ЭДС?
6. Что происходит с энергией магнитного поля при отключении цепи от источника?
7. Какие проблемы возникают при отключении цепи и как они решаются?
8. Как протекают переходные процессы при периодической коммутации?
9. При каком условии ток в цепи при периодической коммутации будет непрерывным?
10. Что такое широтно-импульсный регулятор тока?
11. При каком условии переходный процесс при подключении *RL* цепи к источнику синусоидальной ЭДС будет отсутствовать?
12. Что такое сверхток и при каком условии он возникает?

5.4. Переходные процессы в цепи с ёмкостным и резистивным элементами

Переходные процессы в цепи с последовательным включением ёмкостного и резистивного элементов (рис. 5.7, *а*) после замыкания ключа *S* описываются дифференциальным уравнением

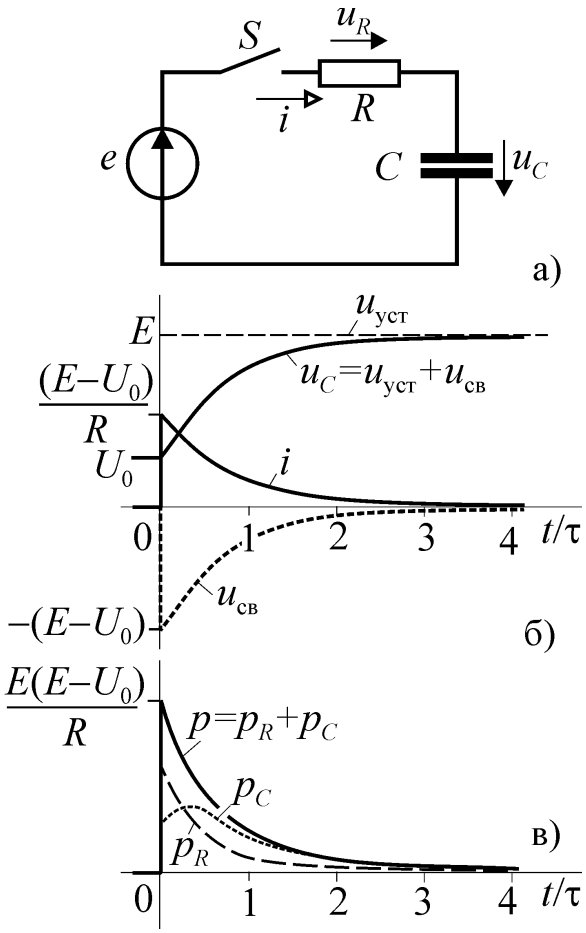


Рис. 5.7

$$u_R + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = e \qquad (5.19)$$

Общее решение этого уравнения для напряжения на ёмкости

$$u_C = u_{уст} + u_{св}. \qquad (5.20)$$

Найдём общее решение однородного уравнения

$$RC\frac{du_{св}}{dt} + u_{св} = 0. \qquad (5.21)$$

Для этого составим характеристическое уравнение – $RCp + 1 = 0$ и решим его относительно p – $p = -1/(RC)$. Отсюда свободная составляющая напряжения –

$$u_{св} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-t/\tau}. \qquad (5.22)$$

Постоянная времени цепи $\tau = RC = 2\frac{R}{u_C^2}\cdot\frac{Cu_C^2}{2} = 2\frac{w_э}{p}$, определяет соотношение между энергией электрического поля конденсатора $w_э$ и

скоростью её преобразования в активном сопротивлении при его разряде *p*. Чем больше запас энергии (*C*) и чем медленнее она преобразуется (больше *R*), тем длительнее переходный процесс в цепи.

Установившееся значение напряжения на ёмкостном элементе $u_{\text{уст}}$ определяется в результате расчёта цепи после окончания переходного процесса при заданном значении ЭДС *e*.

Для искомого напряжения должен выполняться второй закон коммутации $u_C(0_-) = u_C(0_+)$. Определив начальное значение напряжения $u_C(0_-)$, мы можем найти постоянную интегрирования *A* из уравнения (5.20) для момента коммутации.

$$\begin{aligned} u_C(0_-) = u_C(0_+) = u_{\text{уст}}(0_+) + u_{\text{св}}(0_+) = \\ = u_{\text{уст}}(0_+) + A \;\Rightarrow\; A = u_C(0_-) - u_{\text{уст}}(0_+) \end{aligned} \qquad (5.23)$$

5.4.1. Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС.

Для цепи с источником постоянной ЭДС $e = E = \text{const}$ уравнение (5.19) имеет вид $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$. Но в установившемся режиме в цепи с постоянной ЭДС напряжение на ёмкости не меняется, поэтому $du_{\text{уст}}/dt = 0$ и $u_{\text{уст}} = E$. Отсюда с учётом (5.22) общее решение для напряжения

$$u_C = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}} = E + Ae^{-t/\tau}. \qquad (5.24)$$

Для определения постоянной интегрирования *A* нужно знать начальное значение напряжения $u_C(0_-)$. До коммутации цепь была разомкнута, но ёмкость могла быть заряжена до некоторого напряжения $u_C(0_-) = U_0$, а т.к. ёмкостный элемент в схеме замещения идеальный, то его заряд при разомкнутой цепи может сохраняться сколь угодно долго. Подставляя начальное значение напряжения в (5.23), получим постоянную интегрирования $A = U_0 - E$ и окончательное выражение для напряжения

$$u_C = E - (E - U_0)e^{-t/\tau} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + U_0 e^{-t/\tau}. \qquad (5.25)$$

Отсюда нетрудно найти ток в цепи

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E - U_0}{R}e^{-t/\tau}. \qquad (5.26)$$

На рис. 5.7, *б* приведены графики функций (5.22), (5.25)-(5.26). После коммутации ток в цепи скачкообразно увеличивается до значения, определяемого сопротивлением цепи и разностью потенциалов источника и начального напряжения на ёмкости, а затем уменьшается до нуля в конце переходного процесса.

Физический смысл переходного процесса при подключении цепи к источнику электрической энергии заключается в накоплении заряда на обкладках и энергии в электрическом поле конденсатора. Из выражения (5.25) для

$t = 0$ и $t = \infty$ следует, что в переходном процессе энергия электрического поля $w_э = Cu_C^2 / 2$ изменяется от $W_{э1} = CU_0^2 / 2$ до величины $W_{э1} = CE^2 / 2$. После чего остаётся постоянной.

Мощность, потребляемая от источника ЭДС, и рассеиваемая резистивным элементом в виде тепла равна

$$p_R = Ri^2 = \frac{\left(E - U_0\right)^2}{R} e^{-2t/\tau},$$

а мощность, расходуемая на формирование электрического поля –

$$p_C = u_C i = \frac{E - U_0}{R}\left[Ee^{-t/\tau} - \left(E - U_0\right)e^{-2t/\tau} \right].$$

После коммутации (рис. 5.7, *в*) значительная часть энергии, потребляемой цепью от источника, рассеивается в виде тепла в резистивном элементе. Но т.к. постоянная времени этого процесса в два раза меньше, чем $\tau = RC$, то он быстро затухает ($p_R \to 0$) и основная часть мощности далее расходуется на изменение состояния электрического поля, пока ёмкость по окончании переходного процесса не будет заряжена до величины ЭДС ($u_C(\infty) = E$).

5.4.2. Разрядка конденсатора через резистор.

Рассмотрим процесс разрядки предварительно заряженного конденсатора. Пусть идеальный ключ *S* длительное время находился в состоянии 1 так, что переходный процесс, связанный с накоплением заряда ёмкостным элементом *C* завершился, а затем переключился в положение 2 (рис. 5.8, а). К моменту коммутации ключа *S* напряжение конденсатора будет равно

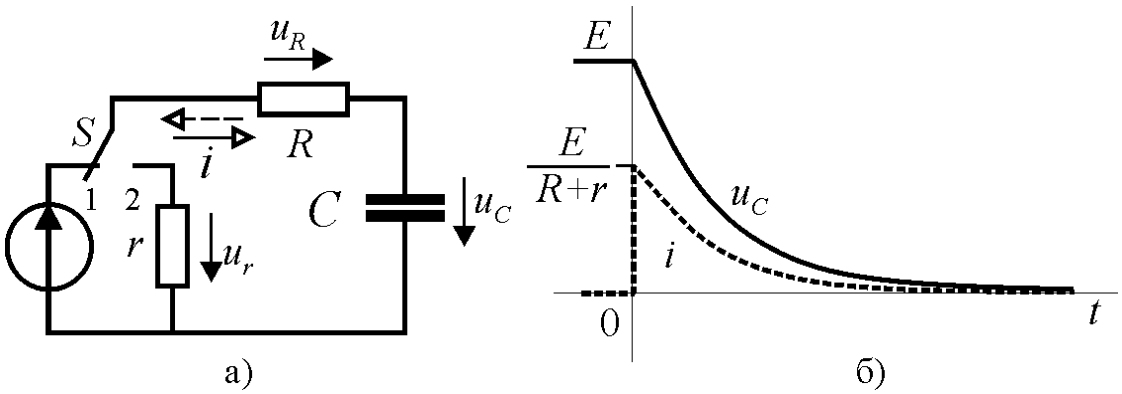


Рис. 5.8

$u_C(0_-) = u_C(0_+) = E$ (см. предыдущий раздел).

После переключения конденсатор оказывается замкнутым последовательно соединёнными резистивными элементами *R* и *r* и через них протекает ток разрядки. Направление протекания тока при разрядке противоположно направлению тока при зарядке и показано на рис. 5.8, *а* штриховой стрелкой. В цепи отсутствует источник электрической энергии, поэтому переходный процесс закончится после того, как вся энергия электрического поля конден-

сатора $W_э = CE^2/2$ будет преобразована в тепло в резистивных элементах цепи. В этом состоянии ток в цепи прекратится, и напряжение на конденсаторе будет нулевым $W_э = 0 \Rightarrow u_C = 0$. Следовательно, установившееся значение напряжения будет нулевым $u_{уст} = 0$, и напряжение будет содержать только свободную составляющую $u_{св} = Ae^{pt}$.

Свободную составляющую напряжения найдём в результате решения однородного дифференциального уравнения для состояния цепи после коммутации

$$(R+r)C\frac{du_{св}}{dt} + u_{св} = 0. \qquad (5.27)$$

Характеристическое уравнение для (5.27) – $(R+r)Cp+1=0$. Оно имеет корень $p = -1/\left[(R+r)C\right]$. Отсюда постоянная времени – $\tau = (R+r)C$.

Подставляя начальное и установившееся значения в (5.23) получим постоянную интегрирования $A = E$. Отсюда окончательно напряжение на ёмкостном элементе

$$u_C = Ee^{-\frac{t}{(R+r)C}} = Ee^{-t/\tau}. \qquad (5.28)$$

Теперь можно определить ток в цепи

$$i = -C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R+r}e^{-t/\tau}. \qquad (5.29)$$

Из выражений (5.28)-(5.29) следует, что напряжение на ёмкостном элементе при переходном процессе монотонно изменяется от ЭДС источника до нуля, а ток в цепи в момент коммутации скачкообразно возрастает до значения $i(0_+) = E/(R+r)$, а затем также монотонно снижается до нуля (рис. 5.8, *б*).

5.4.3. Переходные процессы при периодической коммутации.

Режим периодической коммутации, аналогичный рассмотренному для *RL* цепи, возможен в схеме рис. 5.8, *а.* На первом интервале происходит подключение цепи к источнику ЭДС и зарядка конденсатора с постоянной времени $\tau_1 = RC$ (см. раздел 5.4.1). На втором интервале *RC* цепь отключается от источника электрической энергии и происходит разрядка конденсатора с постоянной времени $\tau_2 = (R+r)C$ (см. раздел 5.4.2).

При малой длительности первого интервала ($t_1 < 3\tau_1$) ключ *S* переключится с положение 2 до того как напряжение на ёмкостном элементе достигнет значения E (рис. 5.9, *а*). После переключения начнется процесс рассеяния энергии накопленной в электрическом поле к этому моменту $w_э = Cu_{C1}(t_1)^2/2$, где $u_{C1}(t_1)$ – напряжение на ёмкости на границе первого интервала. Если $T - t_1 > 3\tau_2$, то к концу периода напряжение u_{C2} снизится прак-

тически до нуля (рис. 5.9, *а*). В случае $T - t_1 < 3\tau_2$ (рис. 5.9, *б*) накопленная в конденсаторе энергия не сможет рассеяться на втором интервале. Тогда начальные условия для первого интервала будут ненулевыми $0 < u_{C1}(0_+) = u_{C2}(T - t_1) < E$.

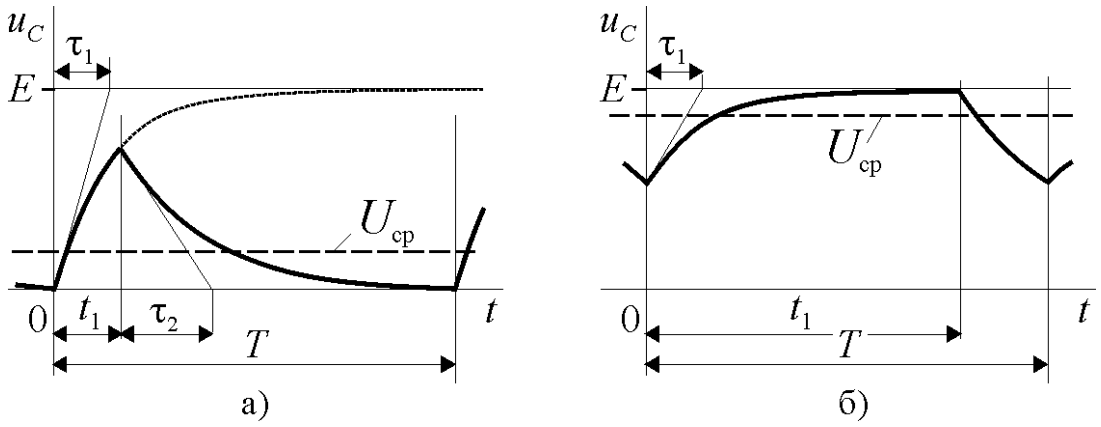


Рис. 5.9

На рис. 5.9 штриховой линией показаны средние значения напряжения u_C. При изменении скважности в пределах $0 \le \gamma \le 1{,}0$ среднее значение напряжения изменяется от нуля до E. Если параллельно конденсатору подключить некоторую нагрузку, то напряжение на ней можно регулировать изменением значения γ, т.е. *широтно-импульсным способом*, и рассмотренное устройство будет простейшим *широтно-импульсным регулятором напряжения*.

Вопросы для самопроверки

1. Чему равна постоянная времени *RC* цепи?
2. Как влияет увеличение (уменьшение) величины ёмкости (сопротивления) на длительность переходного процесса?
3. Чему равно установившееся значение напряжения на (тока в) ёмкости при подключении цепи к источнику ЭДС?
4. Что происходит с энергией электрического поля при разрядке конденсатора через резистор?
5. Чем ограничивается ток в первый момент времени при разрядке конденсатора через резистор?
6. Как протекают переходные процессы при периодической коммутации?
7. При каком условии напряжение на конденсаторе при периодической коммутации не будет спадать до нуля?
8. Что такое широтно-импульсный регулятор напряжения?

5.5. Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

Для получения импульсов напряжения в различных устройствах часто используется процесс разрядки конденсатора через катушку индуктивности.

Если потери в конденсаторе незначительны, то его можно представить на схеме замещения идеальным ёмкостным элементом. Тогда схема цепи с катушкой индуктивности, потери в которой учитываются резистивным элементом, будет иметь вид рис. 5.10.

Пусть конденсатор C был предварительно заряжен до напряжения E источника, а затем ключ S переведён в положение 2.

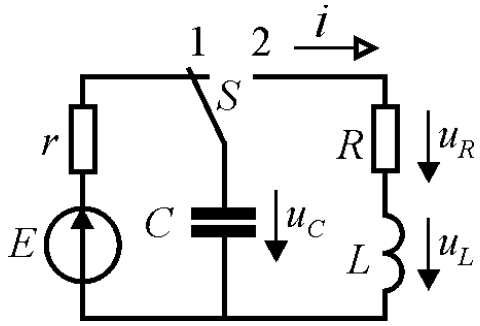


Рис. 5.10

После коммутации ёмкостный элемент оказывается подключённым к последовательной RL цепи и начинается процесс разрядки, в ходе которого энергия, накопленная в ёмкостном элементе, частично преобразуется в энергию магнитного поля индуктивного элемента, а частично рассеивается в виде тепла в резистивном элементе. Процесс обмена энергией между электрическим полем ёмкостного элемента и магнитным полем индуктивного элемента продолжается до тех пор, пока вся энергия этих полей не будет рассеяна резистивным элементом. В результате в цепи установится нулевой ток при нулевом напряжении на ёмкостном элементе.

Уравнение Кирхгофа для контура цепи после коммутации с учётом направлений тока и напряжений на элементах имеет вид:

$$u_R + u_L - u_C = Ri + L\frac{di}{dt} - u_C = 0\,. \qquad (5.30)$$

Направления тока и напряжения на ёмкостном элементе противоположны, т.к. ток в цепи это ток разрядки конденсатора, поэтому $i = -C\dfrac{du_C}{dt}$. Подставляя это выражение в (5.30), получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$L\frac{d^2u_C}{dt^2} + R\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{C} = 0\,. \qquad (5.31)$$

Характеристическим уравнением для (5.31) будет уравнение:

$$Lp^2 + Rp + 1/C = 0\,, \qquad (5.32)$$

имеющее два корня –

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = \\ = \delta\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\rho}{R}\right)^2}\right], \qquad (5.33)$$

где $\delta = \dfrac{R}{2L}$ – коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ и $\rho = \sqrt{L/C}$ – резонансная частота и характеристическое сопротивление контура разрядки.

Общее решение уравнения (5.31) для напряжения на емкостном элементе имеет вид:

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \qquad (5.34)$$

Отсюда решение для тока в цепи

$$i = -C\frac{du_C}{dt} = -C\left(p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}\right). \qquad (5.35)$$

В зависимости от параметров элементов цепи переходный процесс может иметь различный характер.

Если $R > 2\rho$, то подкоренное выражение в (5.33) вещественное, оба корня также вещественные отрицательные и переходный процесс имеет апериодический характер, т.е. функции (5.34) и (5.35) представляют собой сумму двух экспонент с различными постоянными времени $\tau_1 = |1/p_1| > \tau_2 = |1/p_2|$.

Если $R < 2\rho$ – корни характеристического уравнения комплексные сопряжённые:

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega_c,$$

где $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$. (5.36)

Решением дифференциального уравнения при комплексных сопряжённых корнях являются периодические синусоидальные функции, поэтому переходный процесс в этом случае имеет колебательный характер.

Подставляя корни характеристического уравнения в (5.34), а затем, дифференцируя полученное выражение, получим общий вид решения для напряжения и тока:

$$\begin{gathered} u_C = e^{-\delta t}\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right); \\ i = -Ce^{-\delta t}\left[-\delta\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right) + j\omega_c\left(A_1 e^{j\omega_c t} - A_2 e^{-j\omega_c t}\right)\right]. \end{gathered} \qquad (5.37)$$

В случае $R = 2\rho$ корни кратные и переходный процесс будет также апериодическим.

5.5.1. Апериодический переходный процесс.

Для получения решения дифференциального уравнения (5.31) нужно определить постоянные интегрирования A_1 и A_2. Для этого нужно знать начальные условия, т.е. ток в индуктивном элементе и напряжение на ёмкостном элементе в момент коммутации. При общем описании процесса было установлено, что до перевода ключа в положение 2 ёмкость была заряжена до значения ЭДС источника, т.е. $u_C(0_-) = u_C(0+) = E$, и ток в индуктивном элементе отсутствовал $i(0_-) = i(0+) = 0$, т.к. его цепь была разомкнута.

Подставляя начальные условия в уравнения (5.34) и (5.35) при $t = 0$, получим систему уравнений для определения постоянных интегрирования:

$$u_C(0_-) = E = u_C(0+) = A_1 + A_2$$
$$i(0_-) = 0 = i(0+) = -C(p_1 A_1 + p_2 A_2)$$
$$\Downarrow$$
$$A_1 + A_2 = E$$
$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0$$

Отсюда

$$A_1 = -\frac{p_2 E}{p_1 - p_2}; \quad A_2 = \frac{p_1 E}{p_1 - p_2},$$

и окончательное решение для напряжения и тока:

$$u_C = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}\right);$$
$$i = \frac{E}{L(p_1 - p_2)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right). \qquad (5.38)$$

Из выражения (5.38) для тока можно найти напряжение на индуктивном элементе:

$$u_L = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_2 e^{p_2 t} - p_1 e^{p_1 t}\right). \qquad (5.39)$$

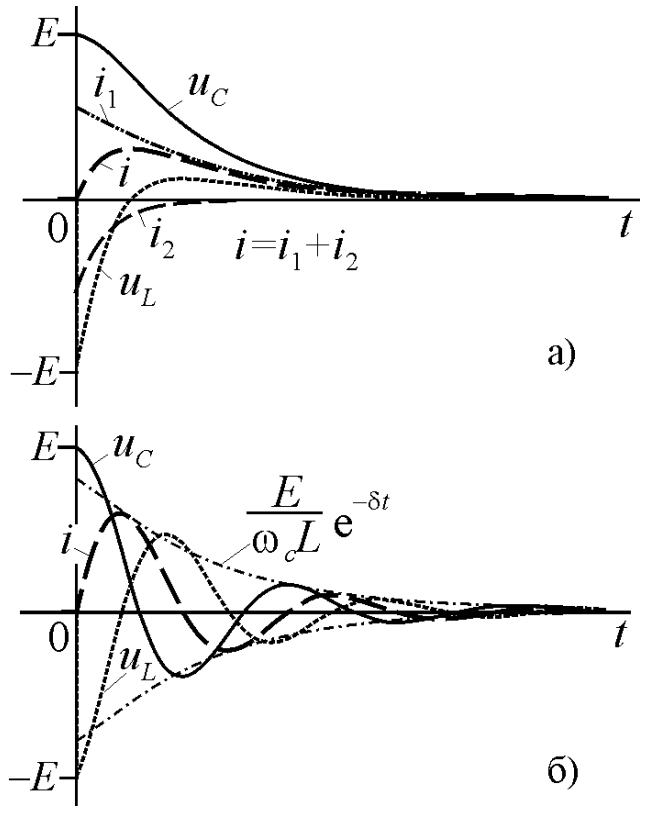


Рис. 5.11

Функции (5.38)-(5.39) представляют собой разности двух экспонент с различными постоянными времени. На рисунке 5.11, *а* показаны эти кривые, а для тока приведены также составляющие его экспоненты i_1 и i_2. После быстрого затухания второй экспоненты характер переходного процесса и его длительность определяются практически первой экспонентой. Ток и напряжение на емкостном элементе в течение всего переходного процесса остаются положительными, а напряжение на индуктивном элементе меняет знак, но все функции имеют апериодический (непериодический) характер.

Ток в цепи вначале возрастает и имеет максимум, а затем уменьшается до нуля. Такой же характер имеет и количество энергии в магнитном поле катушки. Это значит, что в начале процесса разрядки энергия электрического поля конденсатора частично преобразуется в энергию магнитного поля катушки, а затем после максимума тока происходит монотонное рассеяние энергии обоих полей в резистивном элементе.

5.5.2. Колебательный переходный процесс.

Для определения постоянных интегрирования при колебательном процессе используем те же начальные условия $u_C(0_-) = u_C(0+) = E$ и $i(0_-) = i(0+) = 0$. Подставляя их в (5.37), получим

$$A_1 + A_2 = E$$

$$\delta\left(A_1 + A_2\right) - j\omega_c\left(A_1 - A_2\right) = 0$$

Отсюда

$$A_1 = \frac{E}{2\omega_c}(\omega_c - j\delta); \quad A_2 = \frac{E}{2\omega_c}(\omega_c + j\delta),$$

и далее из (5.37), используя формулу Эйлера, –

$$u_C = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t}\left(\omega_c \cos\omega_c t + \delta \sin\omega_c t\right);$$

$$i = \frac{E}{\omega_c L} e^{-\delta t} \sin\omega_c t. \qquad (5.40)$$

Дифференцируя выражение для тока, получим напряжение на индуктивном элементе

$$u_L = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t}\left(\omega_c \cos\omega_c t - \delta \sin\omega_c t\right). \qquad (5.41)$$

Частота собственных затухающих колебаний цепи ω_c, коэффициент затухания δ и резонансная частота ω_0 связаны между собой соотношениями прямоугольного треугольника (5.36). Поэтому если принять $\mathrm{tg}\beta = \delta/\omega_c$, то $\omega_c = \omega_0 \cos\beta$; $\delta = \omega_0 \sin\beta$ и выражения для напряжений на реактивных элементах можно представить в виде:

$$u_C = E\frac{\omega_0}{\omega_c} e^{-\delta t} \cos(\omega_c t - \beta);$$

$$u_L = -E\frac{\omega_0}{\omega_c} e^{-\delta t} \cos(\omega_c t + \beta). \qquad (5.42)$$

Функции (5.42) и кривая тока показаны на рис. 5.11, *б*. Они представляют собой затухающие синусоидальные колебания. Скорость затухания опре-

деляется коэффициентом δ. На рисунке показаны также огибающие амплитуд тока $\frac{E}{\omega_c L} e^{-\delta t}$.

Переход к колебательному переходному процессу от апериодического происходит при уменьшении сопротивления контура *R* как следствие замедления рассеяния энергии резистивным элементом цепи. В результате в контуре возникает периодический обмен энергией между полями аналогичный обмену при резонансе, но, в отличие от резонанса, где потери энергии в цепи восполнялись внешним источником, здесь процесс обмена сопровождается необратимым рассеянием и постепенным затуханием колебаний. Помимо затухания колебаний рассеяние энергии проявляется в их частоте ω_c, которая меньше резонансной частоты цепи ω_0 и приближается к ней по мере уменьшения δ. Теоретически частота колебаний будет равна резонансной при нулевом сопротивлении контура. В этом случае в цепи установится режим незатухающих колебаний при отсутствии внешнего источника энергии.

Вопросы для самопроверки

1. Какие параметры определяют характер переходного процесса при разрядке?
2. Как протекает переходный процесс при апериодической разрядке конденсатора?
3. Как происходит преобразование энергии, накопленной в электрическом поле конденсатора, при апериодической разрядке через катушку индуктивности?
4. Как протекает переходный процесс при колебательном характере переходного процесса разрядки конденсатора?
5. Как происходит преобразование энергии, накопленной в электрическом поле конденсатора, при колебательном характере переходного процесса разрядки конденсатора?
6. В каком случае частота колебаний тока при разрядке конденсатора будет равна резонансной частоте контура разрядки?

6. Нелинейные электрические цепи

Нелинейными элементами электрической цепи называются такие элементы параметры, которых зависят от напряжений, токов, магнитных потоков и других величин, т.е. это элементы с нелинейными вольтамперными, вебер-амперными и кулон-вольтными характеристиками. Принципиально все элементы электрических цепей в большей или меньшей степени нелинейны, но если нелинейность существенно не влияет на характер процессов в цепи, то ею пренебрегают и считают цепь линейной.

Наличие даже одного нелинейного элемента в цепи не позволяет применить для её анализа методы, основанные на разделении реакции цепи, такие как метод контурных токов, метод наложения, метод эквивалентного генера-

тора. При наличии нелинейности анализ процессов значительно усложняется и если это возможно, то характеристики нелинейных элементов линеаризуются, аппроксимируются полиномами и т.п.

В современной технике нелинейные элементы находят очень широкое распространение. С их помощью преобразуется электрическая энергия, генерируются сигналы с заданными свойствами, преобразуется и сохраняется информация. Они применяются в энергетике, автоматике, радиотехнике, вычислительной технике и других областях, связанных с применением электрической энергии.

6.1. Нелинейные резистивные элементы

Нелинейные резистивные элементы (НР) это элементы электрической цепи с нелинейной вольтамперной характеристикой (ВАХ). Они относятся к числу наиболее распространённых в технике элементов и отличаются большим разнообразием свойств. Одна из возможных классификаций НР приведена на рис. 6.1, *а*.

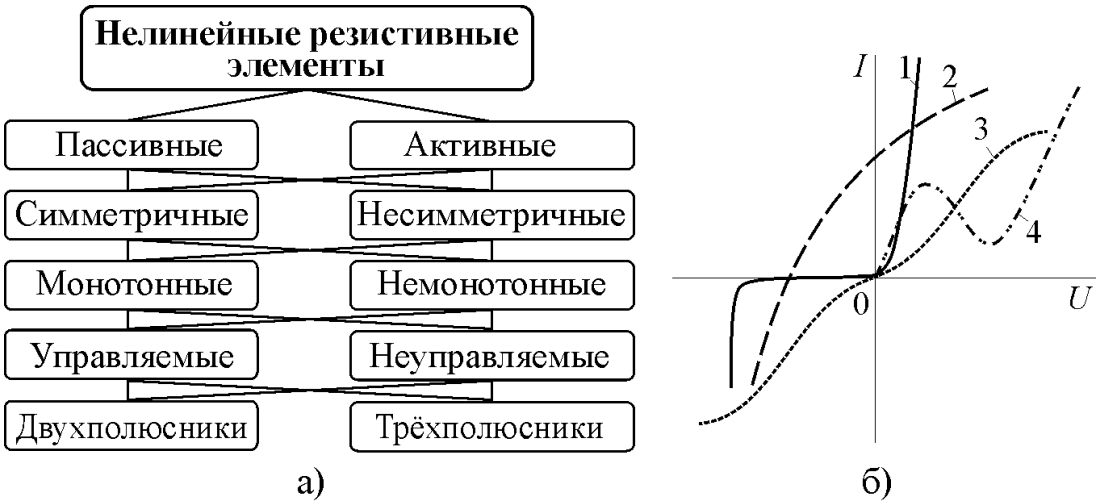


Рис.6.1

По признаку наличия источника электрической энергии НР делятся на активные и пассивные. Если ВАХ проходит через начало координат, то НР пассивный. В противном случае он относится к активным НР и его схема замещения содержит источник ЭДС или источник тока (кривая 2 рис. 6.1, *б*). По отношению к началу координат ВАХ НР могут быть симметричными (кривая 3 рис. 6.1, *б*) и несимметричными. Знак производной dU/dI в различных точках ВАХ может быть неизменным (монотонная характеристика), а может изменяться (немонотонная ВАХ кривая 4 рис. 6.1, *б*). Наибольшим разнообразием отличаются ВАХ полупроводниковых приборов. На рис. 6.2 в качестве примера приведены ВАХ диода, фотодиода, тиристора и транзистора (рис. 6.2, *а*, *б*, *в* и *г* соответственно). Первый элемент относится к неуправляемым НР, а остальные – к управляемым. Характеристики этих элементов резко несимметричны, при разных полярностях приложенного напряжения

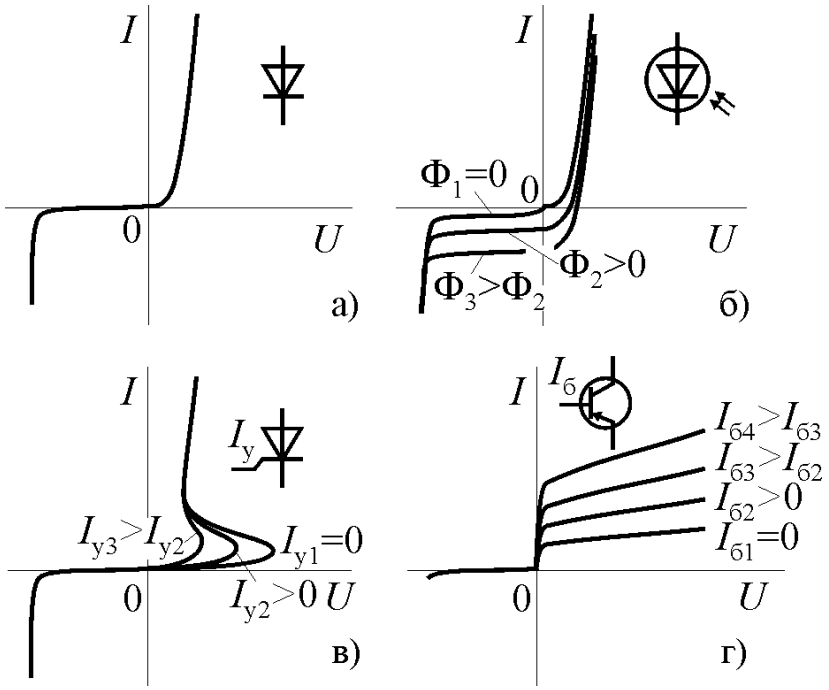


Рис. 6.2

они обладают различными сопротивлениями. Вольтамперные характеристики управляемых НР, кроме того, изменяются под воздействием управляющей величины. У фотодиода изменение ВАХ происходит под воздействием светового потока Ф, у тиристора и транзистора – под воздействием тока, протекающего через управляющий вход ($I_{\text{у}}, I_{\text{б}}$). Диод и фотодиод относятся к двухполюсникам, т.к. включаются в электрическую цепь в двух точках, а тиристор и транзистор – к трёхполюсникам.

Свойства НР определяются его ВАХ. В отличие от линейного резистивного элемента каждая точка ВАХ нелинейного элемента определяется двумя параметрами статическим сопротивлением $R_{\text{ст}} = U / I$ и дифференциальным сопротивлением $R_{\text{диф}} = dU / dI$. Графически статическое сопротивление представляет собой котангенс угла наклона секущей проведённой из начала координат ВАХ в точку A (рис. 6.3): $R_{\text{ст}} = \frac{m_u}{m_i}\text{ctg}\alpha$, а дифференциальное сопротивление – котангенс угла наклона касательной в точке A (рис. 6.3): – $R_{\text{дин}} = \frac{m_u}{m_i}\text{ctg}\beta$. Статическое сопротивление соответствует сопротивлению НР в цепи постоянного тока, а дифференциальное – сопротивлению НР при малых изменениях тока и напряжения относительно рабочей точки.

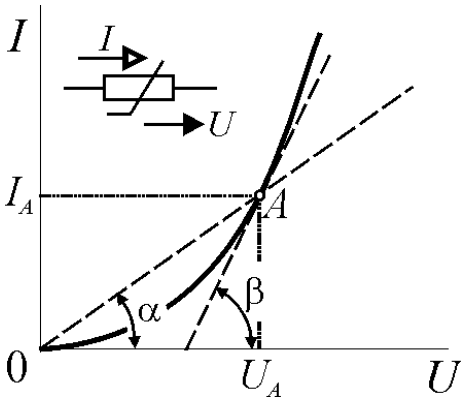


Рис.6.3

Вопросы для самопроверки

1. Какие элементы электрической цепи называются нелинейными?

2. По какому признаку можно определить наличие источника электрической энергии в нелинейном резисторе?
3. Дайте определение статическому (дифференциальному) сопротивлению?
4. Как соотносятся между собой статическое и дифференциальное сопротивления линейного резистора?

6.2. Анализ цепи с нелинейными двухполюсниками

Задача анализа нелинейной цепи заключается в расчёте токов и напряжений на участке цепи при заданных ВАХ НР, сопротивлениях линейных элементов и ЭДС источников. Современные справочные данные НР включают их математические модели, позволяющие решить эту задачу численными методами с помощью специализированных пакетов программ. Поэтому мы остановимся на графических методах анализа, дающих представление об особенностях режимов нелинейных цепей.

6.2.1. Цепь с источником постоянного тока

Если требуется определить ток в последовательном соединении НР (рис. 6.4, *а*), то можно построить ВАХ участка цепи $I(U)$ на основе закона Кирхгофа

$$U = U_1 + U_2, \qquad (6.1)$$

а затем по полученной характеристике найти ток I_0 при заданном значении

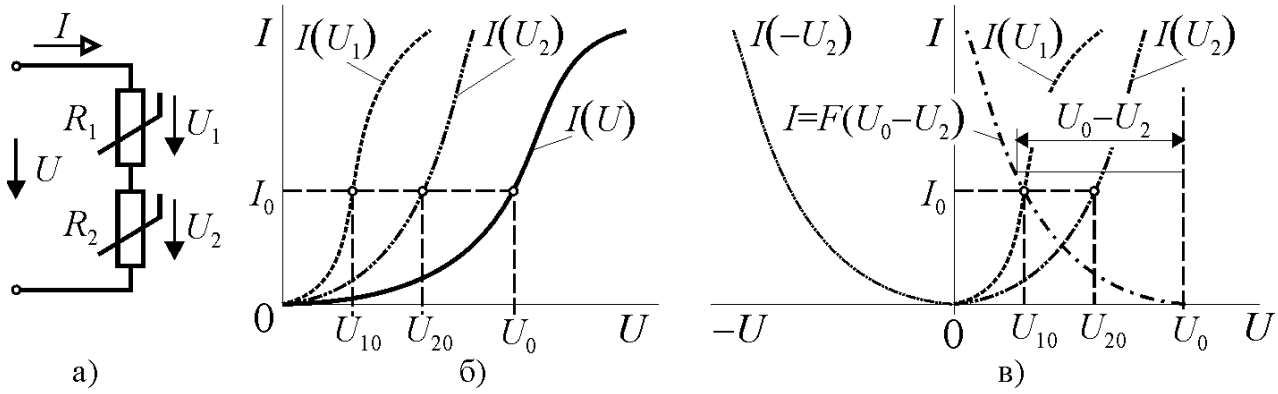


Рис. 6.4

напряжения U_0. После чего по найденному току можно определить напряжения на отдельных элементах U_{10}, U_{20}. Построение ВАХ $I(U)$ выполняется путём суммирования абсцисс точек ВАХ резистивных элементов R_1 и R_2 (рис. 6.4, *б*).

При параллельном соединении НР (6.5, *а*) ВАХ участка цепи $I(U)$ строится на основании первого закона Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2,$$

т.е. путём суммирования ординат точек ВАХ резистивных элементов R_1 и R_2 (рис. 6.5, *б*). После получения ВАХ $I(U)$ определяются общий ток цепи I_0 и токи в отдельных НР I_{10}, I_{20}.

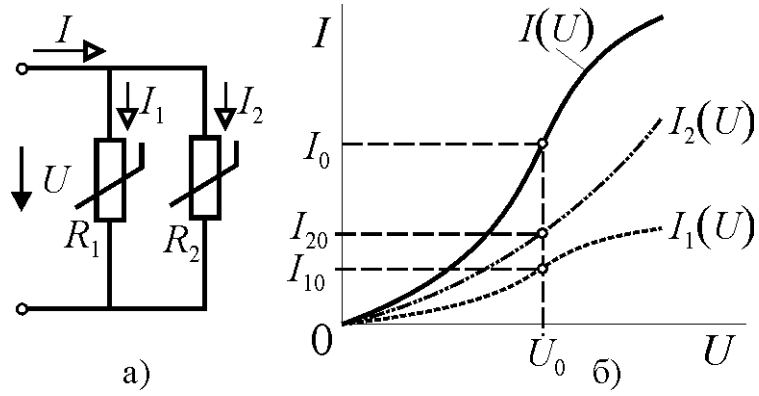


Рис. 6.5

Существует более удобный метод, не требующий построения общей ВАХ участка $I(U)$ и называемый *методом пересечения характеристик*. Из выражения (6.1) напряжение на R_1 при заданном значении входного напряжения U_0 равно $U_1 = U_0 - U_2$. Значит, если построить ВАХ R_2 с аргументом $U_0 - U_2$, то ордината точки пересечения этой характеристики с ВАХ R_1 даст искомый ток. Для построения вспомогательной ВАХ $I = F(U_0 - U_2)$ вначале строится ВАХ $I(-U_2)$, представляющая собой характеристику зеркально симметричную относительно оси ординат ВАХ $I(U_2)$, а затем она смещается по оси абсцисс на величину $+U_0$ (рис. 6.4, *в*).

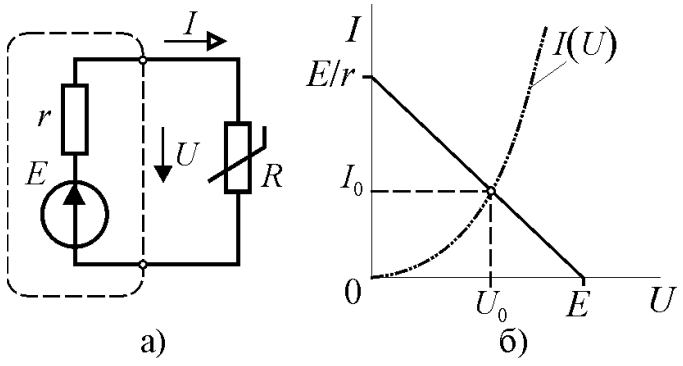


Рис. 6.6

Если резистивный элемент R_2 линейный, то ВАХ $I = F(U_0 - U_2)$ представляет собой линию с наклоном соответствующим значению R_2 и проходящую через точку $+U_0$ на оси абсцисс. Это позволяет применять метод пересечения характеристик для электрических цепей с одним нелинейным элементом. В разделе методов анализа цепей постоянного тока было показано, что любая электрическая цепь по отношению к отдельной ветви или элементу может быть представлена эквивалентным генератором с источником, ЭДС которого равна напряжению на разомкнутой ветви, и внутренним сопротивлением равным сопротивлению цепи относительно точек подключения. Таким образом, если выделить нелинейный элемент, то вся линейная часть цепи по отношению к нему будет линейным активным двухполюсником (рис. 6.6, *а*) с ВАХ проходящей через точки [*E*, 0] и [0, *E/r*] (рис. 6.6, *б*). Точка пересечения линии ВАХ двухполюсника, называемой *нагрузочной характеристикой*, с ВАХ НР определяет режим его работы. Этот метод анали-

за цепей с нелинейным элементом называется *методом нагрузочной характеристики*.

6.2.2. Цепь с источником переменного тока

Мгновенные значения тока или напряжения на НР в цепи с источником переменного тока можно получить последовательным построением точек кривых методом нагрузочной характеристики.

В качестве примера выполним построение кривых тока и напряжения на полупроводниковом диоде в цепи с источником синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin \omega t$ (рис. 6.7).

Схема замещения цепи соответствует рис. 6.6, *а*. Параллельно оси ординат ВАХ построим ось времени для кривых ЭДС и напряжения на диоде, а параллельно оси абсцисс – ось времени для кривой тока, протекающего через диод. Выберем некоторый момент времени и построим для него нагрузочную характеристику в соответствии с мгновенным значением ЭДС. На рисунке один такой момент выбран для положительного максимума ЭДС и другой для отрицательного. Точка пересечения нагрузочной характеристики с ВАХ диода (точка *b* на рис. 6.7) определяет мгновенные значения тока и напряжения на диоде. Максимум напряжения $+U_m$ меньше максимума ЭДС на величину падения напряжения на эквивалентном сопротивлении цепи *r*. Аналогично построим нагрузочную характеристику в третьем квадранте ВАХ для отрицательного максимума и определим ток и напряжение на диоде по координатам точки пересечения *e*. Здесь падение напряжения на эквивалентном сопротивлении существенно меньше, чем при положительном максимуме, т.к. существенно меньше ток в цепи. Это связано с тем, что сопротивление диода при обратной полярности напряжения на несколько порядков больше, чем при прямой. На рисунке это соотношение уменьшено, чтобы можно было выявить детали построения кривых.

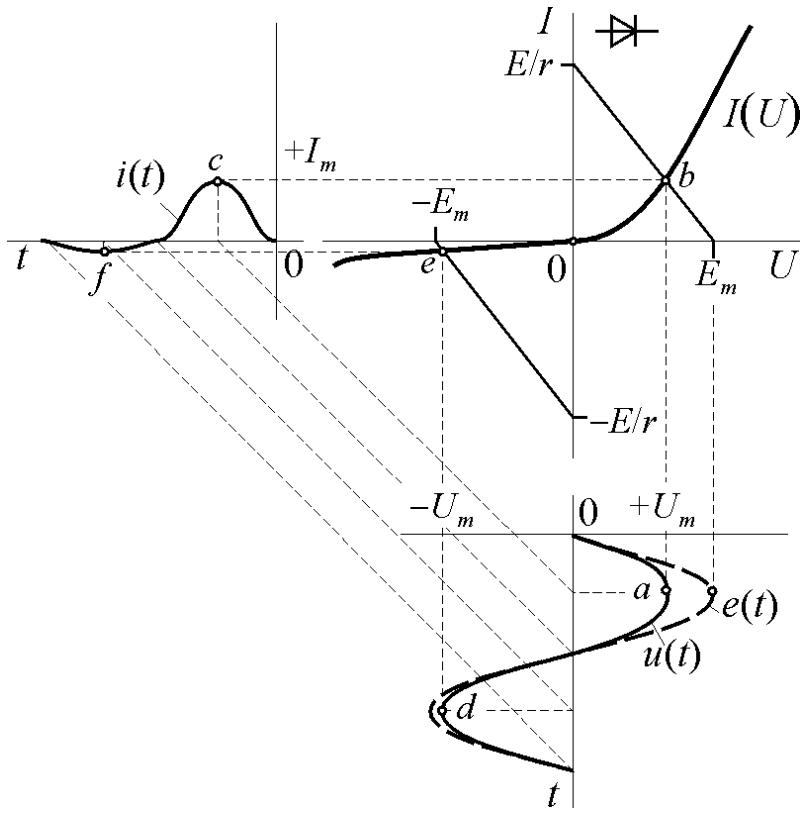


Рис. 6.7

Повторяя построения для всех точек синусоиды ЭДС, мы получим кривые мгновенных значений тока и напряжения. Обе кривые несинусоидальны. Отрицательные значения тока значительно меньше положительных и если пренебречь ими, а также искажениями синусоиды тока при положительной полуволне ЭДС, то диод можно считать элементом электрической цепи с односторонней проводимостью. Он проводит ток при положительной полярности приложенного к нему напряжения и не проводит при отрицательной полярности. Такой элемент цепи называется *вентильным элементом*.

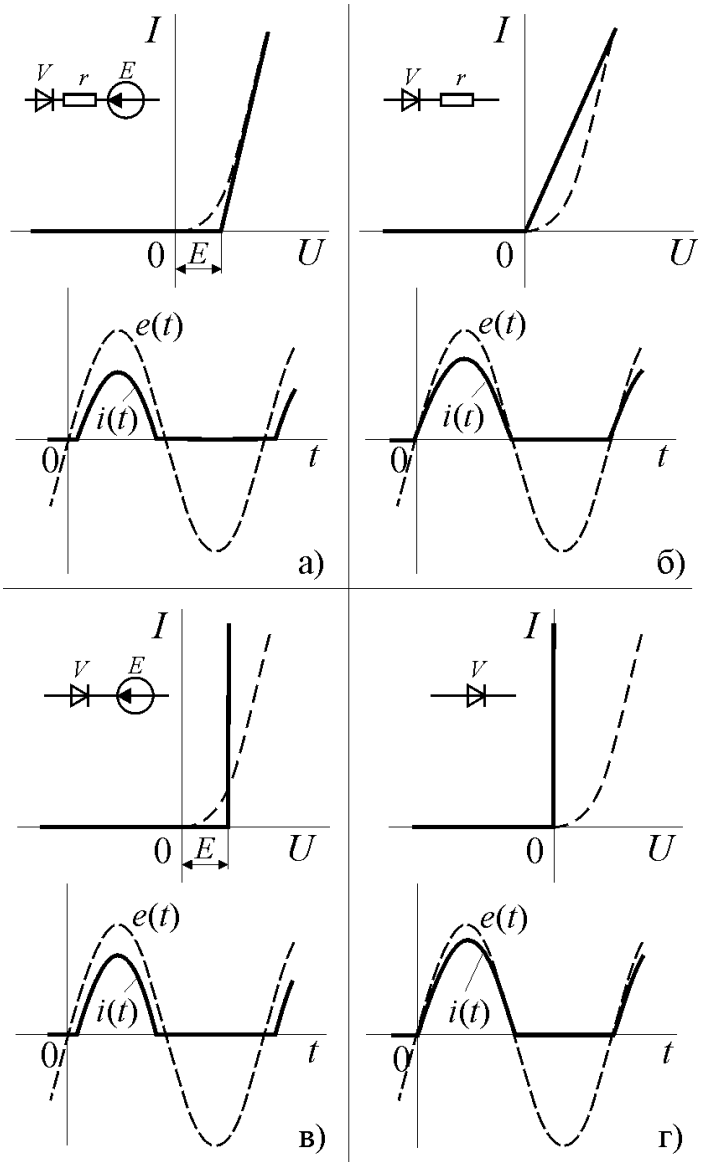


Рис. 6.8

При анализе цепей с диодами ВАХ часто заменяют схемами замещения с различной степенью детализации свойств диода (рис. 6.8). В такую схему включают идеальный вентильный элемент V с нулевым сопротивлением при положительной полярности напряжения и нулевой проводимостью при отрицательной (рис. 6.8, *г*). Кроме того, ВАХ диода в первом квадранте аппроксимируют линейными функциями. Наилучшая аппроксимация достигается при включении в схему замещения источника ЭДС E и резистивного элемента r, соответствующего дифференциальному сопротивлению на большей части ВАХ (рис. 6.8, *а*). Если напряжение на диоде существенно больше падения напряжения на начальном участке ВАХ, то искажения тока и напряжения незначительны и из схемы замещения можно исключить источник ЭДС (рис. 6.8, *б*). В случае малого сопротивления диода по отношению к сопротивлению цепи, можно исключить из схемы дифференциальное сопротивление (рис. 6.8, *в*).

Полупроводниковые диоды являются наиболее распространёнными НР. Они используются в энергетике для преобразования переменного тока в по-

стоянный, в радиотехнике, автоматике и вычислительной технике для преобразования сигналов и реализации логических функций.

Вопросы для самопроверки

1. Как строится вольтамперная характеристика участка электрической цепи с последовательным (параллельным) соединением нелинейных резисторов?
2. Что такое метод пересечения характеристик и как он используется для определения режима работы цепи?
3. Что такое нагрузочная характеристика?
4. Что такое метод нагрузочной характеристики? В каком случае он используется?
5. Нарисуйте кривую тока в электрической цепи с полупроводниковым диодом и объясните причину искажений.
6. Нарисуйте кривую напряжения на полупроводниковым диоде и объясните причину искажений.
7. Нарисуйте вольтамперные характеристики диода при различных вариантах аппроксимации?
8. Нарисуйте кривые тока через диод при различных вариантах аппроксимации вольтамперной характеристики.
9. Укажите условия, при которых применяется каждая из схем замещения диода.

6.3. Анализ цепи с нелинейными трёхполюсниками

Самым распространённым трёхполюсником, т.е. элементом электрической цепи, подключаемым к ней в трёх точках, является транзистор. Выводы, которыми он подключается к внешней цепи называются коллектор, эмиттер и база (*к*, *э*, *б* на рис. 6.9, *а*). Одна из возможных схем его включения приведена на рис. 6.9, а. Ток коллектора транзистора $I_к$ определяется напряжением между коллектором и эмиттером $U_{кэ}$, а также током, протекающим через его базу $I_б$, поэтому ВАХ $I_к(U_{кэ}, I_б)$ представляют собой множество характеристик, построенных для различных значений $I_б$ (рис. 6.9, *в*). Таким образом, изменяя ток базы транзистора можно воздействовать на режим работы цепи коллектор-эмиттер, т.е. электрическая цепь базы является управляющей цепью транзистора или входной цепью, а цепь коллектор-эмиттер – выходной или цепью нагрузки. Поэтому характеристики $I_к(U_{кэ}, I_б)$ называются выходными характеристиками транзистора. В отличие от выходных характеристик, входная ВАХ $I_б(U_{бэ})$ мало зависит режимов других цепей. Она представляет собой ВАХ диода, т.к. между базой и эмиттером находится кристаллическая структура аналогичная структуре диода. Основным свойством транзистора, обеспечивающим его применение в технике, является способность малым током базы воздействовать на большой ток коллектора, т.е. способность усиливать ток.

Анализ состояния входной и выходной цепи транзистора проводится методом пересечения характеристик для входной и выходных ВАХ. По заданному значению сопротивления $R_к$ и ЭДС $E_к$ цепи коллектора для выходных ВАХ строится нагрузочная характеристика и определяется значение тока базы, обеспечивающее требуемый режим в выходной цепи. Затем по входной ВАХ и нагрузочной характеристике входной цепи определяется режим её работы при требуемом токе.

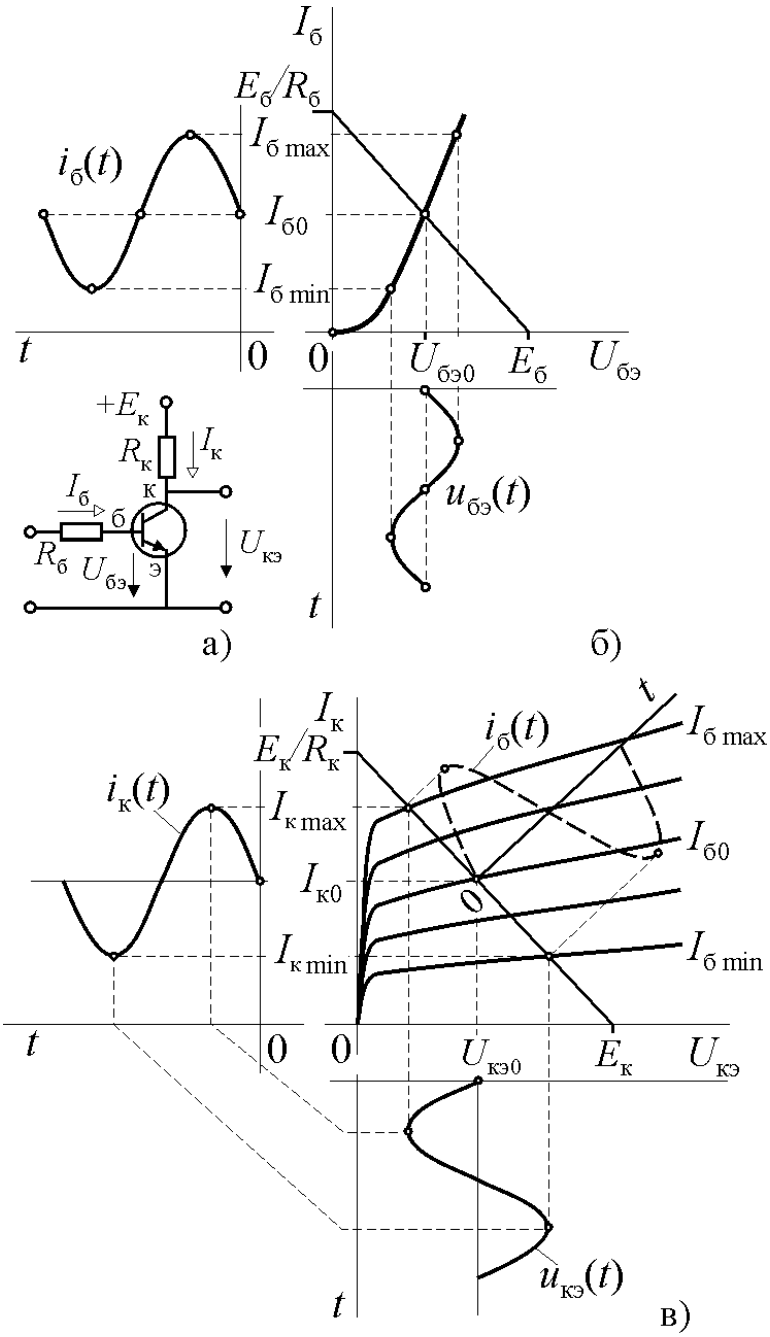


Рис. 6.9

В технических устройствах транзистор используется в качестве усилителя сигналов постоянного и переменного тока, однако для усиления переменного тока требуется введение в сигнал постоянной составляющей, т.к. транзистор обладает только односторонней проводимостью. Постоянную составляющую тока базы $I_{б0}$ определяют по выходным ВАХ как среднее значение между максимальным $I_{б\,max}$ и минимальным $I_{б\,min}$ токами, соответствующими заданным значениям максимального $I_{к\,max}$ и минимального $I_{к\,min}$ тока коллектора. После чего по входной ВАХ определяют параметры сопротивления $R_б$ и источника ЭДС $E_б$, обеспечивающие формирование тока базы в заданных пределах.

Методом пересечения характеристик определяют также режим работы транзистора в качестве ключевого элемента, т.е. управляемого элемента электрической цепи, который может находиться в двух состояниях: открытом

и закрытом. В первом состоянии его сопротивление близко к нулевому, а во втором – к бесконечности. Для этого выбирают режим нагрузки таким образом, чтобы точка пересечения нагрузочной характеристики оказалась на начальном участке выходной ВАХ, соответствующей максимальному току базы $I_{б\max}$ (точка A на рис. 6.10). В этом режиме при большом токе коллектора $I_{кн}$ напряжение коллектор-эмиттер $U_н$ близко к нулевому, что соответствует замыканию точек коллектор-эмиттер, т.е. открытому состоянию ключа. Режим работы транзистора в точке A называется режимом насыщения. При подаче в базу транзистора небольшого тока отрицательной полярности $I_{б-}$ рабочая точка переместится в точку B. При этом ток коллектора $I_{ко}$ будет очень малым, а напряжение коллектор-эмиттер $U_о$ почти равным ЭДС E. Такое состояние близко к размыканию цепи коллектор-эмиттер, т.е. эквивалентно закрытому ключу. Оно называется также режимом отсечки транзистора.

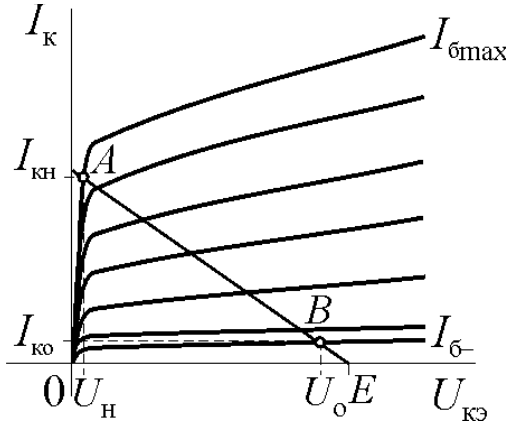


Рис. 6.10

Ключевой режим работы транзистора используется в преобразователях постоянного тока в переменный, преобразователях частоты переменного тока, в устройствах автоматики, в вычислительной технике. Процессоры современных компьютеров построены на основе миллиардов транзисторов, работающих в ключевом режиме.

Вопросы для самопроверки

1. Для чего в ток базы транзистора вводится постоянная составляющая?
2. Какой метод используют для определения режимов работы цепей базы и коллектора?
3. Нарисуйте вольтамперные характеристики транзистора в схеме с общим эмиттером и покажите на них рабочие точки соответствующие режимам насыщения и отсечки.
4. В каких устройствах используется ключевой режим работы транзистора?

7. Магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой

В современной технике очень широко используются устройства для преобразования электрической энергии в механическую. Практически все они основаны на взаимодействии магнитных полей с электрическим током в проводниках. Не менее важную роль в технике играют устройства преобразования переменных напряжений и токов, основанные на явлении электромагнитной индукции, работа которых невозможна без формирования магнитного

поля с определёнными параметрами. Поэтому наряду с процессами, связанными с движением зарядов в электрических цепях, необходимо анализировать процессы возбуждения и формирования магнитных полей. Совокупность технических устройств и объектов, возбуждающих магнитные поля и формирующих пути для их распространения, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов называется *магнитной цепью*.

7.1. Основные понятия и законы магнитных цепей

Магнитные поля возбуждаются либо электрическим током, протекающим по проводникам, которым придаётся определённая форма, и называемым обмотками или катушками, либо постоянными магнитами.

Характеристиками магнитного поля являются магнитная индукция и напряжённость. Магнитная индукция это векторная величина, характеризующая магнитное поле в каждой точке пространства. При прочих равных условиях она определяет силу, действующую на проводник, по которому протекает электрический ток, со стороны магнитного поля и величину ЭДС, наводимой магнитным полем в проводнике. Оба эти явления непосредственно используются в преобразователях электрической энергии. Поэтому во всех технических устройствах требуется создание магнитных полей с возможно более высоким значением индукции.

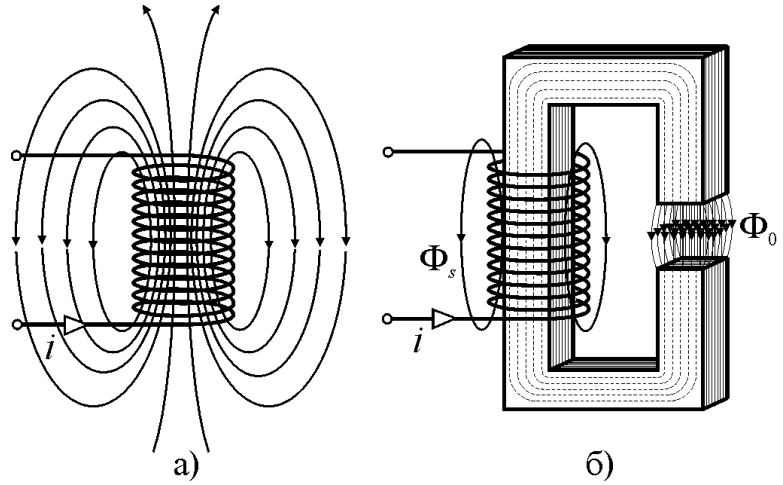


Рис. 7.1

Эта задача решается применением конструкций из ферромагнитных материалов, называемых *магнитопроводами*. На рис. 7.1, *а* показано магнитное поле цилиндрической катушки, расположенной в воздушной среде, а на рис. 7.1, *б* поле этой же катушки при том же значении тока, но установленной на магнитопроводе. В зазоре магнитопровода индукция магнитного поля в десятки и сотни раз выше, чем в любой точке поля без магнитопровода. Это связано с тем, что под действие поля катушки материал магнитопровода намагничивается и создаёт дополнительное магнитное поле, усиливающее внешнее поле. В общем случае вектор магнитной индукции **B** определяется как

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{J} = \mu\mu_0 \mathbf{H}, \qquad (7.1)$$

где: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума; μ – относительная магнитная проницаемость среды; $\mathbf{H}$ – вектор напряжённости магнитного поля; $\mathbf{J}$ – вектор намагниченности среды. В изотропной среде все три вектора имеют одинаковые направления. В неферромагнитных средах $\mathbf{J} \ll \mathbf{H}$, $\mu \approx 1{,}0$ и $\mathbf{B} \approx \mu_0 \mathbf{H}$. В ферромагнетиках $\mathbf{J} \gg \mathbf{H}$, $\mu \gg 1{,}0$. Индукция магнитного поля изменяется в теслах [Тл].

Напряжённость магнитного поля это характеристика определяемая, только свойствами системы его возбуждения, т.е. геометрической формой проводников и протекающим в них током. На основании опытных данных установлено, что интеграл вектора напряжённости магнитного поля вдоль любого замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, сцеплённых с этим контуром:

$$\oint_l \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \sum \pm I \,. \qquad (7.2)$$

Это выражение называется *законом полного тока*. Правая часть выражения (7.2) называется *магнитодвижущей силой* (МДС) или *намагничивающей силой* (НС). Она измеряется в единицах измерения тока – амперах. Единицей измерения напряжённости магнитного поля является ампер на метр [А/м].

Если контур интегрирования можно разделить на n участков, в пределах которых поле однородно и направление пути $d\mathbf{l}$ на каждом участке выбрать совпадающим с направлением вектора напряжённости $\mathbf{H}$, то интеграл в (7.2) можно заменить суммой произведений напряжённостей на длину участков:

$$\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum \pm I \,. \qquad (7.3)$$

Если при этом контур интегрирования проходит по оси катушки с числом витков w и током I, то в правой части вместо суммы токов будет произведение Iw. В общем случае в контуре интегрирования может быть m катушек с разными токами и разными направлениями из протекания. Тогда выражение (7.3) будет иметь вид:

$$\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum_{p=1}^{m} \pm I_p w_p = \sum_{p=1}^{m} \pm F_p \,, \qquad (7.4)$$

где $F_p = I_p w_p$ – магнитодвижущая сила p-й катушки.

Произведение напряжённости магнитного поля на длину участка $H_k l_k = U_{\text{м}k}$ называется *магнитным напряжением* участка магнитной цепи. Используя это понятие, можно преобразовать уравнение (7.4)

$$\sum_{k=1}^{n} U_{\text{м}k} = \sum_{p=1}^{m} \pm F_p \,. \qquad (7.5)$$

Полученное уравнение по форме напоминает второй закон Кирхгофа для электрических цепей, т.к. устанавливает равенство магнитных напряжений

вдоль замкнутого контура магнитной цепи алгебраической сумме МДС, действующих в контуре.

Магнитная индукция характеризует поле в каждой точке, но не даёт представления о магнитном поле в какой-либо области пространства. Для такой характеристики вводится понятие *потока вектора магнитной индукции* или просто *магнитного потока* через поверхность. Он определяется как поверхностный интеграл вектора магнитной индукции

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = \int_S B\cos\alpha\, dS,$$

где dS – элемент поверхности S; α – угол между направлением вектора магнитной индукции и перпендикуляром к поверхности dS. Для поверхности перпендикулярной вектору магнитной индукции во всех точках это выражение упрощается

$$\Phi = BS. \qquad (7.6)$$

В этом случае магнитная индукция равна плотности магнитного потока $B = \Phi/S$.

Магнитный поток измеряется в веберах [Вб]=[Тл][м^2].

Магнитное напряжение k-го участка магнитной цепи определяется как $U_{\text{м}k} = H_k l_k$ [*]. Выразим напряжённость через магнитную индукцию на этом участке – $U_{\text{м}k} = B_k l_k/(\mu_k\mu_0)$. Тогда для любой поверхности S_k перпендикулярной направлению l_k справедливо выражение (7.6) и магнитное напряжение приобретает вид:

$$U_{\text{м}k} = \Phi_k \frac{l_k}{\mu_k\mu_0 S_k} = \Phi_k R_{\text{м}k}, \qquad (7.7)$$

где $R_{\text{м}k} = \dfrac{l_k}{\mu_k\mu_0 S_k}$ – магнитное сопротивление k-го участка цепи.

Выражение (7.7) формально аналогично закону Ома для электрической цепи и устанавливает связь между магнитным напряжением, потоком и сопротивлением. Однако эта аналогия, как и аналогия закона полного тока с законом Кирхгофа, чисто формальная и просто позволяет использовать при анализе магнитных цепей методы сходные с методами анализа цепей электрических.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое магнитная цепь?
2. Для чего нужен магнитопровод?
3. Сформулируйте закон полного тока.
4. Как формулируется второй закон Кирхгофа для магнитных цепей и следствием какого физического закона он является?

[*] Здесь деление магнитной цепи на участки выполнено при условии однородности поля в пределах участка и совпадения направлений вектора напряжённости и отрезка l_k контура магнитной цепи

5. Что такое поток вектора магнитной индукции?
6. Почему для характеристики магнитного поля недостаточно понятия индукции?

7.2. Свойства ферромагнитных материалов

Ферромагнитными называются материалы на основе железа, кобальта, никеля и некоторые другие материалы и сплавы. Они отличаются от других материалов особыми магнитными свойствами, главными из которых являются очень высокая магнитная проницаемость и способность усиливать внешнее магнитное поле. Однако все они обладают существенно нелинейной зависимостью $B = f(H)$, что сильно затрудняет анализ магнитных цепей, содержащих участки с ферромагнетиками, и создаёт некоторые сложности при эксплуатации электротехнических устройств. Тем не менее, без ферромагнитных конструкций немыслимо эффективное преобразование электрической энергии.

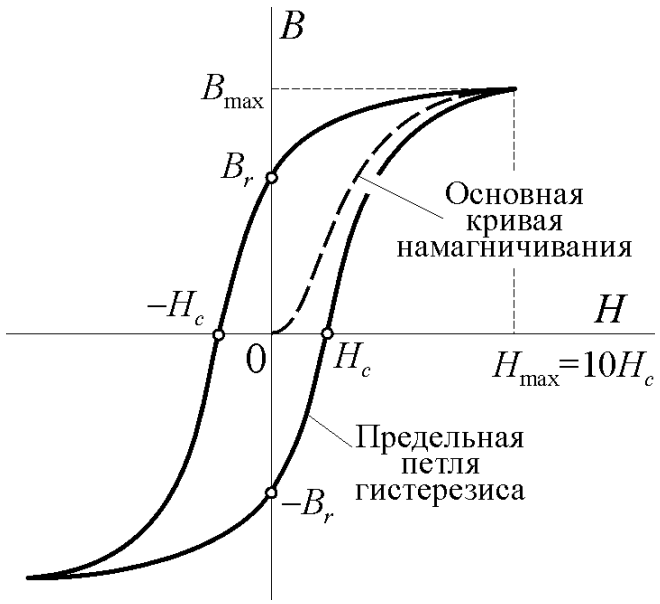


Рис. 7.2

Зависимость $B = f(H)$ для ферромагнетиков, называемая петлёй гистерезиса, имеет вид, показанный на рис. 7.2. Она характеризуется максимальным значением индукции в режиме насыщения $B_{\max}$, остаточной индукцией B_r и коэрцитивной силой H_c. Отношение $k_{\square} = B_r / B_{\max}$ называется коэффициентом прямоугольности.

По величине коэрцитивной силы ферромагнетики делятся на магнитомягкие ($H_c < 100$ А/м) с узкой петлёй гистерезиса и магнитотвёрдые ($H_c > 20\ldots30$ кА/м) с широкой петлёй. Магнитомягкие материалы используются для изготовления магнитопроводов, а магнитотвёрдые для изготовления постоянных магнитов. Это связано с тем, что при переменном магнитном потоке происходит перемагничивание материала магнитопровода и потери энергии при этом прямо пропорциональны площади петли гистерезиса. Поэтому чем уже эта петля, т.е. чем меньше коэрцитивная сила ферромагнетика, тем меньше затраты энергии, связанные с процессом перемагничивания.

Основным материалом, используемым в электротехнических устройствах для изготовления магнитопроводов, является электротехническая сталь, представляющая собой сплав железа с кремнием (кремния до 5%). Она обла-

дает высокой магнитной проницаемостью и малыми потерями на перемагничивание и вихревые токи.

Анализ процессов в магнитных цепях с учётом явления гистерезиса крайне сложен, поэтому расчёт производится с использованием основной кривой намагничивания материала магнитопровода или путём замены гистерезисной кривой эквивалентным эллипсом.

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличаются ферромагнетики от других материалов?
2. По какому признаку происходит разделение ферромагнетиков на магнитомягкие и магнитотвёрдые?
3. Что такое коэффициент прямоугольности?

7.3. Расчёт неразветвлённой магнитной цепи

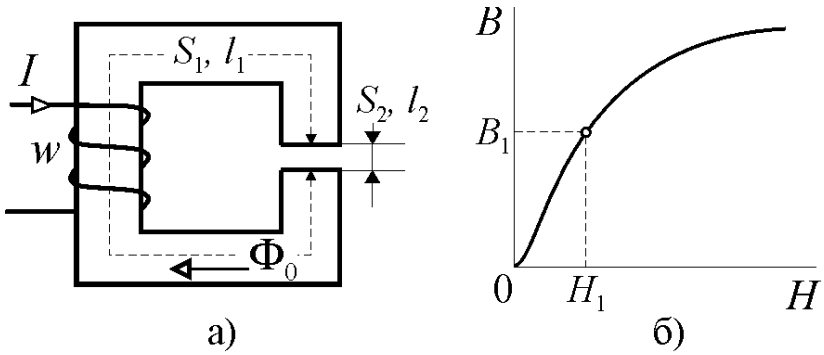


Рис. 7.3

Неразветвлённой магнитной цепью называется цепь, по всем элементам которой замыкается один и тот же магнитный поток. Если пренебречь небольшим замыкающимся по воздуху потоком рассеяния Φ_s, то к неразветвлённым можно отнести магнитную цепь на рис. 7.1, *б*, схема которой приведена на рис. 7.3, *а*.

Рассмотрим на примере этой цепи решение прямой и обратной задач встречающихся при расчёте. Прямая задача заключается в определении МДС цепи при заданном магнитном потоке, а обратная – в определении магнитного потока для заданной МДС. При этом предполагается, что геометрические параметры и кривые намагничивания участков цепи известны.

Пусть площадь поперечного сечения магнитопровода одинакова на всех участках и равна S_1. За счёт «выпучивания» линий магнитной индукции в воздушном зазоре (рис. 7.1, *б*) площадь его поперечного сечения несколько больше и равна S_2. Длины средних линий магнитопровода и зазора равны соответственно l_1 и l_2.

7.3.1. Прямая задача

Определим МДС цепи, необходимую для проведения по ней магнитного потока Ф. По закону полного тока (7.4)

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = Iw. \qquad (7.8)$$

Магнитный поток в магнитопроводе и в зазоре одинаков, поэтому в соответствии с выражением (7.6)

$$\Phi_0 = B_1 S_1 = B_2 S_2. \qquad (7.9)$$

Напряжённость H_2 для воздушного зазора определяется с учётом (7.9) как $H_2 = B_2 / \mu_0 = \Phi_0 /(S_2 \mu_0)$, а напряжённость H_1 определяется по кривой намагничивания рис. 7.3, *б* в соответствии со значением магнитной индукции $B_1 = \Phi_0 / S_1$.

Подставляя полученные значения напряжённостей H_1 и H_2 в (7.8), получим искомое значение МДС цепи $F = Iw$. Найденное значение МДС позволяет определить либо число витков катушки *w*, если задано значение тока в ней *I*, либо ток в катушке при заданном числе витков. После чего можно рассчитать конструктивные параметры катушки и параметры её источника питания.

7.3.2. Обратная задача

Задача определения магнитного потока в цепи при заданной МДС более сложная. Она решается графически или графоаналитически, либо численными методами, если кривая намагничивания задана аналитически в виде уравнения функции $B = f(H)$.

Уравнение (7.8) с учётом выражений (7.5) и (7.7) можно представить в виде:

$$\Phi_0 \frac{l_1}{\mu_1(U_{м1})\mu_0 S_1} + \Phi_0 \frac{l_2}{\mu_0 S_2} = \Phi_0 \left[R_{м1}(U_{м1}) + R_{м2} \right] = Iw = F , \qquad (7.10)$$

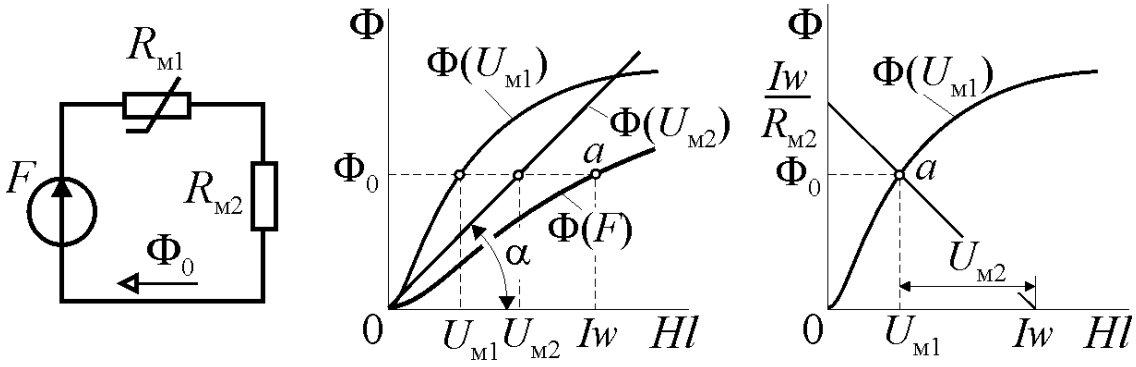


Рис. 7.4

где $R_{м1}$ и $R_{м2}$ магнитные сопротивления первого и второго участков цепи. Сопротивление магнитопровода $R_{м1}$ нелинейное, т.к. его значение зависит от магнитной проницаемости ферромагнетика $\mu_1 = f(H)$, а сопротивление воздушного зазора $R_{м2}$ линейное.

Уравнение (7.10) можно представить схемой замещения магнитной цепи приведённой на рис. 7.4, *а*. Она аналогична электрической цепи с последовательным соединением нелинейного и линейного сопротивлений и для её расчёта можно использовать методы расчёта электрических цепей с нелинейными элементами.

В частности, можно решить задачу определения потока построением вебер-амперной характеристики цепи и графически найти точку, соответствующую заданной МДС. Для этого нужно построить вебер-амперные характеристики обоих участков. Вебер-амперная характеристика магнитопровода получается умножением абсцисс и ординат точек кривой намагничивания на l_1 и на S_1 соответственно (кривая $\Phi(H_1 \cdot l_1) = \Phi(U_{м1})$ на рис. 7.4, *б*). Вебер-амперная характеристика воздушного зазора $\Phi(U_{м2})$ представляет собой прямую линию под углом $\alpha = \operatorname{arcctg}\left(R_{м2} m_\Phi / m_U\right)$ к оси абсцисс, где m_Φ, m_U – масштабы осей магнитного потока и напряжения. Суммируя абсциссы характеристик обоих участков, мы получим вебер-амперную характеристику всей магнитной цепи $\Phi(F)$, с помощью которой по заданной МДС *Iw* определим магнитный поток Φ_0.

Эту же задачу можно решить методом нагрузочной характеристики. По отношению к нелинейному сопротивлению $R_{м1}$ источник МДС F и линейное сопротивление $R_{м2}$ эквивалентны источнику ЭДС и внутреннему сопротивлению активного линейного двухполюсника в электрической цепи. Вебер-амперная характеристика такого магнитного «двухполюсника» представляет собой линию, проходящую через точку $F = Iw$ на оси абсцисс и точку $Iw / R_{м2}$ на оси ординат. Она эквивалентна нагрузочной характеристике в электрической цепи, и ордината точки её пересечения с характеристикой $\Phi(U_{м1})$ даст искомое значение магнитного потока Φ_0.

Метод нагрузочной характеристики удобен также для качественного анализа состояния магнитной цепи при вариации размеров и свойств различных участков. Так, например, изменение МДС катушки будет приводить к параллельному смещению нагрузочной характеристики и соответствующему изменению положения рабочей точки *a*, а изменение воздушного зазора – к изменению её наклона.

7.3.3. Цепь с постоянным магнитом

В современной технике для возбуждения магнитных полей очень часто используются постоянные магниты. Они изготавливаются из специальных магнитотвёрдых материалов с большой коэрцитивной силой. После механической обработки магнит помещается в поле мощного электромагнита и несколькими циклами перемагничивания выводится на предельную петлю гистерезиса. В результате после отключения питания электромагнита состояние постоянного магнита характеризуется частью петли гистерезиса, находящейся во втором квадранте и называемой *кривой размагничивания* (кривая $B_1(H_1)$ на рис. 7.5).

Поскольку постоянный магнит используется для тех же целей, что и электромагнит, то магнитная цепь устройства с постоянным магнитом ничем в принципе не отличается рассмотренной выше цепи с катушкой возбуждения

магнитного поля. Различие заключается только в том, что источник МДС находится в теле постоянного магнита, поэтому правая часть уравнения (7.8) равна нулю, т.е. $Iw = 0$.

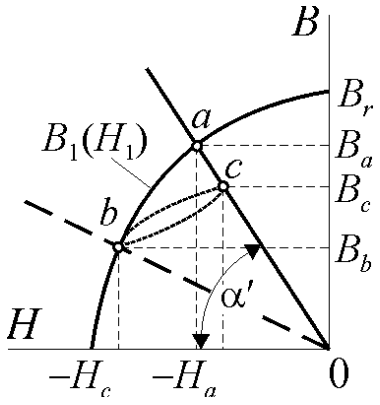


Рис. 7.5

Задачей расчёта магнитной цепи с постоянным магнитом является определение магнитной индукции в его воздушном зазоре. Она решается также как для электромагнита методом нагрузочной характеристики, иначе называемого методом пересечения характеристик. Для постоянного магнита это обычно делается в координатах *HB*, поэтому магнитное сопротивление воздушного зазора $R_{м2} = \dfrac{l_2}{\mu_0 S_2}$ приводится к размерам магнита S_1, l_1, для которого построена кривая размагничивания

$$R'_{м2} = R_{м2}\frac{S_1}{l_1}.$$

Внешняя МДС цепи равна нулю, поэтому характеристику воздушного зазора строят из начала координат под углом $\alpha' = -\text{arcctg}\left(R'_{м2} m_B / m_H\right)$, где m_B, m_H – масштабы осей магнитной индукции и напряжённости магнитного поля. Ордината точки пересечения кривой размагничивания и характеристики воздушного зазора *a* определяет магнитную индукцию в зазоре.

Приведённое магнитное сопротивление $R'_{м2}$ называют также коэффициентом размагничивания постоянного магнита, т.к. оно определяет степень уменьшения магнитной индукции в зазоре по сравнению с остаточной индукцией. Увеличение воздушного зазора, например, при извлечении из него какого-либо элемента магнитопровода, приведёт к увеличению магнитного сопротивления и перемещению рабочей точки магнитной цепи в положение *b* (рис. 7.5). При восстановлении зазора рабочая точка не вернётся в прежнее положение *a*, а переместится по кривой частного гистерезисного цикла в положение *c* и новое значение магнитной индукции будет меньше начального ($B_c < B_a$). Это явление нужно учитывать при работе с устройствами, в которых магнитное поле возбуждается постоянными магнитами.

7.3.4. Сила притяжения магнита

Независимо от способа возбуждения магнитного поля положение рабочей точки определяет запас энергии в зазоре, т.к. удельная магнитная энергия равна $w_м = B_2 H_2 / 2$ [Дж/м^3]. Для зазора с размерами S_2, l_2 энергия поля равна

$$W_2 = \frac{B_2 H_2}{2} S_2 l_2.$$

Изменение длины зазора l_2 приведёт к изменению энергии поля и потребует приложения силы

$$F = \frac{dW_{\text{м}}}{dl_2} = \frac{B_2 H_2}{2} S_2 = \frac{B_2^2 S_2}{2\mu_0}. \qquad (7.11)$$

Сила F является силой притяжения, создаваемой магнитом. Как следует из (7.11), она определяется величиной магнитной индукции в воздушном зазоре. Изменением значения индукции, например, изменением тока в катушке, можно регулировать силу притяжения, что часто используется в устройствах с втяжными электромагнитами. Чаще всего силой притяжения управляют в дискретном режиме, т.е. включая и выключая ток катушки. Так работают магниты различных реле, контакторов, подъёмных устройств и т.п. Но с помощью электромагнита можно также плавно управлять усилиями в различных механизмах, в особенности тех из них, где требуется создать поступательное движение.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое неразветвлённая магнитная цепь?
2. Как формулируются прямая и обратная задачи расчёта магнитной цепи?
3. Как решается прямая (обратная) задача?
4. Что такое кривая размагничивания?
5. Чем отличается расчёт магнитной цепи с постоянным магнитом от расчёта цепи с электромагнитом?
6. Почему магнитное сопротивление воздушного зазора называется коэффициентом размагничивания?
7. Почему после изменения воздушного зазора невозможно восстановить прежнее состояние магнитной цепи?
8. Чем определяется сила притяжения электромагнита?
9. Как осуществляют управление величиной силы притяжения?

8. Катушка с магнитопроводом в цепи переменного тока

Катушка с магнитопроводом является собирательным понятием для множества электромагнитных устройств, в которых магнитное поле возбуждается протекающим по проводникам током, а усиливается и формируется с помощью различных конструкций из ферромагнитных материалов. На примере цилиндрической катушки с ферромагнитным сердечником, образующим магнитопровод (рис. 7.1, *б*), проще и наглядней анализировать электромагнитные процессы общие по своей природе для всех подобных устройств.

8.1. Электромагнитные процессы при переменном токе

При подключении катушки к источнику переменного тока в электрической цепи и в магнитопроводе возникают физические явления, принципиально отличающиеся от наблюдаемых на постоянном токе. Прежде всего, это относится к явлениям в магнитопроводе, состояние которого при переменной

МДС характеризуется бесконечным множеством точек, образующих петлю гистерезиса, в то время как при постоянном токе состояние ферромагнетика определялось одной рабочей точкой.

8.1.1. Потери от гистерезиса

Пусть катушка подключена к источнику переменного тока с напряжением $u_0(t) = U_{0m}\cos\omega t$. Пренебрегая малым потоком рассеяния (Φ_s на рис. 7.1, *б*) и потерями в обмотке, определим магнитный поток в сердечнике Φ_0

$$u_0(t) = -e_0(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = w\frac{d\Phi_0(t)}{dt} = U_{0m}\cos\omega t$$
$$\Downarrow \qquad (8.1)$$
$$\Phi_0(t) = \frac{1}{w}\int u_0(t)\,dt = \frac{U_{0m}}{w}\int \cos\omega t\,dt = \frac{U_{0m}}{w\omega}\sin\omega t = \Phi_{0m}\sin\omega t$$

Таким образом, при синусоидальном напряжении питания магнитный поток в магнитопроводе будет также синусоидальным и будет отставать по фазе от напряжения на 90°. Амплитудное значение ЭДС e_0 равно $E_{0m} = U_{0m} = w\omega\Phi_{0m} = w2\pi f\Phi_{0m}$. Отсюда действующее значение ЭДС, наводимой в обмотке магнитным потоком в сердечнике

$$E_0 = U_0 = E_{0m}/\sqrt{2} = 4{,}44wf\Phi_{0m}. \qquad (8.2)$$

Из выражения (8.2) следует, что амплитуда магнитного потока, создаваемого идеализированной катушкой

$$\Phi_{0m} = \frac{U_0}{4{,}44wf},$$

определяется отношением U_0/f и при постоянной частоте и напряжении питания не зависит от материала магнитопровода и его размеров.

Построим вебер-амперную характеристику материала магнитопровода, а также синусоиды напряжения и магнитного потока (рис. 8.1). Для каждой точки синусоиды потока определим по вебер-амперной характеристике значение тока и построим это значение для того же момента времени. В качестве примера на рис. 8.1 показано построение одной точки *a*-*b*-*c*. В результате мы получим кривую тока $i_0(t)$, существенно отличающуюся от синусоиды. Анализ электрической цепи в этом случае можно выполнить разложением этой кривой в ряд Фурье или путём её замены эквивалентной синусоидой. Обычно при расчётах пользуются эквивалентной синусоидой, т.к. гармонический анализ существенно усложняет задачу и не всегда оправдан, в связи с тем, что кривая тока строится по статистически усреднённым параметрам вебер-амперной характеристики и статистическая погрешность может превышать или быть соизмеримой с погрешностью перехода к эквивалентной синусоиде.

Переход к эквивалентной синусоиде выполняется при соблюдении двух условий: 1) равенство действующих значений реального и эквивалентного

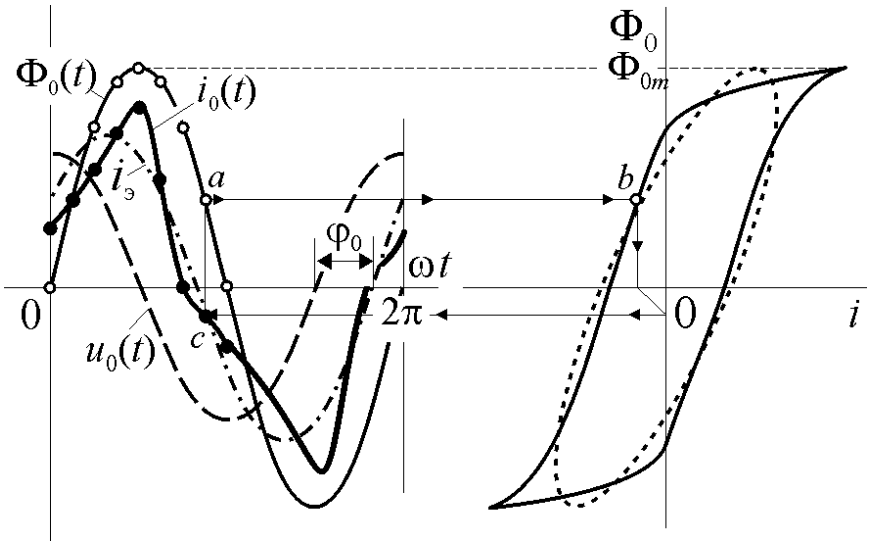


Рис. 8.1

тока $I_0 = I_{0э}$ и 2) равенство активной мощности, потребляемой катушкой с реальным и эквивалентным током $P_0 = P_{0э}$. Так как при этой замене ток становится синусоидальным и магнитный поток также является синусоидальной функцией времени, то траекторией точки на плоскости вебер-амперной характеристики, характеризующей состояние магнитопровода в каждый момент времени, будет эллипс. Следовательно, замена кривой тока эквивалентной синусоидой означает замену истинной кривой $\Phi_0 = F(i)$ эквивалентным эллипсом. Причём, из второго условия следует, что площадь эквивалентного эллипса будет равна площади петли гистерезиса $\Phi_0 = F(i)$, т.к. эта площадь равна энергии, затрачиваемой на один цикл перемагничивания материала магнитопровода и потребляемой катушкой от источника питания.

Энергия, затрачиваемая на перемагничивание, выделяется в материале сердечника в виде тепла. Это находит отражение в фазовом сдвиге эквивалентной синусоиды тока $i_э$ относительно напряжения u_0, составляющем угол $\varphi_0 = \arccos\left(\dfrac{P_0}{U_0 I_{0э}}\right) < \pi/2$ (рис. 8.1). При отсутствии потерь на перемагничивание эквивалентный эллипс вырождается в отрезок прямой линии и фазовый сдвиг тока относительно потока становится равным нулю, а относительно напряжения – $\pi/2$.

Потери, связанные с перемагничиванием, называются потерями от гистерезиса. Это название отражает то обстоятельство, что при отсутствии явления гистерезиса потери на перемагничивание будут нулевыми, т.к. нулевой будет площадь гистерезисной петли. Мощность потерь от гистерезиса равна

$$P_г = \eta f B_m^n V \qquad (8.3)$$

где η – коэффициент, характеризующий материал сердечника; f – частота питания; V – объём сердечника; B_m – максимальное значение магнитной индукции; $1{,}0 < n < 2{,}0$ – показатель степени, зависящий от материала и величины магнитной индукции.

8.1.2. Потери от вихревых токов.

Другим явлением, возникающим при питании катушки переменным током, являются вихревые токи. Материал сердечника является проводником, находящимся в переменном магнитном поле. Поэтому в нём индуцируется ЭДС, под действием которой в плоскости перпендикулярной направлению магнитного потока возникают токи $i_в$, замыкающиеся по контурам напоминающим «вихри» (рис. 8.2).

Протекание тока в любом проводнике вызывает его нагрев, т.е. тепловые потери энергии. Их мощность для вихревых токов определяется выражением

$$P_в = \xi d^2 f^2 B_m^2 V \qquad (8.4)$$

где ζ – коэффициент, пропорциональный удельной проводимости материала сердечника; $d \ll b$ – толщина листа магнитопровода; f – частота питания; V – объём сердечника; B_m – максимальное значение магнитной индукции.

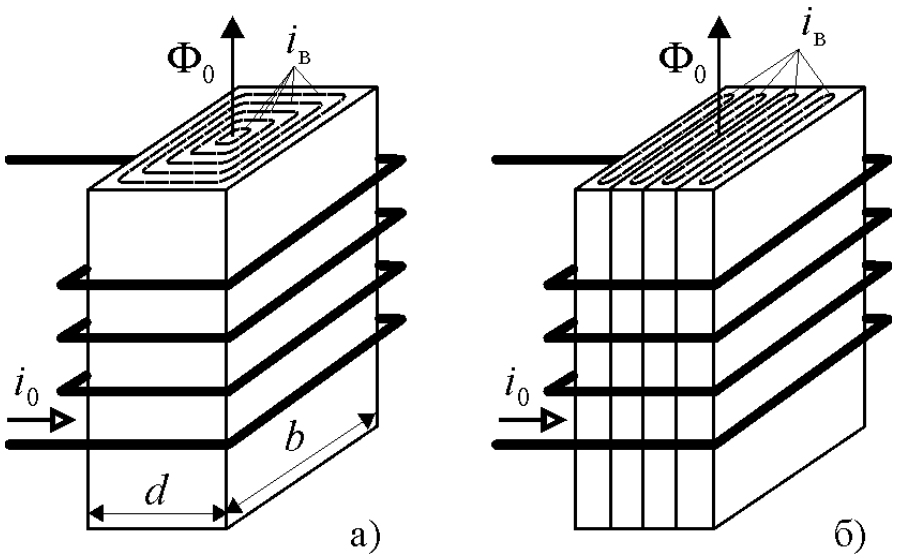


Рис. 8.2

Из выражения (8.4) следует, что мощность потерь от вихревых токов пропорциональная второй степени толщины листов, из которых изготовлен сердечник. Это объясняется тем, что мощность пропорциональна квадрату тока, вызывающего нагрев. Поэтому, если ток I разделить на n токов, протекающих в контурах с приблизительно таким же сопротивлением, то $P_1 = I^2 R_1 > P_2 = (I/n)^2 R_2 \;\Rightarrow\; P_1 / P_2 \approx n^2\big|_{R_1 \approx R_2}$, т.е. при разделении магнитопровода на n изолированных листов мощность потерь уменьшится приблизительно в n^2 раз. Условие $R_1 \approx R_2$ выполняется, если $d \ll b$, что также является условием в выражении (8.4).

Энергия, преобразуемая в тепло вихревыми токами, потребляется от источника питания катушки и может быть очень большой. Поэтому все магнитопроводы устройств, работающих на переменном токе или в режиме меняющегося во времени магнитного потока, изготавливаются из изолированных друг от друга листов, толщина которых выбирается в зависимости от частоты. Чем выше частота, тем тоньше должны быть листы, чтобы уменьшением толщины d компенсировать увеличение удельных потерь с ростом f (см. выражение 8.4). Разделение магнитопровода на пластины называется

«шихтованием», от нем. *Schichte* – слой. Оно выполняется вдоль направления магнитного потока. Отдельные пластины сердечника изолируются друг от

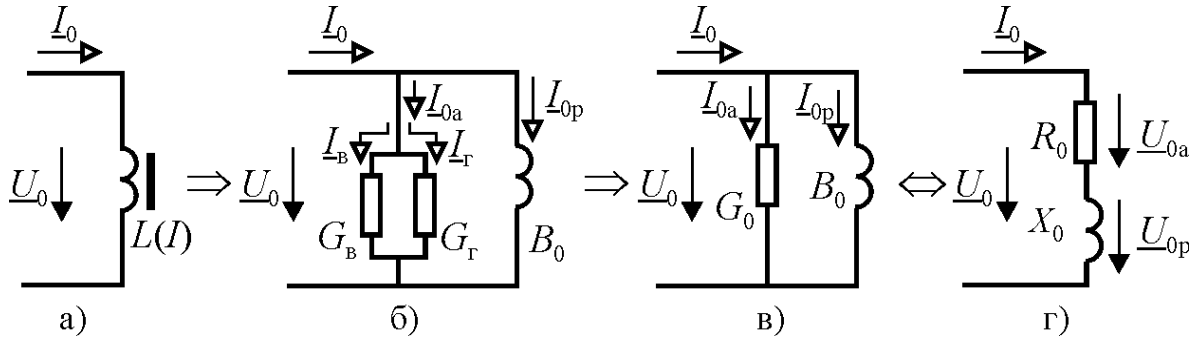


Рис. 8.4

друга окалиной, возникающей на их поверхности при термообработке, или лаком.

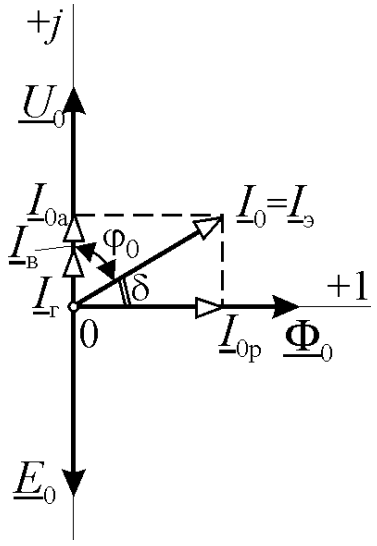


Рис. 8.3

На высоких частотах и радиочастотах вместо листов магнитопроводы изготавливают из керамики, в которую включают ферромагнитный порошок. Такие материалы называются ферритами.

Дополнительным средством снижения потерь от вихревых токов является увеличение удельного сопротивления ферромагнетиков. Для этого в них добавляют соответствующие вещества. Например, в электротехнические стали включают кремний (0,5…5%).

Кроме тепловых потерь вихревые токи создают магнитный поток, направленный встречно по отношению к потоку Φ_0 и уменьшают его, создавая эффект размагничивания сердечника. Это явление не столь существенно как нагрев, но при определённых обстоятельствах также должно учитываться.

8.1.3. Векторная диаграмма и схема замещения

Замена кривой тока эквивалентной синусоидой позволяет при анализе процессов в катушке с ферромагнитным сердечником использовать методы анализа цепей с синусоидальными токами и напряжениями.

Построим векторную диаграмму напряжения $\underline{U}_0$ и тока катушки $\underline{I}_0 = \underline{I}_э$, соответствующую рис. 8.1. Ток i_0 отстаёт по фазе от напряжения u_0 на угол $\varphi_0 < \pi/2$. Угол $\delta = \pi/2 - \varphi_0$ называется *углом магнитных потерь или углом магнитного запаздывания*. Первое название связано с тем, что синус этого угла определяет активную составляющую тока $I_{0a} = I_0 \sin\delta = I_0 \cos\varphi_0$ и, следовательно, активную мощность, потребляемую катушкой $P_0 = U_0 I_{0a}$. Второе

название связано с отставанием (запаздыванием) магнитного потока Φ_0 от возбуждающего его тока i_0 на угол δ.

Активная мощность, потребляемая катушкой, расходуется на покрытие потерь от гистерезиса и вихревых токов, т.е. потерь в магнитопроводе, называемых также потерями в «стали»

$$P_0 = U_0 I_{0\text{а}} = P_\text{г} + P_\text{в} = U_0 (I_\text{г} + I_\text{в}) \qquad (8.5)$$

Поэтому активную составляющую тока катушки можно разделить на слагаемые, соответствующие составляющим мощности потерь.

Вторая реактивная составляющая тока – $I_{0\text{р}} = I_0 \cos\delta = I_0 \sin\varphi_0$ соответствует реактивной мощности $Q_0 = U_0 I_{0\text{р}}$, расходуемой на формирование магнитного потока катушки Φ_0.

Векторной диаграмме рис 8.3. соответствует схема двухполюсника, приведённая на рис. 8.4, *б* и далее преобразованная к эквивалентным схемам замещения на рис. 8.4, *в* и *г*. Параметры этих схем определяются мощностью, потребляемой катушкой

$$\begin{gathered} G_0 = (I_0 / U_0)\cos\varphi_0; \quad R_0 = (U_0 / I_0)\cos\varphi_0; \\ B_0 = (I_0 / U_0)\sin\varphi_0; \quad X_0 = (U_0 / I_0)\sin\varphi_0; \\ \cos\varphi_0 = P_0 / (U_0 I_0) \end{gathered} \qquad (8.6)$$

Таким образом, полученные эквивалентные линейные двухполюсники рис. 8.4, *в* и *г* соответствуют электромагнитным процессам в сердечнике катушки без учета процессов в её обмотке, т.е. *идеальной катушке*.

В реальной катушке часть магнитных линий поля, возбуждаемого обмоткой, замыкается по воздуху, минуя магнитопровод, и образует т.н. *магнитный поток рассеяния* Φ_s (рис. 7.1, *б*). Воздушная среда, по которой замыкается этот поток, обладает очень малой магнитной проницаемостью по сравнению с ферромагнетиком сердечника. Поэтому и величина потока рассеяния незначительна и составляет единицы или доли процента от потока Φ_0. Поток рассеяния, как всякий поток в воздушной среде, обладает линейной вебер-амперной характеристикой $\Psi_s = L_s i_0$, где $L_s = \text{const}$ – индуктивность рассеяния. Электродвижущая сила, наводимая в обмотке потоком рассеяния, равна $e_L = -\dfrac{d\Psi_s}{dt} = -L_s \dfrac{di_0}{dt}$ и является ничем иным как ЭДС самоиндукции.

При полном описании электромагнитных процессов в катушке кроме ЭДС потока рассеяния нужно учесть её активное сопротивление и связанные с ним потери электрической энергии. Тогда уравнение Кирхгофа для электрической цепи обмотки будет иметь вид

$$u = u_R + u_L + u_0 = Ri_0 + L_s \frac{di_0}{dt} + u_0$$

$$\Updownarrow \qquad (8.7)$$

$$\underline{U} = R\underline{I}_0 + jX_s\underline{I}_0 + \underline{U}_0 = R\underline{I}_0 + jX_s\underline{I}_0 + \underline{Z}_0\underline{I}_0$$

где $u_L = -e_L$ и $u_0 = -e_0 = -w\frac{d\Phi_0}{dt}$ – напряжения, соответствующие ЭДС индуцируемым в обмотке магнитным потоком рассеяния и потоком в сердечнике; $X_s = \omega L_s$ – индуктивное сопротивление рассеяния; $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$ – комплексное сопротивление схемы замещения электромагнитных процессов в сердечнике.

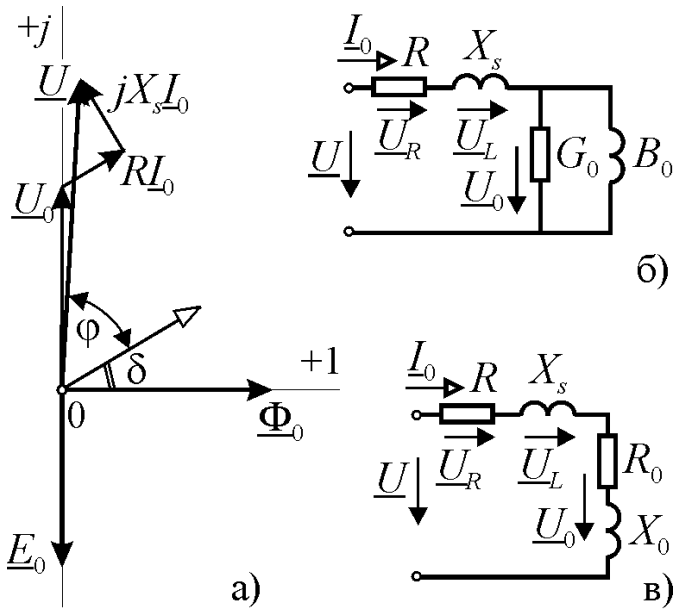


Рис. 8.5

В уравнении (8.7) учтены все электромагнитные процессы происходящие в катушке с ферромагнитным сердечником. Это уравнение можно представить также векторной диаграммой и схемами замещения, показанными на рис. 8.5.

Вопросы для самопроверки

1. Чем определяется величина магнитного потока, создаваемого катушкой?
2. При каких условиях осуществляется переход от кривой тока в катушке к эквивалентной синусоиде?
3. Какой вид имеет функция $\Phi_0(i)$ для эквивалентной синусоиды?
4. Как влияет форма петли гистерезиса на параметры эквивалентной синусоиды тока?
5. Что такое вихревые токи? Как они возникают?
6. Что такое «шихтование» магнитопровода и для чего оно применяется?
7. Какое влияние оказывают вихревые токи на электромагнитные процессы?
8. Что такое угол магнитных потерь (магнитного запаздывания)?
9. Как на схеме замещения отражаются процессы преобразования энергии в магнитопроводе?

10. Нарисуйте полную схему замещения и поясните как отражаются на ней электромагнитные процессы, происходящие в катушке с магнитопроводом при питании от источника переменного тока?

8.2. Упрощённый анализ электромагнитных процессов

Если не учитывать явление гистерезиса, то зависимость $B = f(H)$ материала сердечника можно представить кривой намагничивания и для магнитопровода с известными геометрическими параметрами построить вебер-амперную характеристику (рис. 8.6). Каждой точке вебер-амперной характеристики соответствуют два значения индуктивности: статическая индуктивность $L_{\text{ст}}$ и дифференциальная или динамическая индуктивность $L_{\text{диф}}$

$$L_{\text{ст}} = \frac{\Psi}{I} = \frac{m_\Psi}{m_I}\text{tg}\alpha;\ \ L_{\text{диф}} = \lim_{\Delta I \to 0}\frac{\Delta\Psi}{\Delta I} = \frac{d\Psi}{dI} = \frac{m_\Psi}{m_I}\text{tg}\beta.$$

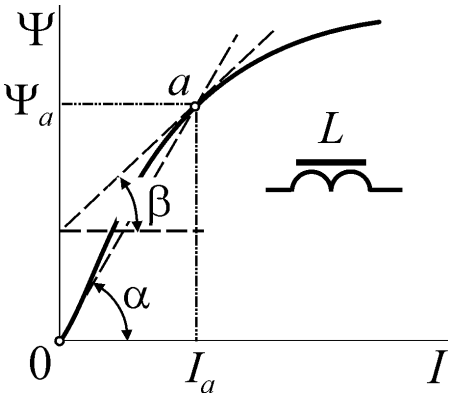


Рис. 8.6

Статическая индуктивность определяет соотношение между током и потокосцеплением катушки при постоянном токе, а динамическая – при небольших отклонениях тока вблизи рабочей точки *a*.

Таким образом, магнитопровод катушки представляет собой нелинейный индуктивный элемент и, пользуясь его вебер-амперной характеристикой, можно исследовать процессы в электрической цепи обмотки методами анализа нелинейных электрических цепей.

Рассмотрим процессы в электромагнитном устройстве, эскиз которого приведён на рис. 8.7, *а*. Оно представляет собой катушку с ферромагнитным сердечником, часть которого сделана подвижной и может перемещаться, изменяя длину воздушного зазора δ. Подвижная часть магнитопровода называется ярмом. Магнитная цепь этого устройства ничем не отличается от магнитной цепи катушки на рис. 7.1, *б*, за исключением того, что её воздушный зазор разделён на две части. Но т.к. магнитная цепь неразветвлённая и по всем её элементам замыкается один и тот же магнитный поток, то оба зазора можно объединить в один с длиной 2δ, а участок ярма включить в состав сердечника. Тогда вебер-амперные характеристики магнитной цепи будут аналогичны характеристикам, приведённым на рис. 7.4, *б*.

Учитывая, что обмотка подключена к источнику переменного синусоидального тока с частотой ω, можно перейти от вебер-амперных характеристик магнитопровода и воздушного зазора к вольтамперным характеристикам в соответствии с соотношением $u = d\Psi/dt \ \Rightarrow\ U = \omega\Psi$. Эти характеристики показаны на рис. 8.7, *в*.

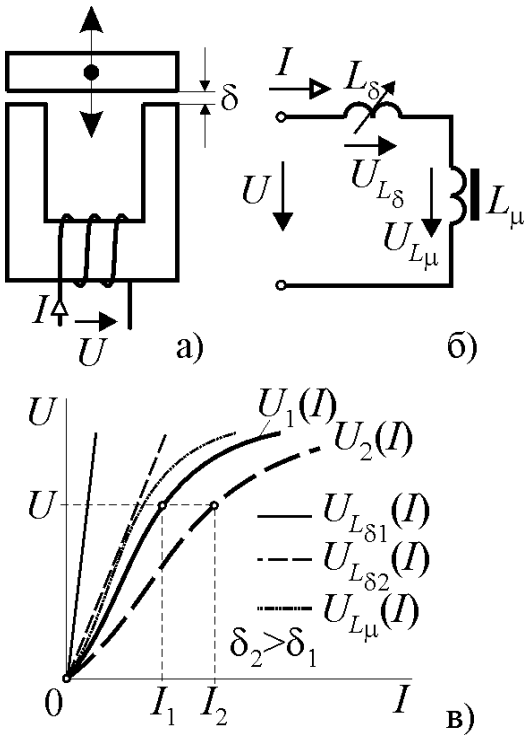


Рис. 8.7

Если пренебречь потерями энергии в обмотке и магнитным потоком рассеяния, то схема замещения электрической цепи катушки будет иметь вид рис. 8.7, *б*. Она представляет собой последовательное соединение линейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности воздушного зазора L_δ и нелинейного индуктивного элемента, соответствующего индуктивности магнитопровода L_μ. Следовательно, ВАХ электрической цепи $U(I) = U_{L_\delta}(I) + U_{L_\mu}(I)$ представляет собой характеристику, построенную путём суммирования абсцисс ВАХ характеристик элементов L_δ и L_μ.

При изменении воздушного зазора будет изменяться наклон его ВАХ $U_{L_\delta}(I)$. Соответственно будет изменяться и ВАХ $U(I)$ и при постоянном напряжении питания $U = \text{const}$ будет изменяться ток в цепи катушки. На рис. 8.7, *в* показаны характеристики, соответствующие двум размерам воздушного зазора $\delta_2 > \delta_1$. При увеличении зазора его индуктивность уменьшается L_δ, уменьшаются также общая индуктивность цепи $L = L_\delta + L_\mu$ и её индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$. В результате этого ток в цепи возрастает.

Таким образом, перемещением ярма магнитопровода катушки можно регулировать ток в её цепи. Основанные на этом принципе регуляторы тока просты, надёжны и дёшевы. Обычно они применяются в оборудовании, эксплуатирующемся в тяжёлых условиях персоналом низкой квалификации.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое статическая (дифференциальная) индуктивность?
2. Что представляет собой схема замещения электрической цепи катушки с ферромагнитным сердечником и переменным воздушным зазором?
3. Поясните, как можно регулировать ток в цепи катушки перемещением ярма её магнитопровода?

8.3. Явление феррорезонанса

Резонанс в электрических цепях, содержащих катушку с магнитопроводом, называется феррорезонансом. Нелинейность индуктивности катушки приводит к возникновению явлений, не наблюдаемых при резонансе в ли-

нейных электрических цепях. Причём, чем больше нелинейность, тем более ярко выражены эти явления. Поэтому в устройствах, принцип действия которых основан на явлении феррорезонанса, используют катушки с замкнутым магнитопроводом, т.е. без воздушного зазора.

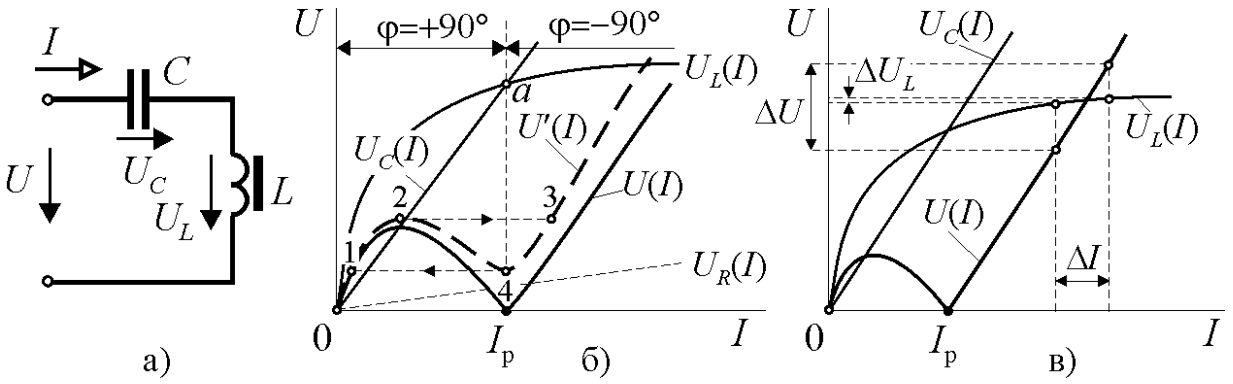


Рис. 8.8

Феррорезонанс напряжений. Этот вид резонанса наблюдается при последовательном включении конденсатора и катушки с ферромагнитным сердечником. Пренебрегая потерями в обмотке, получим схему замещения, приведённую на рис. 8.8, *а*.

На рис. 8.8, *б* приведены ВАХ ёмкостного элемента $U_C(I)$ и нелинейного индуктивного элемента $U_L(I)$. Так как напряжения на ёмкостном и индуктивном элементах находятся в противофазе, то ВАХ резонансного контура $U(I)$ получается вычитанием ординат $U(I)=|U_L(I)-U_C(I)|$. Режим резонанса наступает при токе $I_\text{р}$, соответствующем точке *a* пересечения ВАХ элементов цепи. При этом падение напряжения на входе цепи будет равно нулю. До точки резонанса входное сопротивление цепи имеет индуктивный характер, а после этой точки фазовый сдвиг скачком меняется на 180° и цепь приобретает ёмкостный характер.

В действительности обмотка катушки обладает активным сопротивлением. Поэтому кривая ВАХ будет иметь несколько иной вид $U'(I)$, но сохранит при этом характерные участки. Главной её особенностью является наличие участка с отрицательным значением dU/dI. Это неустойчивый участок ВАХ и рабочая точка не может на нём находиться. При плавном увеличении входного напряжения от нуля до точки 2, соответствующей границе участка $dU/dI<0$, ток будет плавно увеличиваться, но в точке 2 малейшие колебания напряжения приведут к тому, что рабочая точка цепи скачкообразно переместится в положение 3. При этом резко возрастёт входной ток и скачкообразно изменится фазовый сдвиг между током и напряжением на входе цепи от +90° до –90°. Дальнейшее увеличение входного напряжения будет сопровождаться плавным увеличением тока с сохранением его ёмкостного характера.

Если после выхода на участок ВАХ находящийся за точкой 3 начать плавное снижение входного напряжения, то можно сместить рабочую точку в положение минимума 4. Однако и здесь при малейшей нестабильности напряжения произойдёт скачкообразный переход в точку 1, сопровождающийся резким падением величины тока и изменением его характера.

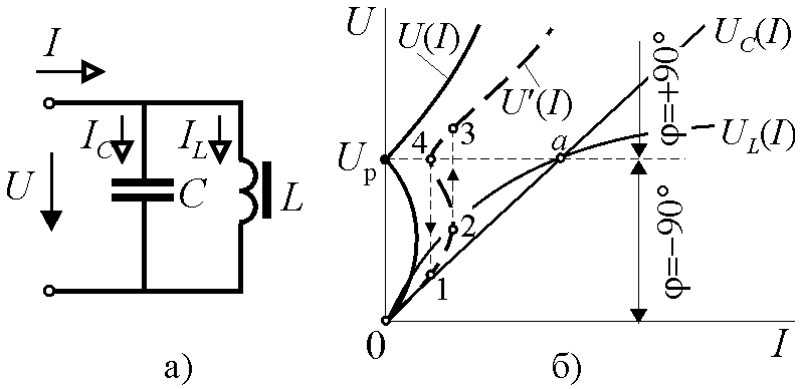


Рис. 8.9

Феррорезонанс токов. При параллельном соединении катушки и конденсатора в контуре наблюдается резонанс токов.

Здесь аналогичные процессы происходят при питании цепи от источника тока. При плавном увеличении входного тока напряжение возрастает до точки 2, ограничивающей неустойчивый участок, а затем скачкообразно возрастает до точки 3 с одновременным изменением фазы на 180°. При последующем снижении тока до точки 4 напряжение плавно уменьшается, а затем, скачком меняя амплитуду и фазу, переходит в точку 1.

Участок ВАХ выше точки 4 при определённом выборе параметров контура обладает малым дифференциальным сопротивлением. Это свойство характеристики параллельного резонансного контура используется в устройствах стабилизации переменного напряжения, называемых *феррорезонансными стабилизаторами*.

На рис. 8.10, *а* показана схема замещения такого стабилизатора. Она состоит из последовательного соединения линейного индуктивного элемента L_1 и параллельного феррорезонансного контура CL_2. Нагрузка стабилизатора подключается параллельно резонансному контуру.

Пренебрегая потерями в цепи, построим ВАХ резонансного контура $U_2(I)$. Так как индуктивный элемент L_1 и резонансный контур соединены последовательно, то ВАХ цепи для входного напряжения и тока $U_1(I)$ получается суммированием ординат точек линейной ВАХ $U_{L_1}(I)$ и ВАХ контура $U_2(I)$.

Из построения на рисунке 8.10, *б* следует, что при входном напряжении U_1, превышающем резонансное значение $U_\text{р}$, изменение U_1 на величину ΔU_1 приведёт к изменению тока на величину ΔI и соответствующему изменению напряжения в нагрузке на величину ΔU_2. Однако за счёт того, что дифференциальное сопротивление характеристики $U_2(I)$ значительно меньше, чем

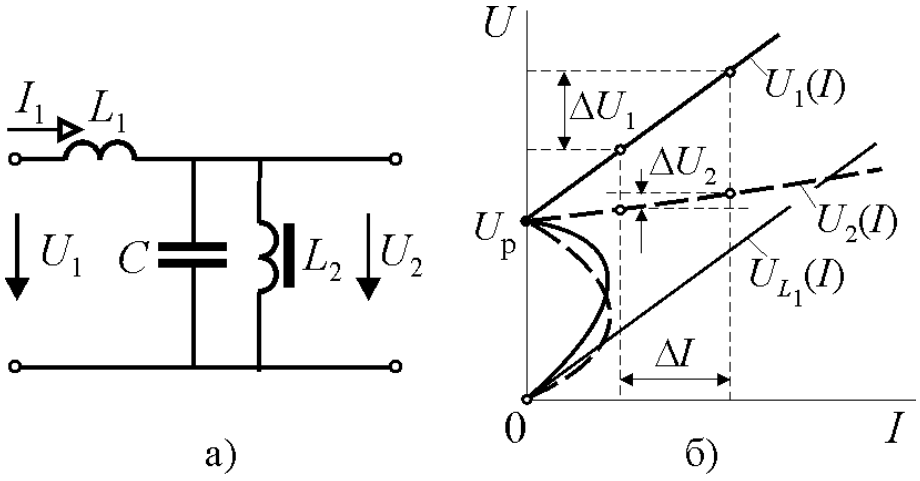


Рис. 8.10

характеристики $U_1(I)$, величина ΔU_2 будет существенно меньше, чем ΔU_1 и в цепи возникнет эффект стабилизации напряжения нагрузки.

Эффект стабилизации напряжения можно получить также при подключении нагрузки параллельно катушке в последовательном резонансном контуре, если катушка обладает малым дифференциальным сопротивлением в области насыщения. При токах, превышающих резонансное значение $I_\text{р}$ (рис. 8.8, *в*), значительное изменение входного напряжения ΔU будет приводить к существенно меньшим изменениям напряжения на катушке ΔU_L.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое феррорезонанс?
2. Как и почему изменяется ток и характер реактивного сопротивления последовательного контура при изменении напряжения питания?
3. Как и почему изменяется напряжение и характер реактивного сопротивления параллельного контура при изменении входного тока?
4. Что такое феррорезонансный стабилизатор напряжения и как он работает?

С помощью трансформатора можно изменить величину напряжения без изменения частоты.

Часть вторая. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

9. Трансформаторы

Трансформатором называется электромагнитное статическое устройство, предназначенное для преобразования параметров электрической энергии в цепях переменного тока. ~~С помощью трансформаторов можно изменить величину напряжения, тока, начальной фазы и частоты, т.е. любого из параметров, определяющих напряжение или ток в цепи.~~ В данном курсе мы ограничимся рассмотрением наиболее распространённого вида трансформаторов – трансформатора напряжения, т.е. устройства, предназначенного для преобразования одного переменного синусоидального напряжение в другое той же частоты.

Вся электрическая энергия, вырабатываемая промышленным способом, проходит несколько стадий преобразования напряжения с помощью трансформаторов. Вырабатывать энергию с напряжениями безопасными для потребителя невыгодно, т.к. при таких напряжениях очень дорогой будет её передача и распределение. Передача энергии производится при напряжениях от 110 до 1150 кВ. Производство энергии при таких напряжениях невозможно, т.к. невозможно выполнить в этих условиях электрическую изоляцию генераторов. Напряжение генераторов обычно не превосходит 35 кВ, поэтому с помощью трансформаторов это напряжение повышается до уровня линии электропередачи, а у потребителя оно несколькими ступенями понижается до 380/220 В. Однако многие устройства не могут работать и при таком напряжении, в частности устройства автоматики, бытовой техники, компьютеры и т.п. Поэтому они содержат один или несколько трансформаторов, преобразующих сетевое напряжение к необходимому для них уровню питания.

9.1. Устройство и принцип действия

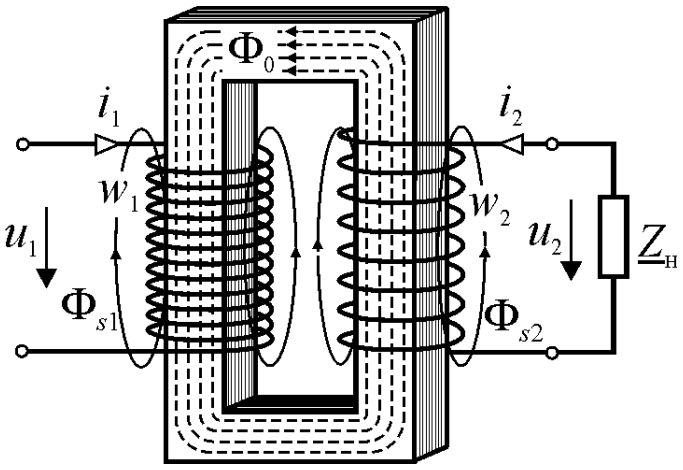


Рис. 9.1

Простейший трансформатор состоит из замкнутого магнитопровода и двух обмоток в виде цилиндрических катушек (рис. 9.1).

Одна из обмоток подключается к источнику переменного синусоидального тока с напряжением u_1 и называется первичной обмоткой. К другой обмотке подключается нагрузка трансформатора. Эта обмотка называется вторичной обмоткой.

Переменный синусоидальный ток i_1, протекающий по первичной обмотке трансформатора, возбуждает

в магнитопроводе переменный магнитный поток Φ_0, который пронизывает витки обеих обмоток и наводит в них ЭДС e_1 и e_2 с амплитудами пропорциональными числам витков w_1 и w_2 (см. выражение (8.2)). Величина ЭДС первичной обмотки E_1 практически равна напряжению питания U_1 и действует почти в противофазе. Поэтому величина тока в первичной обмотке определяется разностью $U_1 - E_1$. При подключении нагрузки ко вторичной обмотке в ней под действием ЭДС e_2 возникает переменный синусоидальный ток i_2, который возбуждает в магнитопроводе магнитный поток, направленный встречно по отношению к магнитному потоку, создаваемому первичной обмоткой. В результате поток в магнитопроводе Φ_0 уменьшается, что приводит к уменьшению ЭДС E_1 и увеличению разности $U_1 - E_1$. Вследствие чего ток первичной обмотки I_1 увеличивается и восстанавливает величину магнитного потока Φ_0. Таким образом, посредством ЭДС первичной обмотки в магнитопроводе трансформатора автоматически поддерживается постоянный магнитный поток.

По отношению к нагрузке вторичная обмотка трансформатора является источником электрической энергии с ЭДС e_2. Пренебрегая потерями во вторичной обмотке можно считать, что напряжение в нагрузке $U_2 \approx E_2$, а т.к. $U_1 \approx E_1$ и ЭДС обмоток пропорциональны числам витков, то соотношение напряжений питания трансформатора и нагрузки также определяется соотношением чисел витков обмоток, т.е.

$$U_1 / U_2 \approx E_1 / E_2 = w_1 / w_2 = k . \qquad (9.1)$$

Величина *k* называется *коэффициентом трансформации*. Следовательно, для получения требуемого напряжения в нагрузке нужно изготовить трансформатор с заданным соотношением чисел витков первичной и вторичной обмоток, т.е. с заданным коэффициентом трансформации. Если на одном магнитопроводе разместить несколько обмоток с разными числами витков, то каждая из них будет отдельным источником питания с напряжением, определяемым числом её витков. Если число витков вторичной обмотки меньше числа витков первичной $w_2 < w_1$, то $k < 1$ и напряжение в нагрузке будет меньше напряжения на входе трансформатора. Такой трансформатор называется *понижающим*. В противном случае, т.е. при $k > 1$, трансформатор называется *повышающим*.

Электрическая цепь вторичной обмотки трансформатора изолирована от цепи первичной обмотки. Энергия от источника питания передаётся в нагрузку посредством магнитного поля, возбуждаемого в магнитопроводе и единого для обеих обмоток. Таким образом, с помощью трансформатора можно не только создать любое напряжение в нагрузке, но и гальванически разделить электрические цепи переменного тока друг от друга.

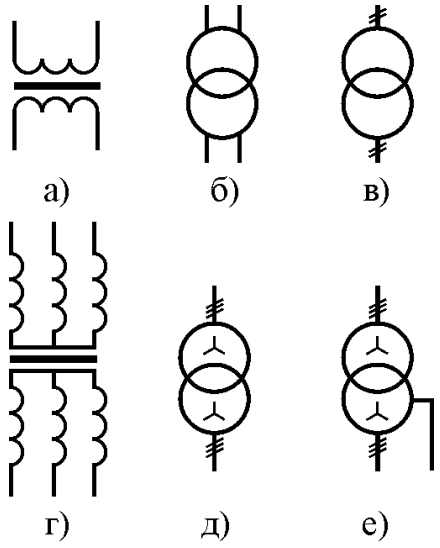


Рис. 9.2

Помимо потока в магнитопроводе, называемого *основным магнитным потоком*, протекающие по обмоткам токи создают потоки рассеяния Φ_{s1} и Φ_{s2} (рис. 9.1). Эти потоки незначительны по величине и не участвуют в процессе передачи энергии в нагрузку, т.к. сцепляются только с одной из обмоток трансформатора. Однако они вызывают дополнительное потребление трансформатором реактивной мощности, расходуемой на их формирование.

Трансформатор является очень эффективным техническим устройством. Правильно рассчитанный, изготовленный и эксплуатируемый трансформатор мощностью выше нескольких десятков киловатт имеет коэффициент полезного действия более 95%

На рис. 9.2 показаны условные обозначения однофазных (*а*, *б*, *в*) и трёхфазных (*г*, *д*, *е*) трансформаторов.

Вопросы для самопроверки

1. Для чего предназначен трансформатор?
2. Как устроен трансформатор?
3. Что такое коэффициент трансформации?
4. Какие магнитные потоки различают в трансформаторе?
5. Чем отличается основной магнитный поток трансформатора от потоков рассеяния?
6. Каким образом стабилизируется основной магнитный поток в трансформаторе?

9.2. Математическая модель трансформатора

9.2.1. Уравнение магнитодвижущих сил и токов

В случае протекания токов в обеих обмотках МДС F, создающая основной магнитный поток, равна сумме МДС каждой из обмоток

$$F = F_1 + F_2 = i_1 w_1 + i_2 w_2 \qquad (9.2)$$

При постоянном напряжении и частоте питания магнитный поток остаётся практически постоянным. Поэтому постоянной будет и результирующая МДС F во всех режимах работы трансформатора. В том числе и в режиме холостого хода, когда нагрузка отключена и ток вторичной обмотки равен нулю, т.е.

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = i_0 w_1 \approx \text{const}, \qquad (9.3)$$

где i_0 – ток первичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода.

Разделив обе части уравнения (9.3) на w_1, получим

$$i_1 + i_2 w_2 / w_1 = i_0 .$$

Обозначая $i_2 w_2 / w_1 = i_2 / k = i'_2$, получим *уравнение токов трансформатора*

$$i_0 = i_1 + i'_2 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 \tag{9.4}$$

9.2.2. Уравнения электрического состояния

Уравнение Кирхгофа для контура первичной обмотки:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{s1} \frac{di_1}{dt} - e_1,$$

где R_1 и L_{s1} – активное сопротивление провода и индуктивность рассеяния первичной обмотки, e_1 – ЭДС, наводимая в первичной обмотке основным магнитным потоком. В комплексной форме это уравнение имеет вид

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{s1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1 \tag{9.5}$$

Для вторичной обмотки также можно составить уравнение Кирхгофа

$$e_2 = R_2 i_2 + L_{s2} \frac{di_2}{dt} + u_2$$

где R_2 и L_{s2} – активное сопротивление провода и индуктивность рассеяния вторичной обмотки; e_2 – ЭДС, наводимая во вторичной обмотке основным магнитным потоком; u_2 – падение напряжения в нагрузке трансформатора. Отсюда в комплексной форме:

$$\underline{E}_2 = R_2 \underline{I}_2 + jX_{s2} \underline{I}_2 + \underline{U}_2, \tag{9.6}$$

9.3. Схема замещения

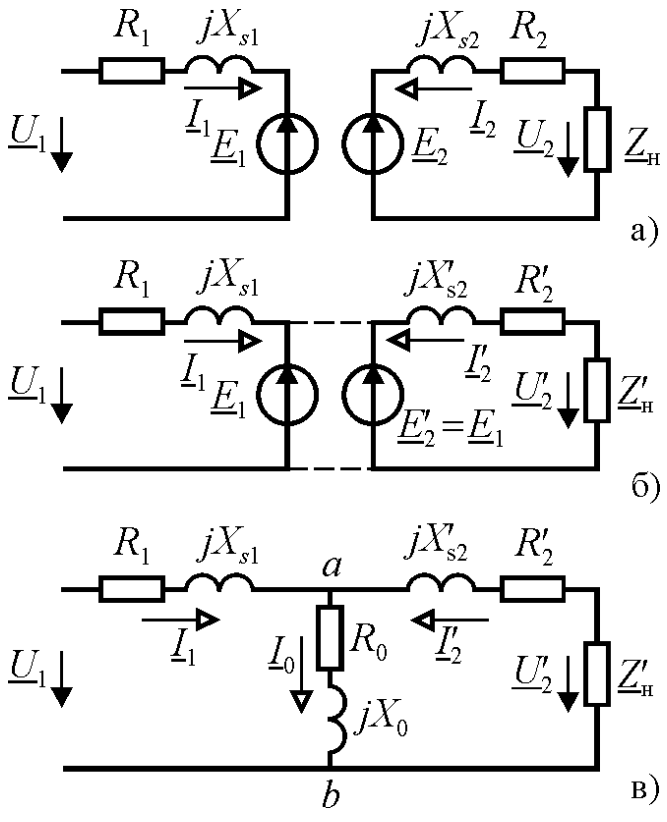


Рис. 9.3

Уравнения (9.5) и (9.6) соответствуют двум электрически несвязанным цепям рис. 9.3, *а*. Связать эти цепи можно, если ЭДС источников $\underline{E}_1$ и $\underline{E}_2$ одинаковы. Тогда их можно заменить одним общим для обеих цепей источником. Величина ЭДС $\underline{E}_2$ определяется числом витков вторичной обмотки $E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_{0m}$. Умножив уравнение (9.6) на коэффициент трансформации, получим

$$k\underline{E}_2 = kR_2 \underline{I}_2 + jkX_{s2} \underline{I}_2 + k\underline{U}_2,$$

где

$$kE_2 = E'_2 = \frac{w_1}{w_2} 4,44 w_2 f \Phi_{0m} = E_1.$$

Таким образом, после умножения ЭДС источника вторичной

обмотки становится равной ЭДС источника первичной обмотки.

Математически операция умножения на k уравнения (9.6) вполне корректна, но после этого уравнение соответствует электрической цепи с другими значениями активной и реактивной мощности. Действительно, $kR_2I_2^2 \neq R_2I_2^2;\ kX_{s2}I_2^2 \neq X_{s2}I_2^2$ и для выполнения условия инвариантности мощности нужно умножить и разделить первые два слагаемых в правой части уравнения на k и отнести делитель к значению тока. Тогда $k^2R_2(I_2/k)^2 = R_2I_2^2;\ k^2X_{s2}(I_2/k)^2 = X_{s2}I_2^2$ и уравнение (9.6) примет вид

$$\underline{E}'_2 = \underline{E}_1 = R'_2\underline{I}'_2 + jX'_{s2}\underline{I}'_2 + \underline{U}'_2, \qquad (9.7)$$

где $R'_2 = k^2R_2;\ X'_{s2} = k^2X_{s2};\ \underline{Z}'_{\text{н}} = k^2\underline{Z}_{\text{н}};\ \underline{I}'_2 = I_2/k;\ \underline{U}'_2 = k\underline{U}_2$ – *приведённые параметры и величины электрической цепи вторичной обмотки*. Это уравнение называется уравнением вторичной обмотки приведённого трансформатора.

Схема замещения, соответствующая уравнению (9.7), показана на рис. 9.3, *б*. Два одинаковых источника ЭДС можно заменить одним, если объединить точки их подключения. В результате образуется ветвь, в которой в соответствии с уравнением (9.4) должен протекать ток $\underline{I}_0$, равный току первичной обмотки в режиме холостого хода (рис. 9.3, *в*). Чтобы учесть в схеме тепловые потери в магнитопроводе и энергию магнитного поля в эту ветвь нужно включить активное и реактивное сопротивления R_0 и X_0, аналогичные сопротивлениям катушки с ферромагнитным сердечником. При этом значения сопротивлений должны удовлетворять условию $\underline{U}_{ab} = -\underline{E}_1 = j\omega w_1\underline{\Phi}_0 = \underline{I}_0\left(R_0 + jX_0\right)$. Таким образом, ток I_0 определяет основной магнитный поток и называется поэтому *намагничивающим током*. Мощность $R_0I_0^2$, рассеиваемая активным сопротивлением R_0, будет равна мощности тепловых потерь в магнитопроводе, а реактивная мощность $X_0I_0^2$ – мощности, расходуемой на возбуждение поля, образующего поток в магнитопроводе. Следует заметить, что намагничивающий ток не является реальным током, протекающим между узлами *ab* электрической цепи рис. 9.3, *в*. Этот ток, как и вся схема замещения, является расчётным эквивалентом электромагнитных процессов в трансформаторе. Он представляет собой часть тока первичной обмотки, расходуемую на возбуждение магнитного поля и компенсацию тепловых потерь в магнитопроводе. Намагничивающий ток выделяется из тока первичной обмотки аналогично разделению тока в электрической цепи на активную и реактивную составляющие.

Таким образом, схема замещения рис. 9.3, *в* соответствует уравнениям токов и состояния электрических цепей обмоток трансформатора и учитывает все электромагнитные процессы, связанные с его работой. При этом в результате приведения параметров, тока, напряжения и ЭДС вторичной обмот-

ки к числу витков первичной вместо магнитной связи между обмотками трансформатора в схеме замещения появилась эквивалентная электрическая связь.

Вопросы для самопроверки

1. При каком условии получают уравнение токов трансформатора?
2. При каком условии осуществляют приведение параметров вторичной обмотки?
3. Для чего параметры вторичной обмотки приводят к числу витков первичной обмотки?
4. Что такое намагничивающий ток?
5. Как связаны между собой реальные и приведённые параметры цепи вторичной обмотки?

9.4. Векторная диаграмма

Векторная диаграмма даёт наглядное представление о соотношениях между различными величинами, характеризующими работу трансформатора. С её помощью можно проследить влияние величины и характера нагрузки в различных режимах.

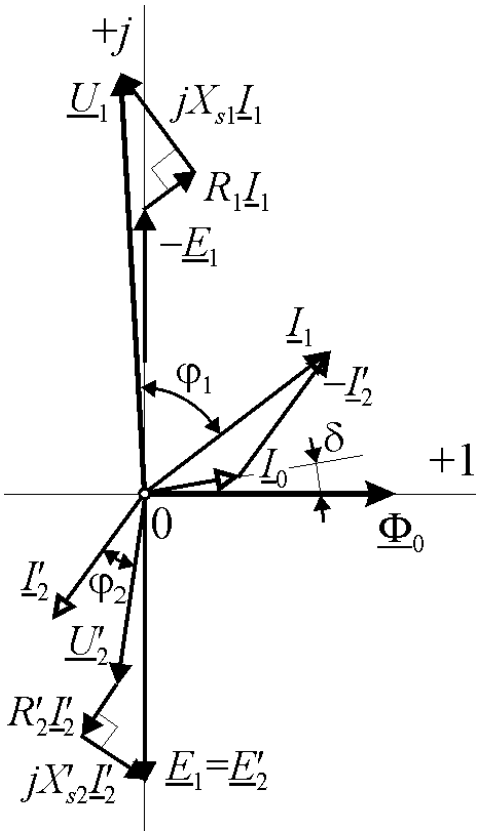


Рис. 9.4

Построение диаграммы лучше начинать с векторов независимых от режима работы трансформатора. Такими векторами являются векторы основного магнитного потока $\underline{\Phi}_0$, тока холостого хода $\underline{I}_0$ и ЭДС $\underline{E}_1$ и $\underline{E}'_2$, наводимых основным магнитным потоком в первичной и вторичной обмотках.

Начальную фазу основного магнитного потока можно принять равной нулю и построить на вещественной оси вектор $\underline{\Phi}_0$, а затем вектор $\underline{I}_0$, опережающий основной поток на угол магнитных потерь δ.

Вектор ЭДС основного потока первичной обмотки $\underline{E}_1$ и равный ему вектор приведённой ЭДС вторичной обмотки $\underline{E}'_2$ отстают по фазе от потока $\underline{\Phi}_0$ на 90° и располагаются на мнимой оси в отрицательном направлении.

Полагая нагрузку трансформатора активно-индуктивной, строим вектор тока вторичной обмотки $\underline{I}'_2$ с отставанием по фазе на некоторый угол от $\underline{E}'_2$. Теперь, в соответствии с (9.4), можно построить

вектор тока в первичной обмотке $\underline{I}_1$, как разность векторов тока холостого хода $\underline{I}_0$ и тока $\underline{I}'_2$.

Определив положение векторов ЭДС и токов, можно строить векторы, соответствующие уравнениям (9.5) и (9.7). Для построения вектора напряжения на входе трансформатора $\underline{U}_1$ суммируем вектор ЭДС $-\underline{E}_1$, вектор падения напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки $R_1\underline{I}_1$, совпадающий по направлению с вектором тока $\underline{I}_1$, и вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния $jX_{s1}\underline{I}_1$, опережающий вектор тока на 90°.

Вектор напряжения в нагрузке получается вычитанием из вектора ЭДС $\underline{E}'_2$ вектора падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния $jX'_{s2}\underline{I}'_2$, опережающего вектор тока $\underline{I}'_2$ на 90°, и вектора падения напряжения на активном сопротивлении вторичной обмотки $R'_2\underline{I}'_2$, совпадающего по направлению с вектором тока $\underline{I}'_2$.

Следует заметить, что на рис. 9.4 векторы $R_1\underline{I}_1$, $jX_{s1}\underline{I}_1$, $R'_2\underline{I}'_2$ и $jX'_{s2}\underline{I}'_2$ показаны в сильно увеличенном масштабе для того, чтобы проследить их положение относительно других векторов. На самом деле эти напряжения приблизительно на порядок меньше ЭДС основного магнитного потока.

9.5. Режим холостого хода

Режимом холостого хода трансформатора называется режим при разомкнутой цепи вторичной обмотки.

Полагая в уравнениях (9.4)-(9.6) $\underline{I}_2 = 0$, получим

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0;\ \underline{U}_1 = R_1\underline{I}_0 + jX_{s1}\underline{I}_0 - \underline{E}_1;\ \underline{E}_2 = \underline{U}_2.$$

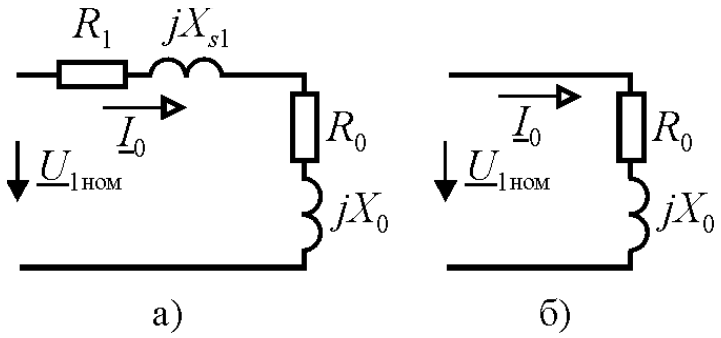


Рис. 9.5

В режиме холостого хода трансформатор по существу является катушкой с ферромагнитным сердечником. Поэтому процессы и явления, рассмотренные в разделе 8.1, полностью соответствуют этому режиму, включая векторную диаграмму и схему замещения (рис. 9.5, *а*).

При номинальном напряжении питания ток первичной обмотки в режиме холостого хода составляет 3…10% от тока при номинальной нагрузке, причём меньшие значения соответствуют трансформаторам большей мощности. Поэтому падения на-

пряжения на активном сопротивлении обмотки $R_1 I_0$ и на индуктивном сопротивлении потока рассеяния $X_{s1} I_0$ пренебрежимо малы и $U_1 \approx E_1$. В то же время, при разомкнутой цепи вторичной обмотки напряжение на её выводах в точности равно ЭДС, наводимой основным магнитным потоком $U_2 = E_2$. Следовательно, отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках в режиме холостого хода будет наилучшим приближением к значению коэффициента трансформации

$$k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}} \qquad (9.8)$$

Активная мощность, потребляемая трансформатором из сети P_0, расходуется на покрытие тепловых потерь в первичной обмотке P_1 и в магнитопроводе $P_{ст}$ (мощность потерь в «стали»)

$$P_0 = P_1 + P_{ст} = R_1 I_0^2 + P_{ст},$$

но потери в обмотке от тока холостого хода пренебрежимо малы, т.к. этот ток очень мал по сравнению в номинальным током. Поэтому потребляемая мощность практически соответствует потерям энергии в магнитопроводе $P_0 \approx P_{ст}$.

С учётом этого, а также соотношения магнитных потоков $\Phi_0 \gg \Phi_{s1} \Rightarrow X_0 \gg X_{s1}$, схема замещения трансформатора в режиме холостого хода может быть представлена двумя элементами рис. 9.5, *б*.

Ток холостого хода трансформатора содержит активную и реактивную составляющие. Они соответствуют активной и реактивной мощности, потребляемой трансформатором. Обычно активная мощность не превышает 10% реактивной мощности и угол магнитных потерь составляет $\delta < 5°$.

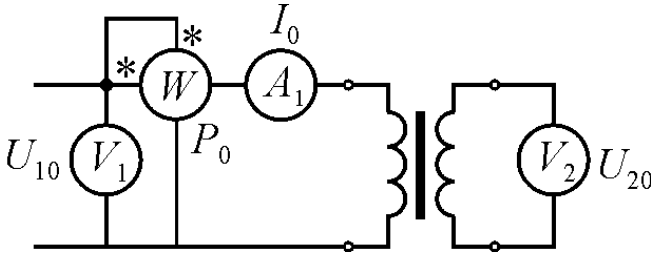


Рис. 9.6

Опыт холостого хода. Для определения потерь в магнитопроводе и параметров схемы замещения проводится опыт холостого хода. Он выполняется по схеме рис. 9.6. На первичную обмотку подаётся номинальное напряжение $U_{10} = U_{1ном}$, а ко вторичной обмотке подключается вольтметр V_2 с возможно большим входным сопротивлением так, чтобы $I_2 \approx 0$.

По результатам измерений по выражению (9.8) определяют коэффициент трансформации, а также активное сопротивление цепи

$$R_{10} = R_1 + R_0 = P_0 / I_0^2 \approx R_0$$

и индуктивное сопротивление цепи

$$X_{10} = X_{s1} + X_0 = \sqrt{\left(U_{10}/I_{10}\right)^2 - R_{10}^2} \approx X_0 .$$

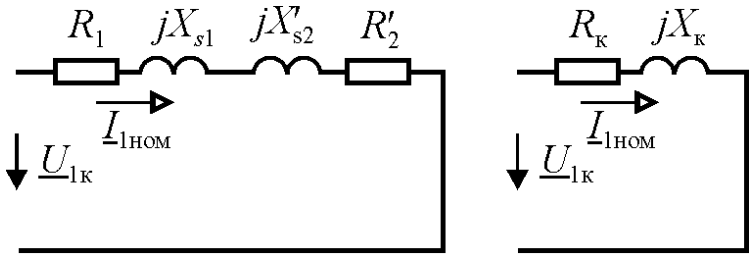
Напряжение на вторичной обмотке трансформатора в опыте холостого хода считается номинальным напряжением $U_{20} = U_{2\text{ном}}$ и указывается в справочных данных.

Вопросы для самопроверки

1. Какой режим трансформатора называют режимом холостого хода?
2. Почему отношение напряжений на первичной и вторичной обмотках трансформатора в режиме холостого хода является наилучшим приближением к значению коэффициента трансформации?
3. На что расходуется активная мощность, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода?
4. Как выглядит схема замещения трансформатора в режиме холостого хода?
5. Как соотносятся между собой величины активной и реактивной мощностей, потребляемых трансформатором в режиме холостого хода, и почему?
6. Как проводится опыт холостого хода? Нарисуйте схему опыта.
7. Как на основании опыта холостого хода определяются параметры ветви намагничивания схемы замещения трансформатора?

9.6. Режим короткого замыкания

Режим короткого замыкания это режим, при котором выводы вторичной обмотки замкнуты между собой. Такой режим при номинальном или близком к номинальному напряжении питания является аварийным и может привести к разрушению трансформатора, но при пониженном напряжении его используют для определения параметров обмоток. В этом случае он называется *опытом короткого замыкания* и является, наряду с опытом холостого хода, обязательным при испытаниях трансформатора.



а) б)

Рис. 9.7

В опыте короткого замыкания на первичную обмотку трансформатора подают напряжение $U_{1\text{к}}$, при котором ток в ней равен номинальному значению $I_{1\text{к}} = I_{1\text{ном}}$. Это напряжение составляет 5…10% от номинального, поэтому примерно во столько же раз снижается основной магнитный поток, а намагничивающий ток, вследствие выхода материала сердечника из режима насыщения снижается практически до нуля $I_0 = I_{0\text{к}} \approx 0$. При этом уравнение токов (9.4) превращается в прибли-

жённое равенство $\underline{I}_{1к} \approx -\underline{I}'_{2к} = -\underline{I}_{2к}/k$. Следовательно, в опыте короткого замыкания при номинальном токе в первичной обмотке ток вторичной обмотки будет также номинальным, а их отношение с хорошим приближением будет равно коэффициенту трансформации $k = I_{2к}/I_{1к}$. С учётом того, что $I_{0к} \approx 0$ схема замещения опыта короткого замыкания приобретает вид рис. 9.7, где $R_к = R_1 + R'_2;\ X_к = X_{s1} + X'_{s2}$.

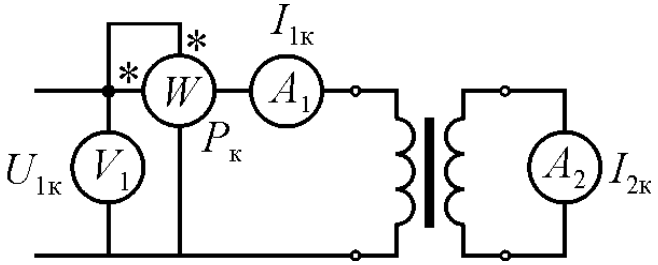


Рис. 9.8

Опыт короткого замыкания проводится по схеме рис. 9.8. Во вторичную обмотку включают амперметр A_2 с возможно меньшим входным сопротивлением так, чтобы $U_2 \approx 0$. Напряжение на первичной обмотке постепенно увеличивают от нуля до тех пор, пока ток первичной обмотки не станет равным номинальному. В этом режиме измеряют напряжение на первичной обмотке $U_{1к}$, а также потребляемую мощность и токи в обмотках.

Отношение напряжение на первичной обмотке в опыте короткого замыкания к номинальному значению, выраженное в процентах,

$$u_к\% = \left(U_{1к}/U_{1ном}\right)\cdot 100 \qquad (9.9)$$

называется *напряжением короткого замыкания* и указывается в справочных данных. В соответствии со схемой замещения рис. 9.7, *б*, это напряжение можно разделить на активную и реактивную составляющие

$$u_{ак}\% = \left(R_к I_{1ном}/U_{1ном}\right)\cdot 100;\ u_{рк}\% = \left(X_к I_{1ном}/U_{1ном}\right)\cdot 100.$$

Активная мощность, потребляемая трансформатором в опыте короткого замыкания, практически полностью расходуется на компенсацию тепловых потерь в обмотках, поэтому её называют также мощностью потерь в «меди»:

$$P_{1к} = R_1 I_1^2 + R'_2 I'^2_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2.$$

По данным опыта короткого замыкания можно определить также суммарное активное сопротивление обмоток

$$R_к = R_1 + R'_2 = P_к / I^2_{1ном}$$

и суммарное реактивное сопротивление

$$X_к = X_{s1} + X'_{s2} = \sqrt{\left(U_{1к}/I_{1ном}\right)^2 - R_к^2}$$

В опыте короткого замыкания можно также проверить значение коэффициента трансформации, полученное в опыте холостого хода

$$k \approx I_{2к}/I_{1ном}.$$

Параметры схемы замещения и напряжение трансформатора в режиме короткого замыкания позволяют произвести оценку его работы под нагрузкой.

Вопросы для самопроверки

1. Какой режим трансформатора называют режимом короткого замыкания?
2. Чем отличается режим короткого замыкания от опыта короткого замыкания?
3. На что расходуется активная мощность, потребляемая трансформатором в опыте короткого замыкания?
4. Как выглядит схема замещения трансформатора в опыте короткого замыкания?
5. Как соотносятся между собой активная и реактивная мощности, потребляемых трансформатором в опыте короткого замыкания, и почему?
6. Как проводится опыт короткого замыкания? Нарисуйте схему опыта.
7. Что такое напряжение короткого замыкания?
8. Как на основании опыта короткого замыкания определяются параметры схемы замещения трансформатора?

9.7. Внешняя характеристика

Внешней характеристикой называется зависимость вторичного напряжения трансформатора от тока нагрузки $U_2 = f(I_2)$. Эта характеристика имеет большое значение для эксплуатации трансформатора, т.к. стандартом на качество электроэнергии определяется допустимое отклонение напряжения в сети от номинального значения. Обычно оно не должно превышать ±5%. Отклонение напряжения опасно для многих видов нагрузки трансформатора, поэтому нужно уметь произвести его оценку.

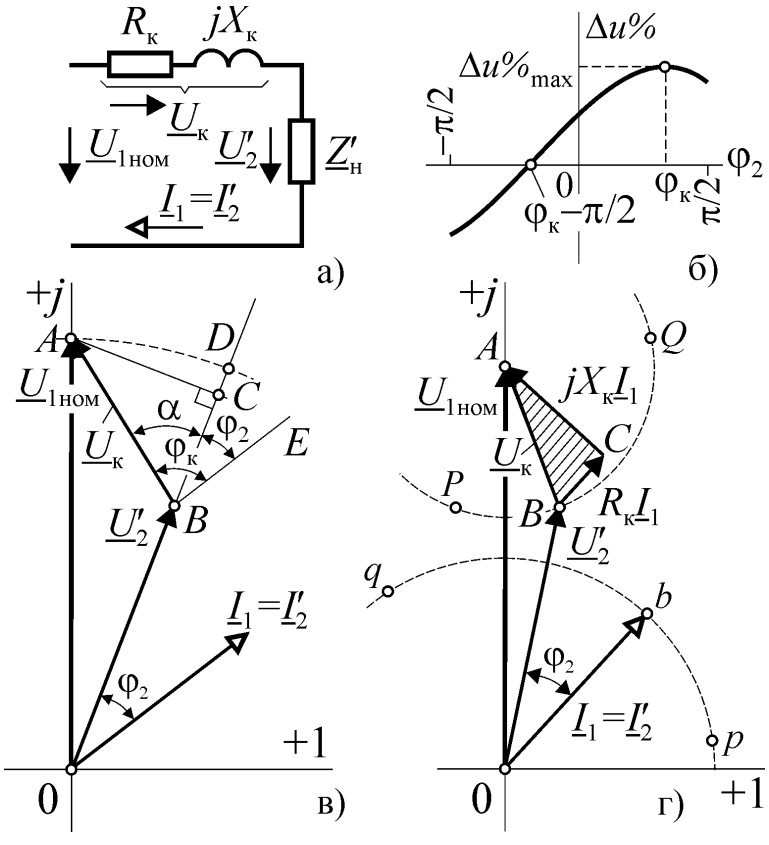


Рис. 9.9

Для этого используют упрощённую схему замещения трансформатора рис. 9.9, *а*, в которой исключена цепь намагничи-

вания. На практике это вполне допустимо, т.к. намагничивающий ток I_0 при номинальном напряжении на первичной обмотке составляет несколько процентов и существенно не влияет на результат вычисления. Изменение напряжения в нагрузке происходит за счёт падения напряжения $U_к$ на активном и реактивном сопротивлениях обмоток трансформатора $R_к$ и $X_к$.

Для оценки отклонения напряжения от номинального значения используется величина, называемая *процентным изменением напряжения трансформатора*

$$\Delta u\% = \frac{U_{2ном} - U_2}{U_{2ном}} \cdot 100 = \frac{U_{1ном} - U'_2}{U_{1ном}} \cdot 100 . \qquad (9.10)$$

Расчётную формулу для $\Delta u\%$ можно получить из векторной диаграммы рис. 9.9, *в*. На ней вектор напряжения первичной обмотки $\underline{U}_{1ном}$ совмещён с положительным направлением мнимой оси. Отклонение напряжения равно разности модулей векторов $\underline{U}_{1ном}$ и $\underline{U}'_2$, поэтому если от начала координат на линии продолжения вектора $\underline{U}'_2$ построить отрезок $0D = 0A = m_u U_{1ном}$, то искомая величина в некотором масштабе m_u будет равна отрезку *BD*.

Напряжение $U_к$ обычно не превышает 10…15% от номинального, поэтому угол между векторами $\underline{U}_{1ном}$ и $\underline{U}'_2$ мал и отрезок *BD* приблизительно равен отрезку *BC*, осекаемому перпендикуляром, опущенным из точки *A* на линию 0*D*. Тогда

$$\Delta u\% = \frac{BD}{0D} \cdot 100 \approx \frac{BC}{0D} \cdot 100 . \qquad (9.11)$$

Проведём через точку *B* линию *BE* параллельно вектору тока $\underline{I}_1$. Угол α прямоугольного треугольника *ABC* можно определить как $\alpha = \varphi_к - \varphi_2$, где $\varphi_к = \text{arctg}(X_к / R_к)$. Отсюда.

$$BC = U_к \cos(\varphi_к - \varphi_2) \qquad (9.12)$$

Падение напряжения $U_к$ пропорционально величине тока нагрузки $U_к = I'_2 Z_к = I_1 Z_к$. Введём понятие коэффициента нагрузки трансформатора как отношения тока вторичной обмотки к его номинальному значению $\beta = I_2 / I_{2ном} = I'_2 / I'_{2ном}$. Тогда $U_к = \beta U_{кн}$, где $U_{кн}$ – напряжение $U_к$ при номинальном токе, т.е. в опыте короткого замыкания. Отсюда с учётом выражений (9.9), (9.11) и (9.12) получим –

$$\Delta u\% = \beta \Delta u_к\% \cos(\varphi_к - \varphi_2) . \qquad (9.13)$$

Выражение (9.13) позволяет при известном относительном значении тока и характере нагрузки определить абсолютное значение напряжения на вторичной обмотке и построить внешнюю характеристику:

$$U_2 = U_{2\text{ном}}\left(1 - \frac{\Delta u\%}{100}\right). \qquad (9.14)$$

Процентное изменение напряжения положительно, если $U_2 < U_{2\text{ном}}$. Из выражения (9.13) следует, что при активной и активно-индуктивной нагрузке с увеличением угла сдвига фаз φ_2 напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 уменьшается, и достигает минимума при $\varphi_\text{к} - \varphi_2 = 0$, т.е. когда $\varphi_2 = \varphi_\text{к}$ и $\Delta u\% = \Delta u\%_{\max}$ (рис. 9.9, *б*). В случае активно-ёмкостной нагрузки ($\varphi_2 < 0$) при условии $\varphi_2 = \varphi_\text{к} - \pi/2$ значение $\Delta u\%$ равно нулю (рис. 9.9, *б*), поэтому напряжение U_2 равно номинальному и не зависит от величины нагрузки. Дальнейшее уменьшение φ_2 ($\varphi_2 < \varphi_\text{к} - \pi/2$) приводит к изменению знака $\Delta u\%$, при этом напряжение U_2 будет больше напряжения холостого хода. Независимо от характера нагрузки, кроме случая $\varphi_2 = \varphi_\text{к} - \pi/2$, отклонение напряжения линейно возрастает с увеличением тока I_2 (рис. 9.10).

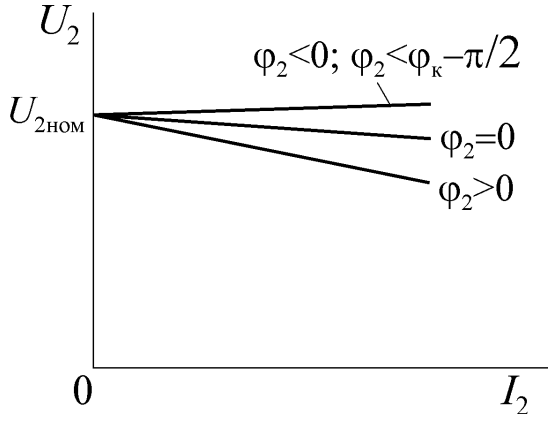


Рис. 9.10

Более наглядно зависимость выходного напряжения трансформатора от характера нагрузки можно проследить с помощью векторной диаграммы рис. 9.9, *г*. Если, сохраняя полное сопротивление $Z'_\text{н} = \text{const}$, изменять угол φ_2, то конец вектора тока $\underline{I}_1 = \underline{I}'_2$ будет перемещаться по дуге окружности *pq* радиусом $|\underline{I}_1| = \text{const}$. Напряжение первичной обмотки $\underline{U}_{1\text{ном}} = \text{const}$, поэтому прямоугольный треугольник *ABC*, образованный векторами $R_\text{к}\underline{I}_1$, $jX_\text{к}\underline{I}_1$ и $\underline{U}_\text{к} = \underline{Z}_\text{к}\underline{I}_1$, при повороте вектора $\underline{I}_1$ будет вращаться в противоположную сторону относительно вершины *A*, сохраняя размеры, а точка *B*, соответствующая положению конца вектора приведённого напряжения нагрузки $\underline{U}'_2$ – скользить по дуге *PQ* окружности радиусом $Z_\text{к}I_1$. На рисунке отдельно показаны две пары точек *p*-*P* и *q*-*Q*, соответствующие активно-индуктивной и активно-ёмкостной нагрузкам, по ним хорошо видно, что в первом случае $U'_{2p} \ll U_1$, а во втором – $U'_{2q} \gg U_1$.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое внешняя характеристика?
2. Нарисуйте упрощённую схему замещения трансформатора.
3. Как определяется процентное изменение напряжения трансформатора?
4. Как влияет коэффициент мощности нагрузки на изменение напряжения трансформатора?

5. Как построить внешнюю характеристику трансформатора, используя процентное изменение напряжения?
6. Чем объясняется возрастание напряжения на выходе трансформатора при увеличении тока в случае активно-ёмкостной нагрузки?

9.8. Потери энергии в трансформаторе

Уравнение баланса активной мощности для трансформатора имеет вид

$$P_1 = P_2 + \Delta P = P_2 + \Delta P_{ст} + \Delta P_{м}, \qquad (9.15)$$

где P_1 – активная мощность, получаемая от источника питания; $P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2$ – активная мощность нагрузки, подключённой к трансформатору; $\Delta P = \Delta P_{ст} + \Delta P_{м} = \Delta P_{ст} + \Delta P_1 + \Delta P_2$ – суммарная мощность потерь в трансформаторе, складывающаяся из мощности потерь в «стали» $\Delta P_{ст}$ и «меди» $\Delta P_{м}$ первичной и вторичной обмоток (ΔP_1 и ΔP_2). На рис. 9.11 приведена энергетическая диаграмма трансформатора, соответствующая уравнению (9.15).

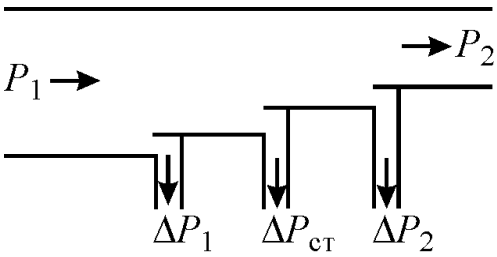


Рис. 9.11

Тепловые потери энергии в магнитопроводе $\Delta P_{ст} = P_0$ зависят от напряжения питания и частоты, а т.к. эти величины при нормальной эксплуатации трансформатора остаются постоянными, то потери в «стали» также сохраняют своё значение и называются *постоянными потерями*.

Потери в обмотках $\Delta P_{м}$ зависят от протекающего по ним тока и изменяются при изменении нагрузки. Поэтому этот вид потерь называется *переменными потерями*. Зависимость потерь в «меди» от тока квадратичная. Пользуясь коэффициентом нагрузки β и полагая, что опыт короткого замыкания проводится при номинальном токе первичной обмотки, их можно представить как $\Delta P_{м} = R_к I_к^2 = \beta^2 R_к I_{1ном}^2 = \beta^2 P_к$

Активная мощность потребляемая нагрузкой также зависит от тока, поэтому, пренебрегая изменением напряжения, её можно представить в виде $P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2 = \beta U_2 I_{2ном} \cos\varphi_2 = \beta S_{ном} \cos\varphi_2$, где $S_{ном} = U_{2ном} I_{2ном}$ – номинальная полная мощность трансформатора, приводимая в справочных данных.

Раскрывая выражения для составляющих активной мощности в уравнении (9.15), можно определить КПД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\beta S_{ном} \cos\varphi_2}{\beta S_{ном} \cos\varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_к}. \qquad (9.16)$$

Из выражения (9.16) следует, что КПД трансформатора зависит от характера и коэффициента нагрузки. Функция $\eta = f(\beta)$ имеет максимум при некотором оптимальном значении $\beta_{опт}$ –

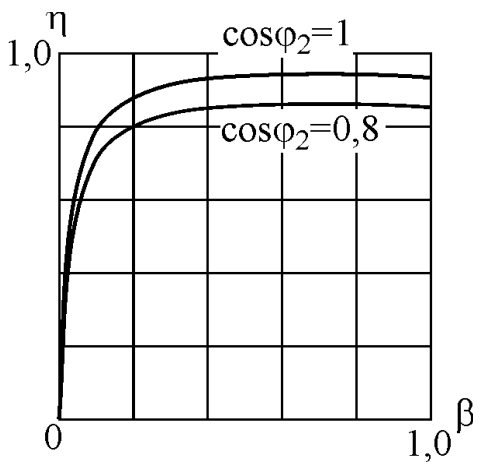


Рис. 9.12

$$\beta_{\text{опт}} = \sqrt{P_0 / P_{\text{к}}} \,. \qquad (9.17)$$

Это означает, трансформатор будет работать с максимальным значением КПД при полной нагрузке ($\beta_{\text{опт}} = 1,0$) в том случае, если потери в «стали» равны потерям в «меди». Обычно значение $\beta_{\text{опт}}$ находится в пределах $\beta_{\text{опт}} = 0,5\ldots0,7$, т.е. трансформатор работает с предельным КПД при нагрузке, составляющей 50…70% от номинальной. Типичная зависимость $\eta = f(\beta)$ для различных значений коэффициента мощности нагрузки приведена на рис. 9.12.

Трансформатор является высокоэффективным преобразователем. Коэффициент полезного действия мощных трансформаторов доходит до 99,5%.

Вопросы для самопроверки

1. Составьте уравнение баланса активной мощности трансформатора.
2. Почему потери в «стали» называют постоянными потерями, а потери в «меди» переменными?
3. Как зависят потери в «меди» от нагрузки трансформатора?
4. При каком условии КПД трансформатора будет максимальным при номинальной нагрузке?
5. Какому коэффициенту нагрузки соответствует максимум КПД реального трансформатора?

9.9. Трёхфазные трансформаторы

Вся электрическая энергия, производимая промышленным способом, передаётся и распределяется трёхфазными сетями. Преобразование напряжения в трёхфазной сети можно осуществлять тремя однофазными трансформаторами или специальным трансформатором, в котором магнитопроводы фаз объединены в общую магнитную систему. Такие трансформаторы на-

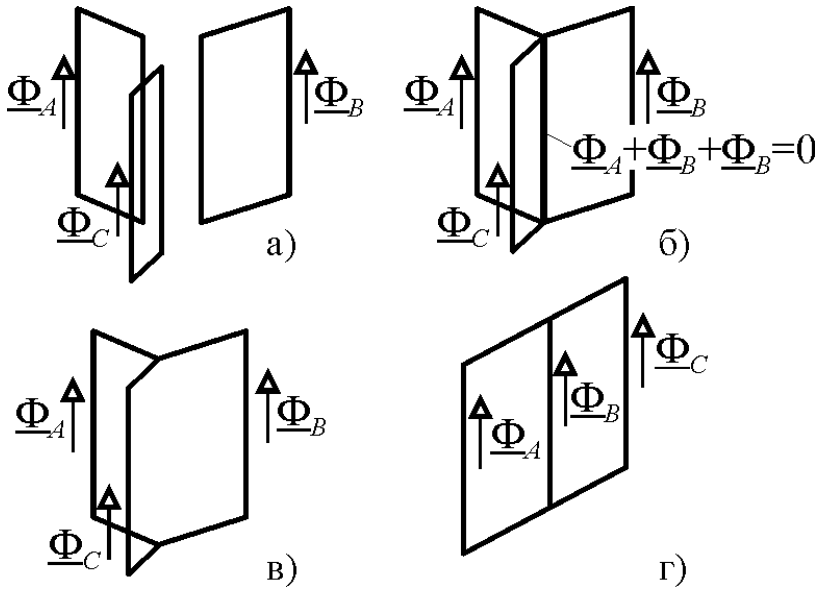


Рис. 9.13

зываются *трёхфазными*.

На рис. 9.13, *а* схематично показаны три магнитопровода однофазных трансформаторов, работающих в трёхфазной сети. Симметричные фазные токи создают в магнитопроводах несвязанную симметричную систему магнитных потоков $\underline{\Phi}_A, \underline{\Phi}_B, \underline{\Phi}_C$. Если магнитопроводы объединить в один (рис. 9.13, *б*), то суммарный магнитный поток в центральном стержне по условию симметрии будет равен нулю и этот стержень можно удалить, не меняя режима работы магнитной цепи. В результате мы получим симметричный магнитопровод трёхфазного трансформатора (рис. 9.13, *в*), но изготавливать такую сложную пространственную конструкцию по многим причинам нецелесообразно. Поэтому стержни магнитопровода располагают в одной плоскости (рис. 9.13, *г*) и магнитные цепи отдельных фаз становятся несимметричными, т.к. длина средней линии магнитопровода фаз *A* и *C* больше, чем фазы *B*. Однако эта асимметрия существенно не влияет на работу трансформатора, и все трёхфазные трансформаторы изготавливаются с несимметричными магнитопроводами. Объединение магнитопроводов в трёхфазных трансформаторах создаёт помимо электрической связи магнитную связь между фазами, которая должна учитываться при анализе электромагнитных процессов.

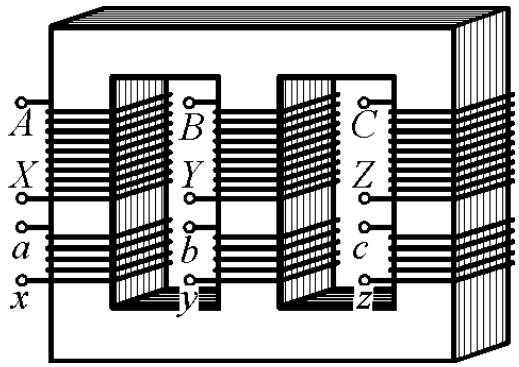


Рис. 9.14

Трёхфазные трансформаторы легче и дешевле группы из трёх однофазных, однако, в сетях большой мощности для преобразования напряжений используют и групповое решение. Это связано с тем, что изготовление и доставка крупного трёхфазного трансформатора может быть сложнее, чем трёх однофазных, или просто быть невозможной. Кроме того, выход из строя одной фазы в трансформаторной группе не требует замены или ремонта всего преобразователя. Это повышает надёжность системы, т.к. для устранения неисправности достаточно иметь резервный однофазный трансформатор, а повреждение нескольких фаз одновременно маловероятно.

Обмотки трёхфазного трансформатора маркируются следующим образом: начала фаз высшего напряжения обозначаются прописными латинскими буквами *A*, *B* и *C*, а концы – *X*, *Y* и *Z* (рис. 9.14). Обмотки фаз низшего напряжения обозначаются теми же буквами, но строчными, т.е. *a,b,c* и *x,y,z*. Обмотки фаз высшего и низшего напряжения могут объединяться в систему соединением звездой или треугольником. В первом случае соединение обозначается знаком Y, а во втором – Δ. Наличие вывода нулевой точки соединения в обозначении указывается индексом – Y_0. Например, обозначение Y_0/Δ соответствует соединению обмоток высшего напряжения звездой с нулевым проводом, а обмоток низшего напряжения треугольником.

Кроме схемы соединения обмоток для трёхфазных трансформаторов указывается угол сдвига фаз между линейными напряжениями высшего и низшего напряжения. По величине этого угла соединения делят на группы. При разных схемах угол сдвига фаз может быть различным, но кратным 30°, поэтому для обозначения группы соединения используют шкалу часов, совмещая вектор высшего линейного напряжения с двенадцатичасовым положением или нулём шкалы. Тогда вектор низшего линейного напряжения может занимать на шкале положения, соответствующие часам, которые и указывают в обозначении.

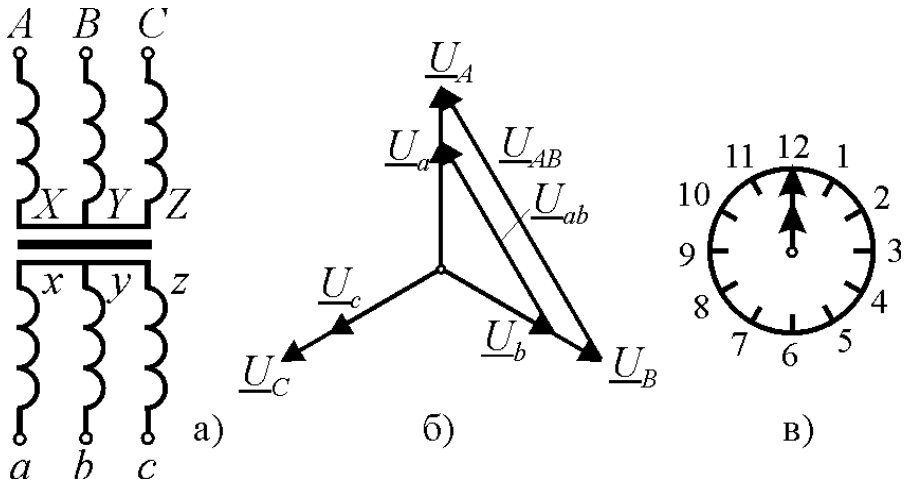


Рис. 9.15

Например, при соединении обмоток Y/Y, т.е. «звезда-звезда», векторы линейных напряжений высшего и низшего напряжений имеют одинаковые направления (рис. 9.15, *б*). Поэтому, если совместить вектор $\underline{U}_{AB}$ с положением часовой стрелки в 12(0) часов, то такое же положение займёт вектор низшего напряжения $\underline{U}_{ab}$ и это соединение будет отнесено к нулевой группе с обозначением Y/Y-0.

В случае соединения обмоток по схеме Y/Δ (рис. 9.16). Вектор низшего напряжения $\underline{U}_{ab} = -\underline{U}_b$ будет смещён на 30° в сторону опережения по отношению к вектору $\underline{U}_{AB}$ (рис. 9.16, *б*), т.е. займёт на шкале положение соответствующее 11 часам. Поэтому соединение будет отнесено к группе 11 и обозначено Y/Δ-11. Несмотря на то, что различными соединениями обмоток можно получить все группы, стандартом преду-

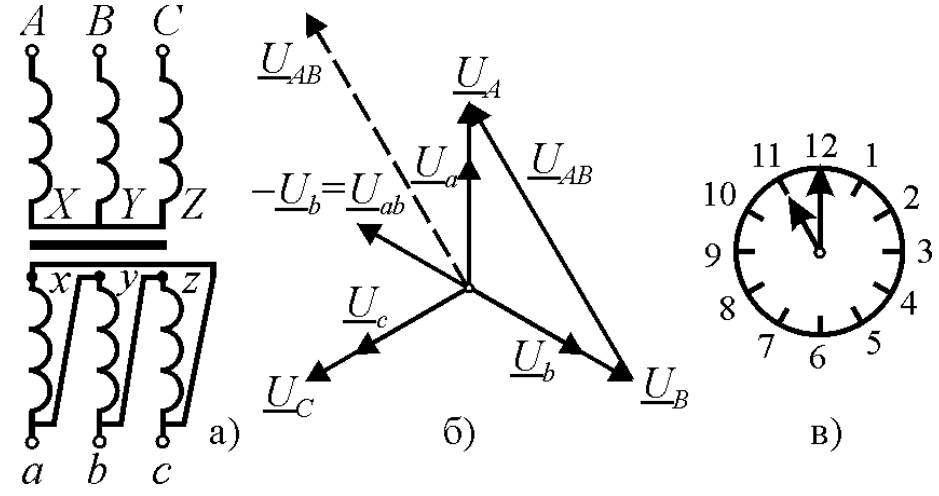


Рис. 9.16

смотрено только две из них – 0 и 11. На практике группе 0 соответствует один вид соединения Y/Y_0-0, используемый в трансформаторах с высшим напряжением до 35 кВ и низшим 230 В или 400 В, а группе 11 – два соединения Y/Δ-11 и Y_0/Δ-11, используемых для мощных трансформаторов при более высоких напряжениях.

9.10. Автотрансформаторы

Автотрансформатор – это вид трансформатора, в котором между первичной и вторичной обмотками кроме магнитной существует также электрическая связь. Обычный трансформатор можно включить по схеме автотрансформатора, если к концу первичной обмотки подключить начало вторичной или если нагрузку подключить к имеющимся отводам первичной обмотки. Однако при этом не будут в полной мере использованы те преимущества, которые имеет автотрансформатор.

Электромагнитная схема понижающего и повышающего автотрансформаторов приведена на рис. 9.17 *а* и *б*.

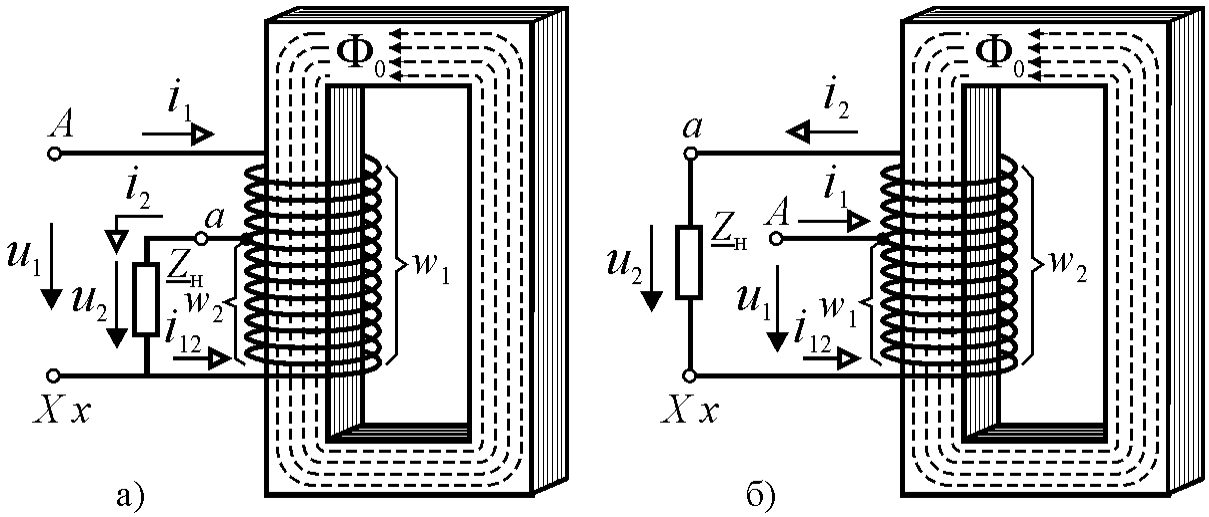


Рис. 9.17

Рассмотрим в качестве примера работу понижающего автотрансформатора рис. 9.17 *а*. Обмотка *ax* является вторичной и одновременно частью первичной обмотки *AX*. Пренебрегая током намагничивания, для точки *а* можно записать

$$I_{12} = I_2 - I_1, \qquad (9.18)$$

т.е. в витках вторичной обмотки протекает ток, равный разности токов первичной обмотки и нагрузки. Токи и ЭДС обмоток автотрансформатора связаны такими же соотношениями, как в трансформаторе

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1}.$$

Поэтому при небольших значениях k ток в обмотке *ax* $I_{12} = I_1(k-1)$ существенно меньше, чем ток I_1, протекающий в части обмотки *Aa*, и её можно вы-

полнить проводом меньшего сечения, снизив тем самым стоимость и массу изделия.

Полная мощность автотрансформатора $S_{\text{пр}} = U_2 I_2$ называется *проходной мощностью*. Пользуясь выражением (9.18) её можно разделить на две составляющие

$$S_{\text{пр}} = U_2 I_2 = U_2 \left(I_1 + I_{12} \right) = U_2 I_1 + U_2 I_{12} = S_{\text{э}} + S_{\text{р}} \qquad (9.19)$$

Здесь $S_{\text{э}} = U_2 I_1$ – мощность, передаваемая в нагрузку электрическим путём за счёт гальванической связи между обмотками; $S_{\text{р}} = U_2 I_{12}$ – *расчётная мощность*, называемая так потому, что она определяет расчётные параметры магнитопровода. Расчётная мощность представляет собой мощность, передаваемую в нагрузку посредством магнитного поля. В обычном трансформаторе проходная мощность является расчётной. В автотрансформаторе расчётная мощность составляет только часть проходной, поэтому сечение магнитопровода можно уменьшить, снизив за счёт этого массу, габариты и стоимость.

Уменьшение объёма магнитопровода и тока во вторичной обмотке снижает потери в «стали» и в «меди» автотрансформатора по сравнению с трансформатором той же мощности, поэтому КПД автотрансформатора выше и достигает 99,7%. Однако с увеличением коэффициента трансформации эти преимущества теряются. Поэтому автотрансформаторы используют для преобразования напряжений с $k \le 2$.

Главной причиной недостатков автотрансформаторов, как и его достоинств, является наличие электрической связи между обмотками. Она существенно ужесточает требования к изоляции обмотки и к подготовке обслуживающего персонала, т.к. на стороне низшего напряжения между проводами и землёй существует такое же напряжение как на стороне высшего напряжения. Кроме того, при коротком замыкании понижающего автотрансформатора ток существенно выше, т.к. он ограничивается только витками части первичной обмотки $w_1 - w_2$, что требует принятия особых мер защиты.

Автотрансформаторы применяются в линиях передачи и распределения энергии для связи сетей с близкими значениями напряжений. Они применяются также для снижения тока при пуске мощных двигателей. Широкое распространение имеют автотрансформаторы с плавным регулированием коэффициента трансформации, называемые *лабораторными автотрансформаторами* (ЛАТР). Регулирование напряжения в них осуществляется за счёт подключения нагрузки с помощью скользящего контакта, при перемещении которого число витков w_2 меняется в пределах $0 \le w_2 \le w_1$.

9.11. Измерительные трансформаторы

Измерительные трансформаторы напряжения и тока применяются: 1) для отделения цепей измерительных приборов и защитной аппаратуры от цепей с высоким напряжением с целью обеспечения безопасности обслужива-

ния и снижения требований к изоляции приборов; 2) для преобразования напряжения и тока к величинам, доступным измерению стандартными приборами.

Трансформаторы напряжения включаются в цепь по схеме рис. 9.18, *а*. Поскольку сопротивление вольтметра очень велико, то они работают в режиме близком к холостому ходу. Погрешность, вносимая в измерение трансформатором, определяется величиной полных сопротивлений его обмоток. Чем меньше эти сопротивления, тем меньше погрешность, поэтому при проектировании измерительных трансформаторов стремятся уменьшить эти величины. Измерительные трансформаторы напряжения являются приборами с нормированной погрешностью и изготавливаются с классами точности 0,2; 0,5; 1,0 и 3,0. Вторичное напряжение большинства трансформаторов – 100 В.

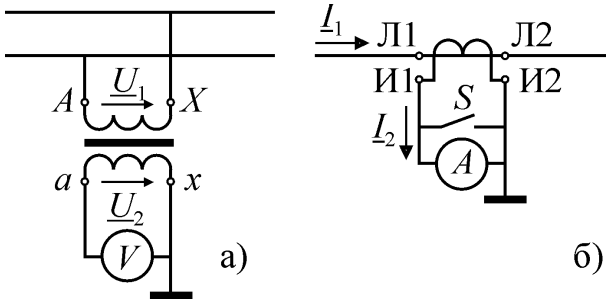


Рис. 9.18

Измеряемое напряжение U_1 определяется по показаниям вольтметра U_2:

$$U_1 = \frac{w_1}{w_2} U_2 = k_U U_2 ,$$

где $k_U = w_1 / w_2$ – коэффициент трансформации.

Кроме погрешности измерения модуля напряжения измерительные трансформаторы создают фазовый сдвиг между напряжениями $\underline{U}_1$ и $\underline{U}_2$ – δ_U. Он измеряется в угловых минутах и считается положительным, если вторичное напряжение опережает по фазе первичное. Угловая погрешность трансформатора влияет на измерение мощности.

Ко вторичной обмотке измерительного трансформатора параллельно вольтметру могут подключаться обмотка напряжения ваттметра, обмотки защитных реле, входы различных приборов и др.

Трансформаторы тока включаются в разрыв цепи или линии аналогично включению амперметра (Л1-Л2 на рис. 9.18, *б*). В цепь вторичной обмотки (И1-И2) могут последовательно подключаться амперметр, токовая обмотка ваттметра, датчики тока, реле токовой защиты и др. Однако увеличение нагрузки вторичной цепи приводит к увеличению погрешности преобразования тока.

Входное сопротивление амперметра очень мало, поэтому трансформатор тока работает в режиме близком к режиму короткого замыкания. Для уменьшения погрешности трансформаторов тока стремятся проектировать их таким образом, чтобы ток намагничивания был минимально возможным. Тогда измеряемый ток I_1 можно определить выражением

$$I_1 = \frac{w_2}{w_1} I_2 = k_I I_2$$

где $k_I = w_2 / w_1$ – коэффициент трансформации, I_2 – значение тока по показаниям амперметра.

Трансформаторы тока изготавливаются с классами точности 0,2; 0,5; 1,0; 3,0 и 10,0. Для первых трёх классов устанавливается также допустимая угловая погрешность δ_I: 10′, 40′ и 80′. Для остальных классов угловая погрешность не нормируется.

При размыкании вторичной обмотки размагничивающее действие её тока исчезает, и магнитный поток возрастает в десятки и сотни раз. На выводах вторичной обмотки возникает опасное для жизни напряжение, а сам трансформатор тока может выйти из строя вследствие разрушения изоляции или перегрева от увеличения потерь в магнитопроводе. Поэтому в цепь вторичной обмотки обязательно вводится шунтирующий ключ *S*, который должен замыкаться до того, как отключается амперметр.

Вопросы для самопроверки

1. В чём преимущество трёхфазных трансформаторов по сравнению с тремя однофазными?
2. В каких случаях вместо трёхфазных трансформаторов используют группу из трёх однофазных трансформаторов?
3. Как маркируются обмотки трёхфазных трансформаторов?
4. Какие группы соединений обмоток трёхфазных трансформаторов предусмотрены стандартом?
5. Что такое автотрансформатор?
6. Что такое проходная и расчётная мощность автотрансформатора?
7. За счёт чего автотрансформатор имеет меньшие массогабаритные показатели по сравнению с трансформатором той же мощности?
8. За счёт чего автотрансформатор имеет более высокий КПД по сравнению с трансформатором той же мощности?
9. Укажите достоинства, недостатки и область применения автотрансформаторов.
10. Для чего используют измерительные трансформаторы?
11. Как включают в цепь трансформаторы напряжения (тока)?
12. Как по показаниям вольтметра (амперметра), подключенного ко вторичной обмотке измерительного трансформатора, определяют значение напряжения (тока)?
13. Для чего параллельно вторичной обмотке трансформатора тока присоединяют ключ?
14. Что такое угловая погрешность измерительного трансформатора и на что она оказывает влияние?

10. Асинхронные двигатели

Асинхронные машины относятся к классу электромеханических преобразователей, т.е. преобразователей электрической энергии в механическую или механической в электрическую. В первом случае они называются двигателями, а во втором – генераторами. Все электрические машины обладают *свойством обратимости* и могут осуществлять преобразование энергии в обоих направлениях, поэтому при изучении процессов в машинах пользуются понятиями двигательного и генераторного режимов. Однако при разработке и изготовлении машины оптимизируются для условий работы в одном из режимов и используются в соответствии с назначением. Асинхронные машины не являются исключением из этого правила, но асинхронные генераторы значительно уступают синхронным по многим параметрам и редко используются на практике, в то время как асинхронные двигатели являются самыми распространёнными электромеханическими преобразователями. Суммарная мощность асинхронных двигателей составляет более 90% общей мощности всех существующих двигателей, поэтому в данном курсе мы ограничимся рассмотрением только этого типа машин.

Асинхронные двигатели относятся к бесколлекторным машинам переменного тока или машинам с вращающимся магнитным полем. Название асинхронные (несинхронные) объясняется тем, что в статическом режиме работы скорость вращения *ротора* (вращающейся части) двигателя отличается от скорости вращения магнитного поля, т.е. ротор и поле вращаются несинхронно.

Причиной широкого распространения асинхронных двигателей является их предельная простота, надёжность и экономичность. Конструкция асинхронных двигателей не претерпела существенных изменений с 1889 года, когда эти двигатели были изобретены М.О. Доливо-Добровольским. Можно сказать, что асинхронные двигатели совместно с синхронными генераторами и трёхфазными линиями передачи и распределения электрической энергии образуют систему передачи механической энергии на расстояние.

В последнее время в связи с появлением полупроводниковых преобразователей частоты для питания асинхронных двигателей область их применения существенно расширилась. Они стали широко применяться в высокоточных приборных приводах там, где ранее использовались в основном двигатели постоянного тока.

10.1. Вращающееся магнитное поле

Работа асинхронного двигателя основана на взаимодействии электрического тока, протекающего в обмотке ротора, с вращающимся магнитным полем, возбуждаемым обмотками статора. *Статор* (неподвижная часть машины) асинхронного двигателя состоит из корпуса, сердечника и обмоток. Корпус является конструктивным элементом машины и практически не участвует в электромагнитных процессах. Сердечник статора изготавливается из

листов электротехнической стали и представляет собой полый цилиндр, на внутренней поверхности которого имеются пазы для укладки обмоток. Конструктивная схема сердечника статора без обмоток и с сосредоточенными обмотками показана на рис. 10.1.

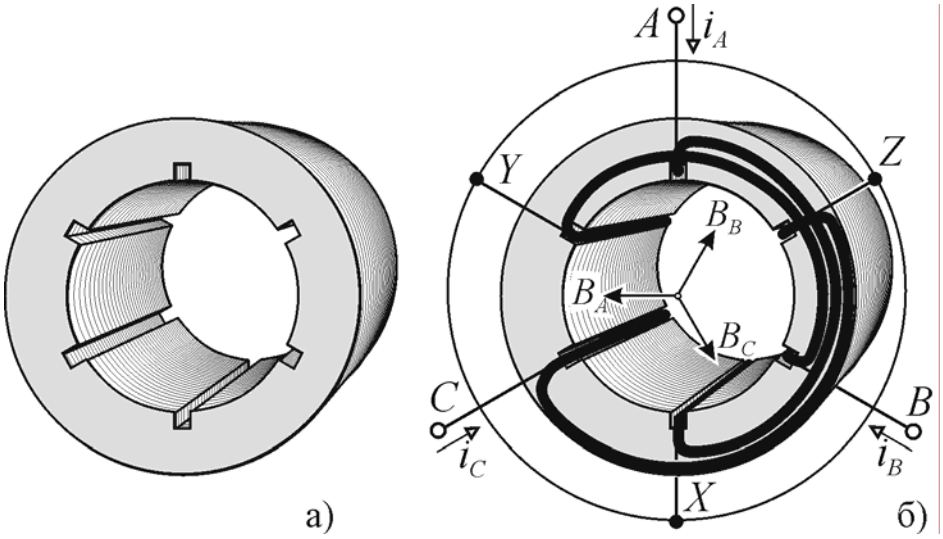


Рис. 10.1

Оси трёх фазных обмоток статора смещены в пространстве по окружности пакета на 120°, а пазы с концами обмоток (*X*, *Y*, *Z*) отстоят от пазов, в которые уложены их начала (*A*, *B*, *C*) на 180°.

При подключении обмоток к трёхфазному источнику питания, протекающие в них токи

$$i_A = I_m \sin \omega_1 t;\ \ i_B = I_m \sin(\omega_1 t - 2\pi/3);\ \ i_C = I_m \sin(\omega_1 t + 2\pi/3)$$

возбуждают магнитные поля, оси которых совпадают с осями обмоток, а максимальные значения индукции изменяются во времени по синусоидальным законам

$$B_A = B_m \sin \omega_1 t;\ \ B_B = B_m \sin(\omega_1 t - 2\pi/3);\ \ B_C = B_m \sin(\omega_1 t + 2\pi/3).$$

Поля отдельных обмоток суммируются в пространстве внутри сердечника и образуют единое магнитное поле статора. Картину этого поля схематично можно проследить по нескольким точкам на рис. 10.2. Обозначим положительное направление тока в обмотке знаком «+» в точке её начала и знаком «•» в точке конца. Тогда для состояния *1* в пазах сердечника *A*, *Y* и *C* будет одно направление тока в проводниках, а в пазах *Z*, *B* и *X* другое. Общая картина магнитного поля для текущего момента будет соответствовать двум магнитным потокам, охватывающим пазы с одинаковыми направлениями токов, поэтому ось поля для состояния «1» будет направлена под углом 30° к оси *AX*. Такими же построениями можно определить, что через 1/6 часть периода магнитное поле сместится на 60° в положительном направлении, а за один период частоты сети – на 360°.

Можно показать, что в любой точке внутренней окружности статора, смещённой на угол α относительно оси обмотки фазы *A*, магнитная индукция изменяется во времени по закону

$$B(\alpha) = \frac{3}{2} B_m \sin(\omega_1 t - \alpha).$$

Это означает, что для точки, движущейся по окружности с угловой частотой $\Omega_1 = \omega_1 \Rightarrow \alpha = \Omega_1 t = \omega_1 t \Rightarrow \sin(\omega_1 t - \omega_1 t) = 1$, т.е. магнитная индукция будет оставаться постоянной и равной $B_{\max} = \frac{3}{2} B_m$, где B_m – максимальное значение индукции поля, возбуждаемого одной обмоткой. Следовательно, магнитное поле вращается внутри пакета статора с угловой частотой $\Omega_1 = \omega_1 = 2\pi f_1$, определяемой частотой источника питания статорных обмоток f_1. Годограф вектора индукции представляет собой окружность, поэтому поле называется *круговым*.

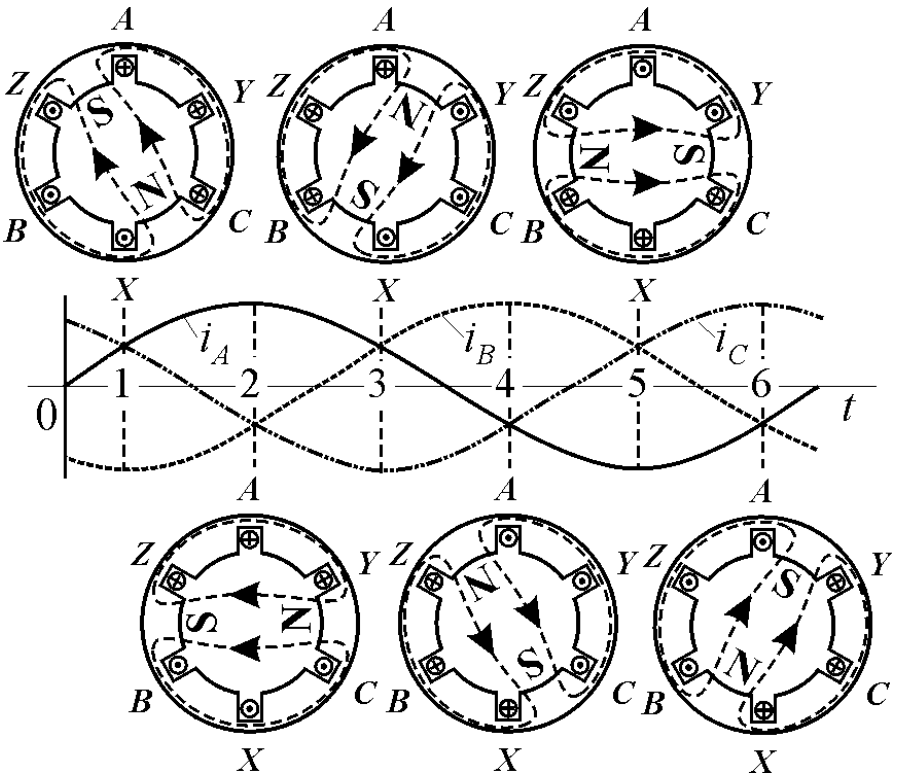


Рис. 10.2

Направление вращения поля определяется порядком чередования фаз. При переключении любой пары обмоток (рис. 10.3) направление вращения поля меняется на противоположное.

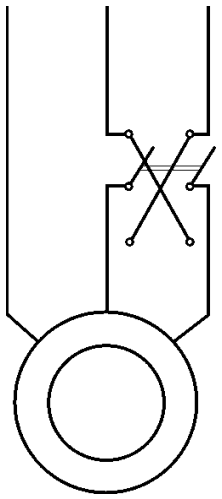


Рис. 10.3

Если вдвое увеличить число пазов сердечника и, разделив каждую обмотку на две части, поместить её в пазы так, чтобы начала и концы половин обмоток находились в пазах, смещённых по окружности статора на 90°, то при подключении к сети образуется магнитное поле с двойным числом полюсов (рис. 10.4). За один период частоты питания оно будет перемещаться в пространстве на 180°, т.е. частота его вращения будет в два раза меньше. Проведя аналогичные построения картины магнитного поля для обмоток, разделённых на p частей, можно убедиться, что при этом будут возбуждаться поля с числом пар магнитных полюсов равным p и угловая частота вращения поля будет уменьшаться в p раз, т.е.

$$\Omega_1 = \omega_1 / p, \qquad (10.1)$$

где ω_1 – частота питающей сети, а p – число пар полюсов магнитного поля. Традиционно частоту вращения называют скоростью вращения и измеряют во внесистемных единицах – оборотах в минуту. Тогда выражение (10.1) можно представить в виде

$$n_1 = 60 f_1 / p, \qquad (10.2)$$

где n_1 – скорость вращения магнитного поля в об/мин, а f_1 – частота питающей сети в герцах.

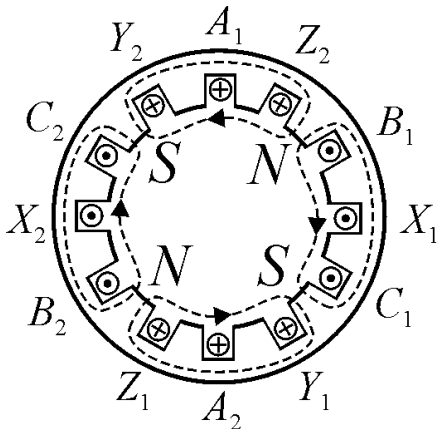


Рис. 10.4

При частоте промышленной сети 50 Гц возникает ряд возможных скоростей вращения магнитного поля: 3000, 1500, 1000, 750, 600… об/мин

Эллиптическое магнитное поле. Любая асимметрия питающей сети, магнитных свойств сердечника или обмоток приводит к асимметрии магнитного поля, в результате которой годограф вектора индукции становится эллиптическим (рис. 10.5). Можно математически строго показать, что эллиптический годограф соответствует сумме двух векторов с круговыми годографами, один из которых $\underline{B}_+$, вращается в положительном направлении, а другой $\underline{B}_-$ – в отрицательном направлении.

На рисунке 10.5 в качестве примера показаны два круговых годографа и построен результирующий вектор $\underline{B} = \underline{B}_+ + \underline{B}_-$ для точки *1*. Эта точка соответствует повороту вектора $\underline{B}_+$ на 45° от нулевой точки в положительном направлении, а вектора $\underline{B}_-$ – на тот же угол в отрицательном направлении. За полный период $T = 2\pi/\omega$ вектор $\underline{B}$ вернётся в исходную точку, описав на плоскости эллиптическую траекторию с большой полуосью равной сумме модулей векторов прямого и обратного вращения $a = B_{m+} + B_{m-}$ и малой полуосью равной разности модулей $b = B_{m+} - B_{m-}$.

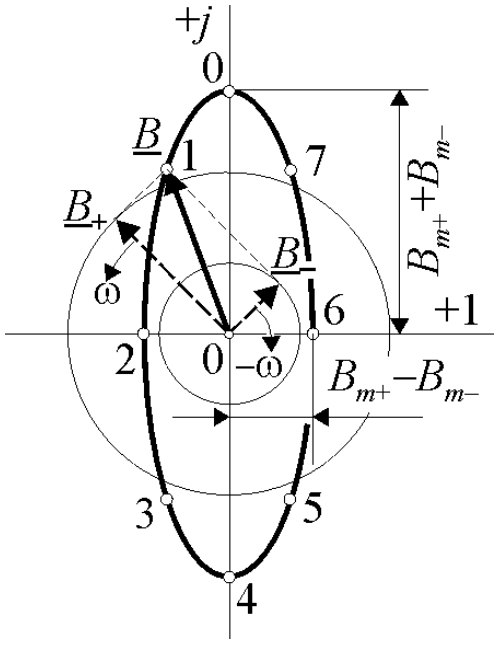


Рис. 10.5

Если составляющие прямого и обратного вращения одинаковы ($b = 0$), то годограф вектора индукции вырождается в прямую линию и это поле называется *пульсирующим*. Пульсирующее магнитное поле создаёт каждая фазная обмотка в отдельности.

Такое поле возникает также в аварийных режимах при обрыве одной из фаз. В случае отсутствия одной из составляющих эллиптический годограф вырождается в круговой, т.е. круговое магнитное поле можно рассматривать как частный случай эллиптического.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте свойство обратимости электрических машин
2. Что означает термин асинхронные машины?
3. Как устроен статор асинхронного двигателя?
4. Что такое круговое вращающееся магнитное поле?
5. Чем определяется скорость вращения магнитного поля?
6. Как формируется круговое вращающееся магнитное поле?
7. Как изменить направление вращения поля?
8. Что такое эллиптическое магнитное поле? При каких условиях оно образуется?
9. На какие составляющие можно разложить эллиптическое поле?
10. При каких условиях в машине формируется пульсирующее магнитное поле?

10.2. Устройство и принцип действия

Принцип действия асинхронного двигателя показан на рис. 10.6. На нём круговое вращающееся магнитное поле изображено в виде вращающихся полюсов постоянного магнита. Это представление является полной физической аналогией магнитного поля возбуждаемого обмотками статора и может использоваться всегда для наглядного отображения электромеханического взаимодействия.

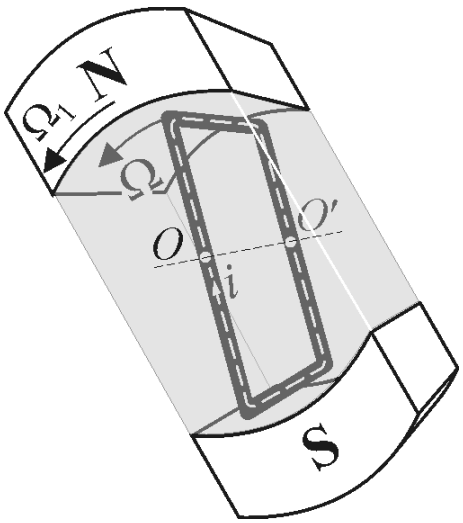


Рис. 10.6

Поместим в пространство между полюсами замкнутый проводник в виде прямоугольной рамки, подвешенной на оси OO', вокруг которой вращается магнитное поле. Движение поля относительно рамки вызывает появление в ней ЭДС, а т.к. рамка замкнута, то под действием ЭДС в ней возникает электрический ток. Рамка с протекающим по ней током испытывает механическое воздействие со стороны магнитного поля, приводящее её во вращение. Воздействие магнитного поля на рамку в виде вращающего момента возможно только при наличии тока в рамке, который, в свою очередь, возникает в результате того, что магнитное поле движется относительно рамки. При равенстве скоростей вращения $\Omega_1 = \Omega$, т.е. при синхронном вращении, поле будет неподвижно относительно рамки и не будет создавать вращающего момента, т.к. в рамке не будет индуцироваться ток. Таким образом, устройство, показанное на рис. 10.6, работоспособно только

при асинхронном движении поля и рамки и является простейшим асинхронным двигателем.

Вращающий момент в модели на рис. 10.6 можно увеличить, если вместо одной установить на оси несколько рамок. В результате образуется конструкция, состоящая из продольных стержней и замыкающих их по краям колец, называемая «беличья клетка» (рис. 10.7, *а*).

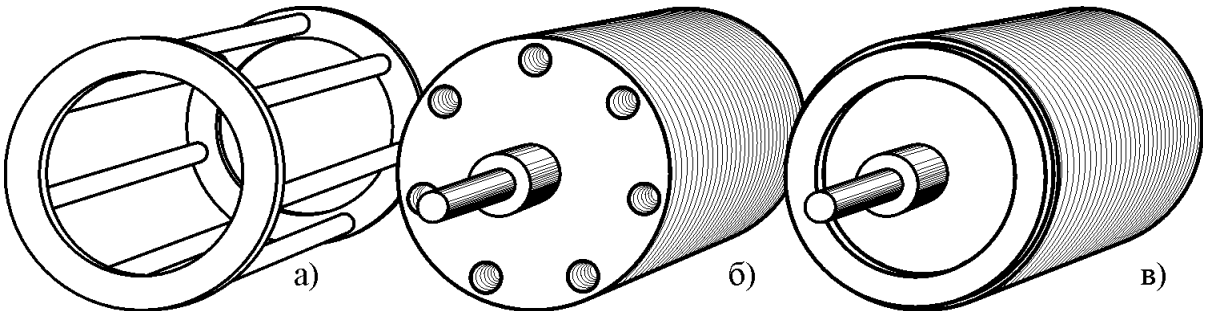


Рис. 10.7

Электромагнитная сила, создающая вращающий момент, пропорциональна величине магнитной индукции, зависящей, при прочих равных условиях, от магнитных сопротивлений цепи, по которой замыкается магнитный поток. Главной составляющей магнитного сопротивления на пути потока являются воздушные зазоры, поэтому их необходимо заполнить ферромагнетиком. Эту функцию выполняет сердечник ротора (рис. 10.7, *б*) Он, также как сердечник статора, изготавливается из листов электротехнической стали, собирается в пакет и напрессовывается на вал. В листах сердечника вырублены отверстия, образующие при сборке пакета продольные каналы, которые заполняются расплавленным алюминием или медью. В результате создаётся обмотка ротора типа «беличья клетка». Ротор такой конструкции называется *короткозамкнутым* (рис. 10, *в*) и используется в подавляющем большинстве асинхронных двигателей. Электрическая энергия в цепь ротора передаётся посредством магнитного поля, поэтому ротор не имеет контактов для подключения к внешним электрическим цепям, что существенно повышает надёжность двигателя и позволяет использовать его в условиях, в которых не могут эксплуатироваться другие типы машин, например, во взрывоопасных помещениях. Скорость вращения короткозамкнутого ротора ограничивается только условиями механической прочности его конструкции и опор, поэтому асинхронные короткозамкнутые двигатели используются в приводах со скоростями вращения до 300000 об/мин.

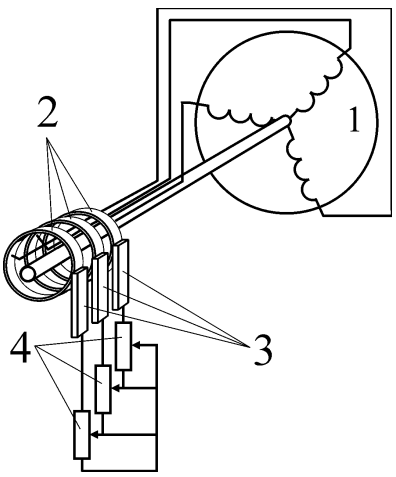


Рис. 10.8

Более сложную конструкцию имеет т.н. *фазный ротор*. В пазы пакета сердечника этого ротора уложены три фазные об-

мотки аналогичные обмоткам статора (*1* рис. 10.8). Они соединены звездой, а начала обмоток выведены через контактные кольца *2* и щётки *3* и подключены к регулировочным реостатам *4*. Асинхронные двигатели с фазным ротором используются в основном в регулируемом приводе подъёмно-транспортных механизмов, но в последнее время их вытесняют из этой области двигатели с короткозамкнутым ротором с питанием от преобразователей частоты.

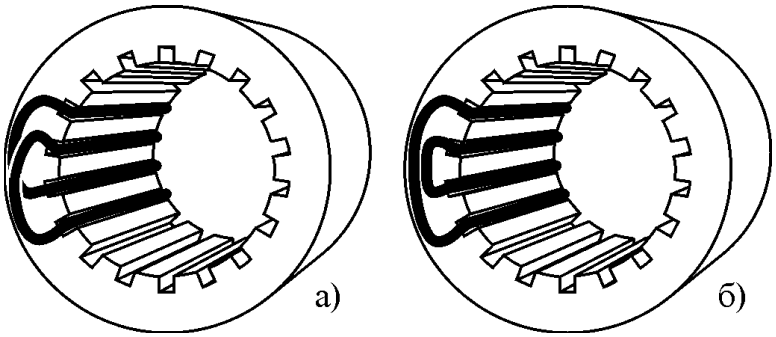


Рис. 10.9

Сосредоточенные фазные обмотки, т.е. обмотки представляющие собой одну катушку, стороны которой расположены в двух пазах статора (рис. 10.1, *б*), по ряду причин на практике не применяются. Обычно обмотка делится на несколько катушек, образующих катушечные группы, каждая из которых формирует полюс магнитного поля. Катушки распределяются по соседним пазам сердечника, и такая обмотка называется *распределённой*. При этом катушки в группе могут быть одинакового размера, изготавливаться по шаблону и укладываться в пазы с одинаковым шагом между сторонами катушек. Такие обмотки называются *шаблонными* (рис. 10.9, *а*). Катушки могут быть также разных размеров и укладываться одна внутрь другой (рис. 10.9, б). В этом случае обмотки называются *концентрическими*.

При анализе процессов в асинхронном двигателе и в справочных данных используют понятие скольжения

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} \qquad (10.3)$$

как разности между скоростями вращения магнитного поля (Ω_1, n_1) и ротора (Ω, n), отнесённой к скорости вращения поля. При известной частоте сети и числе пар полюсов по скольжению можно определить скорость вращения. Например, скорость вращения двигателя с двумя парами полюсов при питании от промышленной сети ($n_1 = 60 \cdot 50 / 2 = 1500$ об/мин) и скольжении 0,05 составляет 1425 об/мин. Скольжение при неподвижном роторе ($n = 0$) равно единице, а при синхронном вращении ($n = n_1$) – нулю. Скорость или частота вращения магнитного поля называется также синхронной скоростью (частотой), т.к. ротор при этой скорости вращается синхронно с полем. Синхронный режим работы асинхронного двигателя называется *идеальным холостым*

ходом. Он возможен только в том случае, если ротор приводится во вращение другим двигателем или механизмом, присоединённым к валу.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте необходимое условие наведения ЭДС в рамке, находящейся во вращающемся магнитном поле.
2. Каким образом возникает вращающий момент, действующий на рамку, находящуюся во вращающемся магнитном поле?
3. Как устроен ротор асинхронного двигателя?
4. Опишите функции, выполняемые отдельными элементами конструкции ротора (сердечник, обмотка, вал).
5. Что такое сосредоточенная (распределённая) обмотка?
6. Какими бывают распределённые обмотки?
7. Что такое скольжение?
8. Чему равно скольжение в режимах холостого хода и короткого замыкания?

10.3. Электродвижущие силы обмоток

Электродвижущие силы наводятся в обмотке пронизывающим её магнитным потоком, если потокосцепление изменяется во времени. Причиной изменения потокосцепления может быть изменение величины потока при сохранении его положения и распределения по виткам обмотки, как это происходит в трансформаторе. Потокосцепление может изменяться также в результате изменения положения магнитного поля относительного обмотки при неизменной величине потока, как в асинхронном двигателе.

Потокосцепление неподвижной обмотки статора с вращающимся магнитным полем изменяется по синусоидальному закону с частотой вращения поля, т.е. с частотой питающей сети $\Psi_{10} = \Psi_{1m} \sin \omega_1 t$. Отсюда ЭДС фазной обмотки статора

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{10}}{dt} = -\frac{d\left(\Psi_{1m} \sin \omega_1 t\right)}{dt} = -\omega_1 \Psi_{1m} \cos \omega_1 t \qquad (10.4)$$

Формально это выражение полностью идентично выражению для ЭДС первичной обмотки трансформатора, но в трансформаторе амплитуда потокосцепления определялась числом витков первичной обмотки $\Psi_{1m} = w_1 \Phi_{0m}$, т.к. весь магнитный поток сердечника одновременно пронизывал все витки обмотки. В асинхронном двигателе обмотка статора распределённая, и в разных катушках одной группы наводятся ЭДС, смещённые по фазе друг относительно друга. В результате общая ЭДС обмотки будет меньше суммы ЭДС катушек. Кроме того, ЭДС зависит от шага катушек обмотки. Поэтому в выражение для потокосцепления включается не реальное число витков w_1, а эффективное – $w_{1э} = k_{об1} w_1$, где $k_{об1} < 1$ – обмоточный коэффициент, учитывающий особенности конструкции данной обмотки. Тогда потокосцепление фазной обмотки статора асинхронного двигателя будет равно

$\Psi_{1m} = k_{об1} w_1 \Phi_{0m}$ и действующее значение ЭДС, наводимой в ней вращающимся магнитным полем –

$$E_1 = E_{1m} / \sqrt{2} = 2\pi f_1 k_{об1} w_1 \Phi_{0m} / \sqrt{2} = 4{,}44 k_{об1} w_1 f_1 \Phi_{0m}. \qquad (10.5)$$

При неподвижном роторе его фазная обмотка находится в совершенно аналогичных условиях, и в ней будет наводиться ЭДС

$$E_2 = 4{,}44 k_{об2} w_2 f_1 \Phi_{0m}. \qquad (10.6)$$

При вращении частота, с которой изменяется потокосцепление обмотки ротора, определяется скоростью её движения относительного магнитного поля, т.е. разностью скоростей вращения поля и ротора

$$f_2 = \frac{(n_1 - n)p}{60} = \frac{(n_1 - n)pn_1}{60 n_1} = s\frac{pn_1}{60} = sf_1 \Leftrightarrow \omega_2 = s\omega_1. \qquad (10.7)$$

Следовательно, ЭДС вращающегося ротора с учётом (10.7) равна

$$E_{2s} = 4{,}44 k_{об2} w_2 f_2 \Phi_{0m} = 4{,}44 k_{об2} w_2 s f_1 \Phi_{0m} = sE_2. \qquad (10.8)$$

Таким образом, в электрических цепях фазных обмоток ротора действуют синусоидальные ЭДС переменной частоты, зависящей от величины скольжения. Поэтому индуктивные сопротивления рассеяния обмоток также будут зависеть от скольжения

$$X_{2s} = \omega_2 L_{\sigma 2} = s\omega_1 L_{\sigma 2} = sX_2, \qquad (10.9)$$

где $X_2 = \omega_1 L_{\sigma 2}$ – индуктивное сопротивление рассеяния неподвижного ротора, $L_{\sigma 2}$ – индуктивность потока рассеяния ротора.

10.4. Магнитодвижущие силы и магнитные потоки обмоток

Фазные обмотки ротора смещены относительно друг друга на угол $2\pi / m_2$, где – m_2 число фаз обмотки. Для фазного ротора число фаз равно $m_2 = m_1 = 3$, а для короткозамкнутого ротора число фаз равно числу стержней «беличьей клетки» $m_2 = N$. Симметричное смещение обмоток в пространстве вызывает симметричное фазовое смещение ЭДС и токов, наводимых вращающимся магнитным полем. Многофазная система токов возбуждает магнитное поле, которое вращается относительно обмоток ротора с угловой частотой $\Omega_2 = \omega_2 / p = s\omega_1 / p$ и вместе с ротором вращается в пространстве с частотой $\Omega = (1 - s)\Omega_1 = (1 - s)\omega_1 / p$. Складывая эти движения, мы получим $\Omega + \Omega_2 = (1 - s)\omega_1 / p + s\omega_1 / p = \omega_1 / p = \Omega_1$. Таким образом, магнитное поле ротора вращается в пространстве с той же угловой частотой, что и поле статора. Следовательно, поля ротора и статора неподвижны относительно друг друга и образуют единое круговое вращающееся магнитное поле двигателя.

Магнитное поле двигателя возбуждается токами в обмотках статора и ротора, МДС которых равны

$$\underline{F}_1 = \frac{m_1 k_{об1} w_1}{\pi p} \underline{I}_1; \;\; \underline{F}_2 = \frac{m_2 k_{об2} w_2}{\pi p} \underline{I}_2. \qquad (10.10)$$

Также как в трансформаторе, полагая магнитный поток неизменным, получим уравнение токов

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \underline{F}_0 \;\Rightarrow\; \underline{I}_1 + \frac{m_2 k_{об2} w_2}{m_1 k_{об1} w_1}\underline{I}_2 = \underline{I}_0;\;\Rightarrow\; \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_0, \quad (10.11)$$

где $\underline{I}_0$ – комплексный ток статора в режиме идеального холостого хода; $k_i = \frac{m_1 k_{об1} w_1}{m_2 k_{об2} w_2} = \frac{m_1 w_{1э}}{m_2 w_{2э}}$ – коэффициент трансформации токов; $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 / k_i$ – приведённый ток ротора.

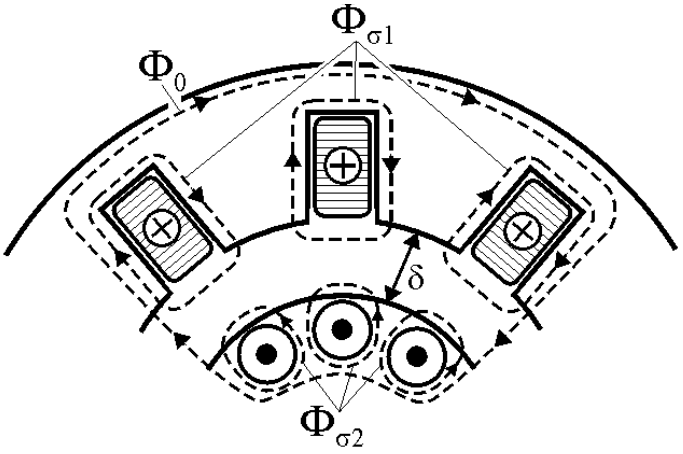


Рис. 10.10

Помимо основного магнитного потока Φ_0, замыкающегося через воздушный зазор между статором и ротором (δ на рис. 10.10), в асинхронном двигателе можно выделить магнитные потоки, замыкающиеся по воздуху или по пазовым частям обмоток статора и ротора и сцепляющиеся только с одной из них. Это потоки рассеяния, индуцирующие в обмотках ЭДС рассеяния

$$e_{σ1} = -\frac{d\Psi_{σ1}}{dt} = -L_{σ1}\frac{di_1}{dt};\; e_{σ2} = -\frac{d\Psi_{σ2}}{dt} = -L_{σ2}\frac{di_2}{dt}$$

или в комплексной форме

$$\underline{E}_{σ1} = -j\omega_1 L_{σ1}\underline{I}_1 = -jX_1\underline{I}_1;$$
$$\underline{E}_{σ2} = -j\omega_2 L_{σ2}\underline{I}_2 = -jX_{2s}\underline{I}_2 = -jsX_2\underline{I}_2, \quad (10.12)$$

где $L_{σ1}$, $L_{σ2}$ – индуктивности потокосцеплений рассеяния статора и ротора.

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличается эффективное число витков обмотки от реального?
2. Что такое обмоточный коэффициент?
3. Как связаны между собой частоты ЭДС, наводимых вращающимся магнитным полем в обмотках статора и ротора?
4. Как связаны между собой индуктивные сопротивления рассеяния вращающегося и неподвижного ротора?
5. Чему равно число фаз обмотки короткозамкнутого ротора?

10.5. Уравнения электрического состояния и схема замещения

По аналогии с трансформатором можно написать уравнения Кирхгофа для фазных обмоток статора

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt} - e_1 \;\Leftrightarrow\; \underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + jX_1\underline{I}_1 - \underline{E}_1 \qquad (10.13)$$

и вращающегося ротора

$$e_{2s} = R_2 i_2 + L_{\sigma 2}\frac{di_2}{dt} \;\Leftrightarrow\; \underline{E}_{2s} = R_2\underline{I}_2 + jX_{2s}\underline{I}_{21}. \qquad (10.14)$$

В отличие от трансформатора, в уравнении ротора (10.14) нет падения напряжения в нагрузке и частота ЭДС и тока в общем случае отличается от частоты ЭДС и тока в уравнении статора (10.13). Поэтому совместное решение уравнений (10.13) и (10.14) невозможно.

Представляя ЭДС и индуктивное сопротивление рассеяния вращающегося ротора через ЭДС и индуктивное сопротивление неподвижного ротора, получим

$$s\underline{E}_2 = R_2\underline{I}_2 + jsX_2\underline{I}_2 \;\Rightarrow\; \underline{E}_2 = R_2\underline{I}_2/s + jX_2\underline{I}_2. \qquad (10.15)$$

В уравнении (10.15) частота ЭДС и тока ротора равна частоте статора и теперь эти величины, а также параметры цепи ротора можно привести к параметрам статора. Пользуясь выражениями (10.5) и (10.6), введем понятие коэффициента трансформации ЭДС и напряжений

$$k_u = \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_{\text{об}1}w_1}{k_{\text{об}2}w_2} = \frac{w_{1\text{э}}}{w_{2\text{э}}} \qquad (10.16)$$

и приведённой ЭДС ротора

$$E_2' = k_u E_2 = E_1. \qquad (10.17)$$

Умножив обе части уравнения (10.15) на k_u, а затем, умножив и разделив правую часть на k_i, получим уравнение приведённого ротора

$$\underline{E}'_2 = E_1 = R_2'\underline{I}'_2/s + jX_2'\underline{I}'_2, \qquad (10.18)$$

где $R_2' = k_u k_i R_2$; $X_2' = k_u k_i X_2$.

Уравнениям (10.11), (10.13) и (10.18) соответствует электрическая схема замещения рис. 10.11, *а*. Здесь, также как в трансформаторе, в результате приведения обмотки ротора к обмотке статора магнитная связь между ротором и статором заменена эквивалентной электрической. Отличие от трансформатора заключается в том, что обмотка ротора приводится не к реальному, а к эффективному числу витков обмотки статора. Кроме того, в уравнении токов (10.11) число фаз обмотки ротора приводится к числу фаз обмотки статора при условии сохранения МДС.

Мощность, рассеиваемая на переменном резистивном элементе в цепи ротора R_2'/s, соответствует мощности тепловых потерь в его обмотке и механической мощности двигателя, отдаваемой нагрузке. Эти величины можно разделить, если R_2'/s представить следующим образом:

$$\frac{R_2'}{s} = \frac{R_2'}{s} + R_2' - R_2' = R_2' + R_2'\frac{(1-s)}{s}.$$

Тогда тепловым потерям в обмотке ротора будет соответствовать резистивный элемент R_2', а механической нагрузке двигателя – резистивный элемент $R_2'(1-s)/s$ и схема замещения примет вид рис. 10.11, *б*.

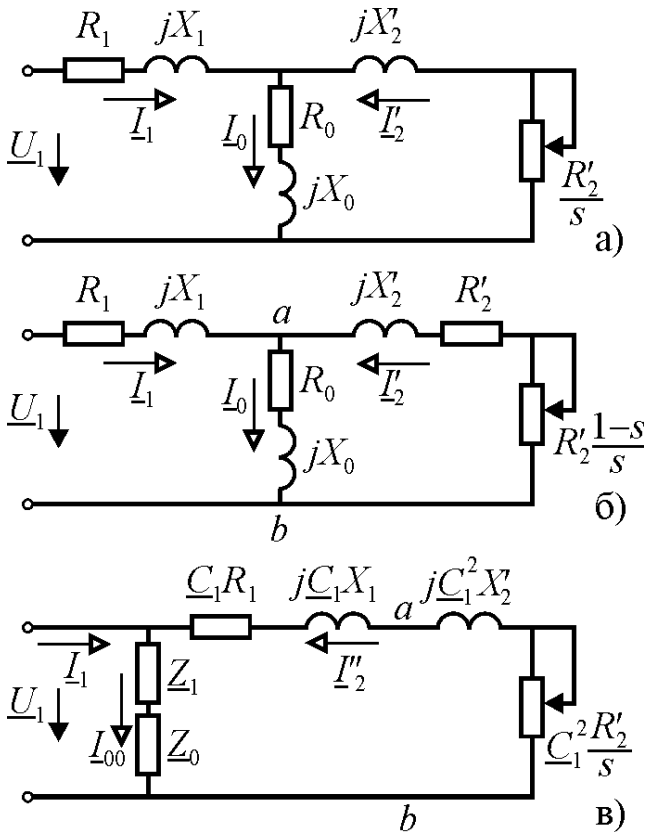


Рис. 10.11

Внешне схема рис. 10.11, *б* идентична схеме замещения трансформатора, работающего на переменную активную нагрузку. При изменении скольжения, будет меняться режим работы двигателя. В режиме *идеального холостого хода* ($s=0$) сопротивление нагрузки становится бесконечно большим и ток ротора уменьшается до нуля, что полностью соответствует принципу работы асинхронного двигателя, т.к. при синхронном вращении в роторе не индуцируется ЭДС и не возникает ток. При неподвижном роторе ($s=1$) сопротивление нагрузки становится нулевым, создавая в цепи ротора *режим короткого замыкания*. Этот режим в асинхронном двигателе так же опасен как в трансформаторе, но он возникает при каждом пуске и если ротор не приходит в движение, то двигатель может выйти из строя из-за перегрева.

Особенностью асинхронного двигателя по сравнению с трансформатором является наличие воздушного зазора. Поэтому при том же значении магнитного потока ток холостого хода двигателя существенно больше. Если в трансформаторе он не превышает 10% от номинального значения, то в двигателе может составлять до 50%. Кроме того, в номинальном режиме при скольжении ≈0,05 частота ЭДС ротора составляет ≈2,5 Гц. При такой частоте потерями в сердечнике ротора можно пренебречь и принять $R_0=0$.

Схема замещения рис. 10.11, *б* и соответствующие ей уравнения электрического состояния позволяют исследовать все процессы в двигателе, но при этом выражения для токов получаются сложными, что затрудняет их анализ. Поэтому её преобразуют, вынося ветвь намагничивания на вход (рис. 10.11, *в*). При этом параметры обмоток статора и ротора приобретают комплексный множитель

$$\underline{C}_1=\frac{\underline{Z}_1+\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0}=1+\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0},$$

где $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$; $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$, а приведённый ток ротора становится равным $\underline{I}''_2 = \underline{I}'_2 / \underline{C}_1$.

Анализ коэффициента $\underline{C}_1$ показывает, что при обычных значениях параметров двигателей его мнимая часть практически равна нулю и $\underline{C}_1 \approx C_1 \approx 1 + X_1 / X_0$. Но для машин мощностью выше нескольких киловатт $X_1 / X_0 < 0{,}05$, поэтому $C_1 < 1{,}05$ и этим коэффициентом при общем анализе можно пренебречь. Тогда по закону Ома для схемы рис. 10.11, *в* при $C_1 \approx 1$ величина приведённого тока ротора будет равна

$$I''_2 \approx I'_2 \approx \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + R'_2 / s\right)^2 + \left(X_1 + X'_2\right)^2}} \qquad (10.19)$$

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличаются друг от друга коэффициенты трансформации ЭДС и тока?
2. В чём заключается отличие приведения параметров обмотки ротора асинхронного двигателя от приведения параметров вторичной обмотки трансформатора?
3. Укажите сходства и отличия схемы замещения асинхронного двигателя и трансформатора.
4. Укажите параметры схемы замещения, связанные с магнитными потоками двигателя.
5. Укажите параметры схемы замещения, связанные с преобразованием электрической энергии в двигателе.

10.6. Режимы работы асинхронного двигателя

Для анализа режимов работы асинхронного двигателя построим векторную диаграмму, соответствующую схеме его замещения на рис. 10.11, *б*. Она строится аналогично векторной диаграмме трансформатора.

При изменении скольжения s изменяется активная составляющая комплексного сопротивления цепи ротора. Если входное напряжение при этом остаётся постоянным, то геометрическим местом точек конца вектора тока статора будет окружность диаметром $U_1 / (X_1 + X'_2)$ (рис. 10.12).

Точки холостого хода ($s = 0$), короткого замыкания ($s = 1$) и бесконечно большого скольжения ($s = \pm\infty$) делят круговую диаграмму тока статора на три сектора, соответствующие режимам двигателя, генератора и тормоза. Эти режимы отличаются направлениями потоков энергии преобразуемой в асинхронном двигателе.

В режиме *двигателя* скольжение находится в диапазоне $0 < s < 1$, а сдвиг фаз между напряжением и током обмотки статора $\varphi_1 < \pi / 2$. Это означает, что ротор вращается в направлении вращения магнитного поля со скоростью ниже синхронной и двигатель отдаёт механическую энергию нагрузке, т.к.

$R_2'(1-s)/s>0 \Rightarrow P_2=I_2'^2R_2'(1-s)/s>0$. Фазовый сдвиг меньше 90° соответствует положительной мощности цепи статора $P_1=U_1I_1\cos\varphi_1>0$. Таким образом, в режиме двигателя подводимая к статору электрическая энергия $W_э$ преобразуется в механическую энергию $W_м$, отдаваемую нагрузке, и в тепловую энергию $W_т=W_э-W_м$, рассеиваемую в сердечнике, обмотках и в опорах ротора.

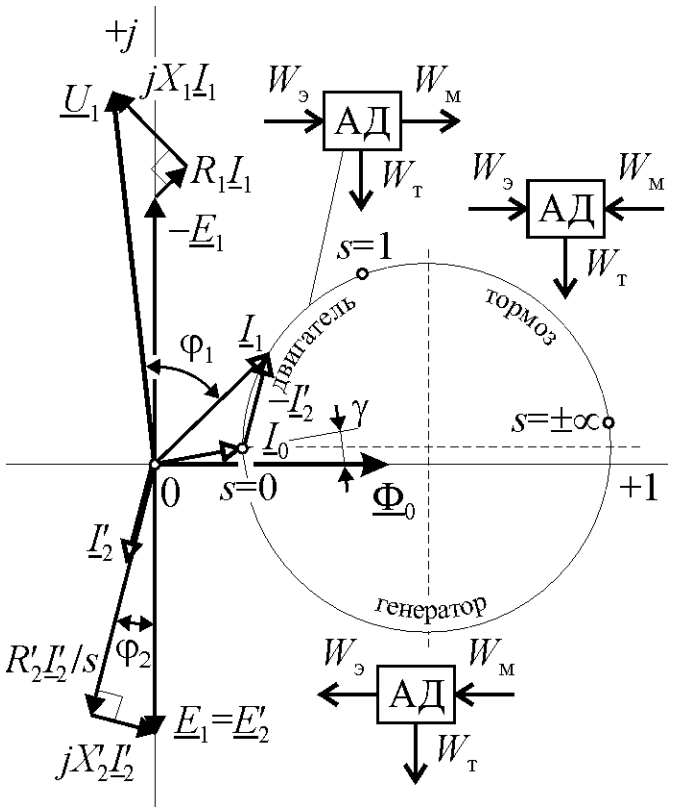


Рис. 10.12

При скольжениях $s<0 \Rightarrow n>n_1$ ротор двигателя вращается со скоростью выше синхронной. Из векторной диаграммы рис. 10.12 видно, что после компенсации потерь в сердечнике вектор тока перемещается по круговой диаграмме в IV-й квадрант и мощность цепи статора $P_1=U_1I_1\cos\varphi_1$ становится отрицательной, т.к. $\varphi_1>\pi/2$. Отрицательной становится также мощность, преобразуемая переменным резистивным элементом схемы замещения $P_2=I_2'^2R_2'(1-s)/s<0$. Это означает изменение направления потока механической энергии, т.е. механическая нагрузка отдаёт энергию двигателю. В результате направление преобразования энергии машиной меняется на противоположное, т.е. механическая энергия $W_м$ преобразуется в электрическую $W_э$ и в тепловую $W_т=W_м-W_э$. Двигатель при этом работает в *генераторном* режиме. В генераторный режим асинхронный двигатель может перейти либо за счёт вращающего момента нагрузки, разгоняющего ротор до скорости выше синхронной, либо при уменьшении частоты источника питания статора, т.е. при уменьшении синхронной скорости. Второй вариант перехода в генераторный режим является обычным для асинхронных приводов с частотным управлением.

В случае вращения ротора в направлении противоположном направлению вращения магнитного поля $n<0 \Rightarrow s>1$. Механическая мощность при этом отрицательна $P_2=I_2'^2R_2'(1-s)/s<0$, а электрическая – положительна $P_1=U_1I_1\cos\varphi_1>0$, т.к. $\varphi_1<\pi/2$ (рис. 10.12). Следовательно, двигатель по-

требляет электрическую энергию $W_э$ от источника питания и механическую энергию $W_м$ от нагрузки на валу, и оба вида энергии рассеваются в виде тепла $W_т = W_м + W_э$ в его обмотках. Этот режим называется режимом *электромагнитного тормоза* или противовключения и является самым тяжёлым. Двигатель переходит в режим тормоза при нагрузке на валу превышающей его вращающий момент, но чаще его используют для быстрой остановки путём изменения направления вращения магнитного поля (реверсом).

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой геометрическое место точек вектора тока статора?
2. Как определить направление потоков электрической и механической энергии, пользуясь схемой замещения и векторной диаграммой?
3. Укажите секторы круговой диаграммы, соответствующие двигательному, генераторному и тормозному режимам работы.
4. Укажите направления потоков электрической, механической и тепловой энергии, соответствующие двигательному, генераторному и тормозному режимам работы.
5. Почему режим противовключения является наиболее тяжёлым режимом для двигателя?

10.7. Энергетический баланс

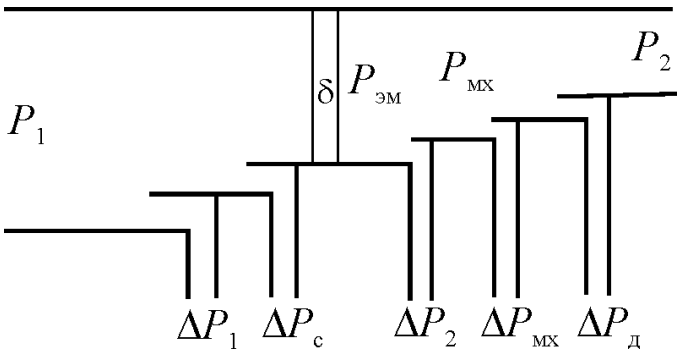


Рис. 10.13

Рассмотрим процесс преобразования энергии в режиме двигателя, перемещаясь по схеме замещения рис. 10.11, *б* слева направо. От источника питания асинхронный двигатель потребляет активную мощность

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1 .$$

Часть её в виде тепла рассеивается в обмотке статора

$$\Delta P_1 = m_1 R_1 I_1^2 ,$$

а другая часть – в виде потерь в сердечнике статора

$$\Delta P_с = m_1 R_0 I_0^2 .$$

Оставшаяся часть активной мощности передаётся из статора в ротор через зазор δ посредством магнитного поля. Она называется *электромагнитной мощностью* и соответствует мощности, рассеиваемой на сопротивлении R_2'/s. Поэтому

$$P_{эм} = m_1 R_2' I_2'^2 / s = m_2 R_2 I_2^2 / s \qquad (10.20)$$

Часть электромагнитной мощности теряется в виде тепла в активном сопротивлении обмотки ротора

$$\Delta P_2 = m_1 R_2' I_1'^2 = m_2 R_2 I_2^2 .$$

Остальная часть преобразуется в механическую мощность $P_{\text{мх}}$, развиваемую на валу:

$$P_{\text{мх}} = m_1 R_2' I_2'^2 (1-s)/s = m_2 R_2 I_2^2 (1-s)/s \qquad (10.21)$$

Часть механической мощности теряется внутри двигателя в виде механических потерь $\Delta P_{\text{мх}}$, вызванных трением в опорах и трением о воздух. Кроме того, в двигателе существуют другие потери $\Delta P_{\text{д}}$, связанные, например, с наличием высших гармоник магнитных полей. Эти потери называются добавочными и учитываются как 0,5% от подводимой мощности при номинальной нагрузке. Для другой нагрузки они пересчитываются пропорционально квадрату тока статора.

Таким образом, полезная мощность на валу двигателя равна

$$P_2 = P_{\text{мх}} - \Delta P_{\text{мх}} - \Delta P_{\text{д}} \qquad (10.22)$$

Отсюда КПД двигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{P_\Sigma}{P_1}, \qquad (10.23)$$

где $P_\Sigma = \Delta P_1 + \Delta P_{\text{с}} + \Delta P_2 + \Delta P_{\text{мх}} + \Delta P_{\text{д}}$.

Если пренебречь механическими и добавочными потерями, то КПД асинхронного двигателя можно представить в виде функции коэффициента нагрузки $\beta = P_2 / P_{\text{ном}}$ аналогично выражению для КПД трансформатора

$$\eta = \frac{\beta P_{\text{ном}}}{\beta P_{\text{ном}} + \Delta P_{\text{с}} + \beta^2 \Delta P_{\text{м}}},$$

где $\Delta P_{\text{м}} = \Delta P_1 + \Delta P_2$. График зависимости $\eta(\beta)$ изображён на рис. 10.14.

Асинхронные двигатели обладают высоким КПД. Например, КПД двигателей серии 5А мощностью от 1,5 до 250 кВт составляет соответственно 0,8…0,96.

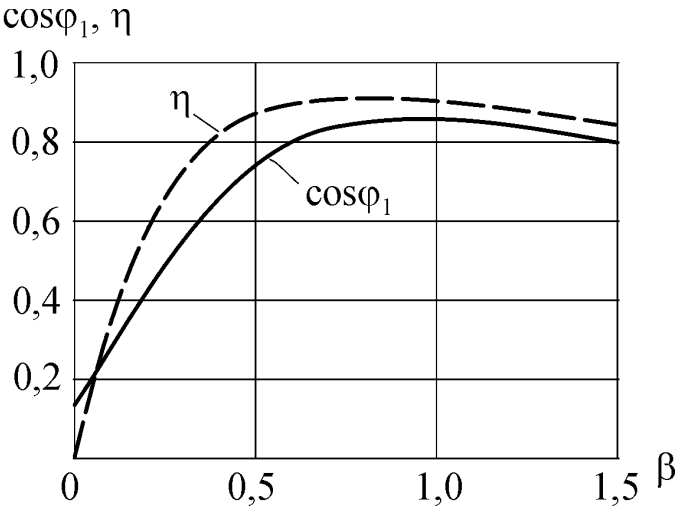


Рис. 10.14

Кроме активной мощности асинхронные двигатели потребляют реактивную мощность необходимую для возбуждения магнитного поля в машине. В режиме холостого хода коэффициент мощности двигателя очень низкий (около 0,1), т.к. активная мощность, расходуемая только на компенсацию по-

терь в сердечника статора и небольшие механические потери, незначительна, а реактивная мощность почти такая же, как в номинальном режиме. С увеличением нагрузки до номинальной активная мощность увеличивается, а реактивная остаётся практически постоянной и коэффициент мощности возрастает до значений 0,7…0,9.

При нагрузке менее половины от номинальной асинхронный двигатель работает с очень низким КПД и коэффициентом мощности. Поэтому при эксплуатации необходимо стремиться к тому, чтобы машина была полностью загружена.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое электромагнитная мощность?
2. Как связаны между собой электромагнитная мощность, мощность тепловых потерь в обмотке ротора и механическая мощность?
3. Что такое коэффициент нагрузки и как он используется при расчёте КПД?
4. Как зависят от нагрузки КПД и коэффициент мощности двигателя?
5. Почему нельзя допускать работу двигателя с малой нагрузкой?

10.8. Вращающий момент и механическая характеристика

Величину вращающего момента асинхронного двигателя можно получить из выражения (10.21) с учётом того, что $P_{\text{мх}} = M\Omega$ и $\Omega = (1-s)\omega_1 / p$

$$M = \frac{pm_1 R_2' I_2'^2}{\omega_1 s}. \qquad (10.24)$$

Подставляя в (10.24) значение приведённого тока ротора из (10.19), получим

$$M = \frac{pm_1 R_2' U_1^2}{\omega_1 s\left[\left(R_1 + R_2'/s\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2\right]} \qquad (10.25)$$

У асинхронных двигателей общего применения $R_1 \ll X_1 + X_2'$, поэтому выражение (10.25) можно несколько упростить

$$M \approx \frac{pm_1 R_2' U_1^2}{\omega_1 s\left[\left(R_2'/s\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2\right]} \qquad (10.26)$$

Зависимость $M(s)$ показана на рис. 10.15. Она имеет максимумы в области генераторного и двигательного режимов

$$M_{\max} \approx \frac{pm_1 U_1^2}{2\omega_1\left(X_1 + X_2'\right)} \qquad (10.27)$$

при скольжении

$$s_{\text{кр}} \approx \pm\frac{R_2'}{X_1 + X_2'}, \qquad (10.28)$$

называемом *критическим*. Это название связано с тем, что при скольжениях больше критического работа асинхронного двигателя может быть неустойчивой. В случае $s < s_{кр}$ увеличение скольжения или, что то же самое, уменьшение скорости вращения, приводит к увеличению вращающего момента и двигатель разгоняется, восстанавливая прежнюю скорость. Увеличение скольжения на участке характеристики, где $s > s_{кр}$, приводит к уменьшению момента и ещё большему снижению скорости вплоть до полной остановки ротора. Это явление называется «опрокидыванием» двигателя и должно учитываться при эксплуатации, т.к. оно может привести к тяжёлым последствиям.

Отношение $M_{max} / M_{ном} = k_м$ называется *кратностью максимального момента*. Этот параметр имеет большое практическое значение, т.к. определяет перегрузочную способность двигателя, т.е. способность двигателя выдерживать кратковременное увеличение нагрузки без потери устойчивости и остановки. У двигателей общего применения $k_м = 1,7 \ldots 3,4$.

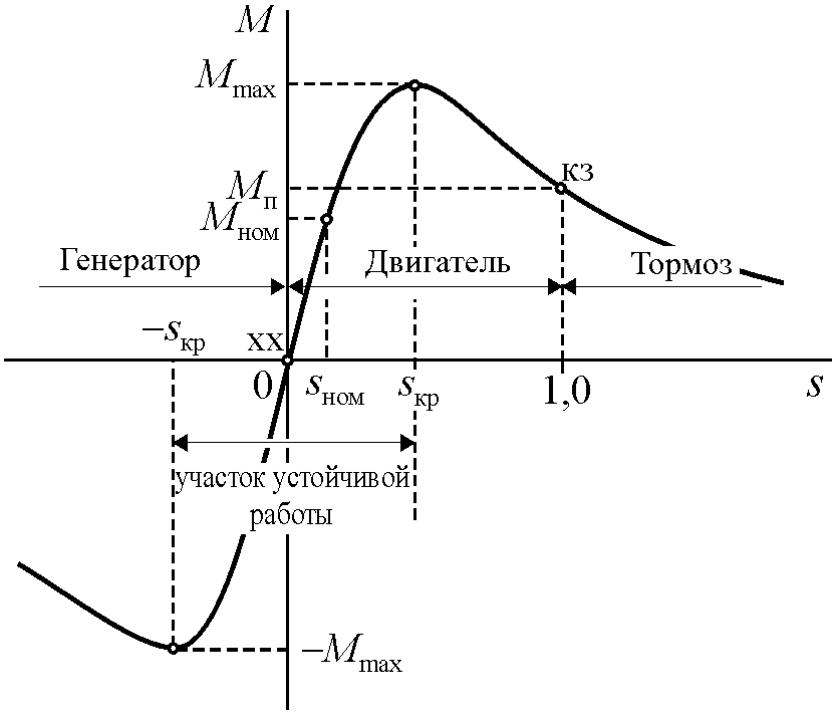


Рис. 10.15

Подставляя (10.27) в (10.26) и с учётом того, что из (10.28) $R'_2 \approx s_{кр}\left(X_1 + X'_2\right)$, получим ещё один вариант характеристики $M(s)$, т.н. формулу Клосса

$$M = \frac{2M_{max}}{\dfrac{s}{s_{кр}} + \dfrac{s_{кр}}{s}}. \qquad (10.29)$$

Из выражения (10.26) при $s = 1$ получается значение вращающего момента, развиваемого двигателем при пуске, или *пускового момента*

$$M_п = \frac{pm_1 R'_2 U_1^2}{\omega_1\left[\left(R'_2\right)^2 + \left(X_1 + X'_2\right)^2\right]}. \qquad (10.30)$$

Отношение $M_п / M_{ном} = k_п$ называется *кратностью пускового момента*. У двигателей общего применения $k_п = 1,0 \ldots 2,0$.

Все значения вращающего момента двигателя пропорциональны U_1^2. Это делает асинхронный двигатель очень чувствительным к снижению напряжения питания. Например, при снижении напряжения на 10% пусковой момент уменьшается на 19%, что значительно затрудняет пуск. При значительном понижении напряжения работающий двигатель может потерять устойчивость и остановиться.

Функция $M(s)$ называется *механической характеристикой*. Характеристика, соответствующая номинальным значениям напряжения питания и частоты и отсутствию сопротивлений в цепях фазного ротора называется *естественной механической характеристикой*. Часто вместо характеристик $M(s)$ пользуются механическими характеристиками вида $n(M)$ или $\Omega(M)$ (рис. 10.16). Они удобнее, т.к. деление на режимы работы в них происходит по квадрантам. Кроме того, при анализе работы других типов двигателей не пользуются понятием скольжения и строят механические характеристики в координатах nM или ΩM. На оси ординат рис. 10.16 показаны также значения скольжения в характерных точках.

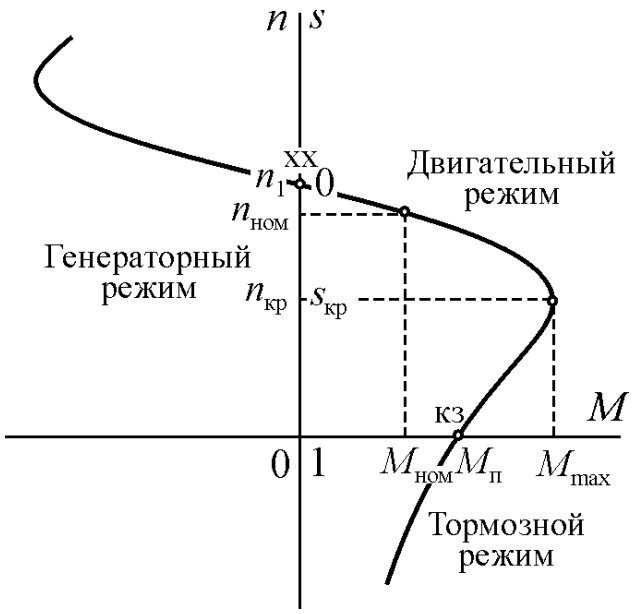


Рис. 10.16

Участок механической характеристики, соответствующий области устойчивой работы, называется *рабочим участком*. Важнейшим параметром этого участка, от которого зависят эксплуатационные свойства двигателя, является *жёсткость*. Она определяется как отношение приращения вращающего момента к приращению скорости вращения или как производная dM/dn. Чем жёстче механическая характеристика, тем меньше изменения скорости вращения при изменении нагрузки на валу двигателя. Механическая характеристика асинхронных двигателей общего применения является жёсткой, т.к. номинальные значения скольжения находятся в диапазоне 0,02…0,05. Это означает, что при изменении нагрузочного момента от нуля до номинального значения скорость меняется на 2…5%.

Вопросы для самопроверки

1. От чего зависит величина максимального момента двигателя?
2. Чем определяется величина критического скольжения?
3. Почему скольжение, соответствующее максимальному моменту двигателя, называется критическим?

4. Что такое перегрузочная способность двигателя?
5. Почему асинхронный двигатель очень чувствителен к изменениям напряжения питания?
6. Что такое механическая характеристика?
7. Какие квадранты плоскости механической характеристики соответствуют режимам двигателя, генератора и тормоза?
8. Какой участок механической характеристик является рабочим?
9. Как перевести асинхронную машину в генераторный режим (в режим противовключения)?
10. Что такое жёсткость механической характеристики?

10.9. Пуск двигателя

При пуске двигатель разгоняется от нулевой скорости вращения до скорости, при которой создаваемый нагрузкой момент сопротивления $M_{\text{с}}$ будет уравновешен моментом, развиваемым двигателем *M*. Кроме момента сопротивления нагрузки двигатель при пуске преодолевает также динамический момент $M_{\text{д}} = J \cdot d\Omega / dt$, создаваемый моментом инерции масс всех приводимых в движение тел, включая ротор – *J*. Для обеспечения пуска необходимо, чтобы $M > M_{\text{с}} + M_{\text{д}}$.

Особенностью асинхронных двигателей является относительно небольшая кратность пускового момента (1,2…2,0) при значительном токе, превосходящем номинальное значение в 5…7 раз. Поэтому при питании двигателя от сети соизмеримой мощности может возникать понижение напряжения, делающее пуск невозможным.

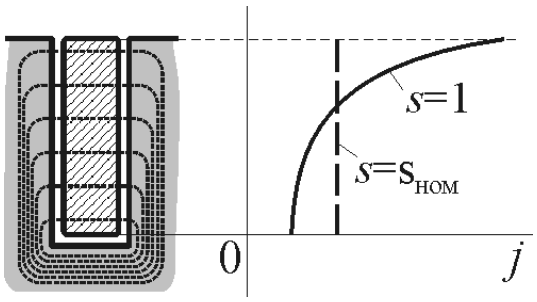
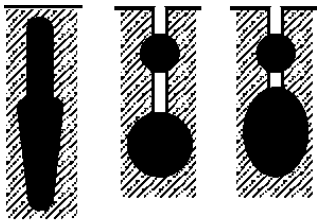


Рис. 10.17

Для улучшения пусковых свойств асинхронных двигателей используют явление вытеснения тока из внутренних слоёв стержня «беличьей клетки» в наружные. Это связано с различным потокосцеплением рассеяния слоёв. У внутренних слоёв оно максимально и уменьшается по мере смещения к наружной части паза (рис. 10.17). Соответственно меняется и их индуктивное сопротивление, уменьшаясь от внутренних слоёв к наружным. При пуске частота тока в роторе максимальна и равна частоте сети. Максимальны также индуктивные сопротивления и их различие по слоям. В результате плотность тока *j* в стержне распределяется по кривой рис. 10.17 так, что ток в основном протекает по наружной части. Это эквивалентно уменьшению сечения и увеличению сопротивления стержня. В результате пусковой ток уменьшается, а пусковой момент возрастает.

По мере разгона двигателя частота тока в роторе снижается, величина индуктивного сопротивления становится близкой к нулю, и ток распределяется по стержню практически равномерно (рис. 10.17).



а) б) в)

Рис. 10.18

Для получения требуемого эффекта от вытеснения тока глубину паза делают приблизительно в 10 раз больше ширины. Поэтому двигатели такой конструкции называются *глубокопазными*. Глубину можно несколько уменьшить, если вместо прямой формы паза использовать трапецеидальную или «бутылочную» (рис. 10.18, *а*). В этом случае сопротивление верхней части стержня увеличивается также за счёт уменьшения сечения.

Максимальный эффект от вытеснения тока достигается в двигателях *с двойной «беличьей клеткой»*. В верхней части паза таких двигателей располагают пусковую короткозамкнутую обмотку, а в нижней – рабочую. Пусковая обмотка изготавливается из латуни или бронзы – материалов, обладающих относительно высоким удельным сопротивлением, а рабочая – из меди. Кроме того, диаметр стержней пусковой обмотки делают меньше, чем рабочей (рис. 10.18, *б* и *в*). Таким образом, в двигателях с двойной «беличьей клеткой» используют не только эффект вытеснения тока, но и конструктивные решения, увеличивающие сопротивление пусковой обмотки. При пуске потокосцепление пусковой обмотки незначительно, а рабочая обмотка сцепляется с сильным магнитным полем. В результате практически весь ток вытесняется в пусковую обмотку. По мере разгона ток переходит в рабочую обмотку, а в пусковой – снижается. Помимо уменьшения индуктивного сопротивления рабочей обмотки после разгона, перераспределению тока способствует также то, что её сопротивление существенно меньше за счёт размера и материала стержней.

Пусковой момент двигателей с двойной «беличьей клеткой» значительно выше, чем у обычных двигателей, и несколько выше, чем у глубокопазных двигателей. Однако стоимость таких двигателей существенно больше.

Асинхронные короткозамкнутые двигатели мощностью приблизительно до 50 кВт запускаются прямым включением в сеть. Для пуска более мощных двигателей используют различную пусковую аппаратуру.

Однако при частых пусках прямое включение становится невозможным из-за перегрева двигателя пусковыми токами. В этом случае используют двигатели с фазным ротором.

В цепь фазных обмоток ротора через контактные кольца включают добавочное сопротивление $R_д$, разделённое на секции (рис. 10.19, *а*). Величина сопротивления цепи ротора асинхронного двигателя определяет значение критического скольжения. Чем больше сопротивление, тем больше критическое скольжение и пусковой момент. Пуск производится при разомкнутых

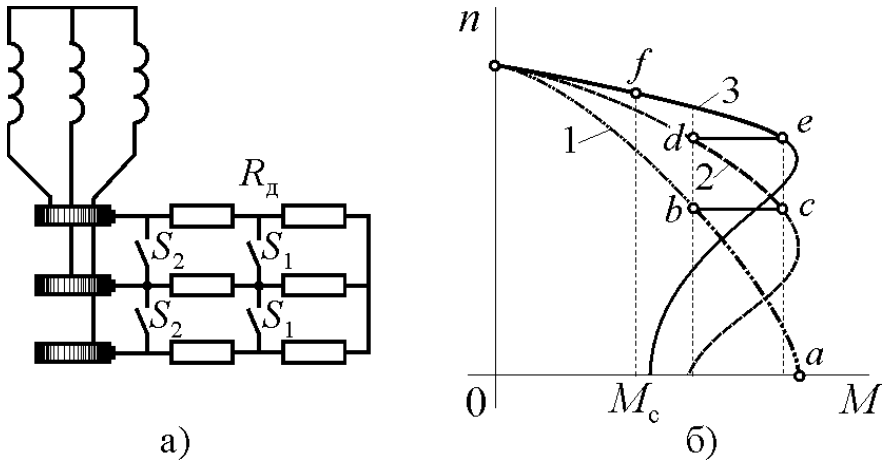


Рис. 10.19

контактах ключей S_1 и S_2. Величина добавочного сопротивления при этом максимальна и двигатель развивает момент, соответствующий точке *a* на механической характеристике *1* рис. 10.19, *б*. По мере увеличения скорости вращения рабочая точка перемещается по характеристике *1* и при моменте, соответствующем точке *b*, контакты S_1 замыкаются, шунтируя часть добавочного сопротивления. При новом значении добавочного сопротивления механическая характеристика двигателя соответствует кривой *2*, поэтому рабочая точка скачком перемещается в точку *c* на этой характеристике и двигатель продолжает разгон до тех пор, пока в точке *d* не произойдёт замыкание контактов S_2. Контакты S_2 полностью шунтируют добавочное сопротивление, замыкая обмотки ротора накоротко. Двигатель переходит в точку *e* на естественной механической характеристике *3* и разгоняется по ней до рабочей точки *f* соответствующей моменту нагрузки на валу M_c.

Двигатели с фазным ротором позволяют произвести пуск с ограничением тока и с максимальным пусковым моментом. Однако при этом происходят значительные потери энергии в добавочном сопротивлении. Кроме того, эти двигатели существенно дороже двигателей с короткозамкнутым ротором. Поэтому их используют только при наличии достаточных оснований. В последнее время область их применения значительно сократилась в связи широким распространением полупроводниковых устройств «мягкого» пуска, позволяющих реализовать оптимальные режимы в приводе с короткозамкнутым двигателем.

Вопросы для самопроверки

1. Какие проблемы могут возникать при пуске асинхронного двигателя?
2. Что такое вытеснение тока в стержнях «беличьей клетки»?
3. Как используется явление вытеснения тока для улучшения пусковых свойств двигателей?
4. Чем отличаются глубокопазные двигатели от двигателей с двойной «беличьей клеткой»?

5. Почему пусковой момент двигателей с двойной «беличьей клеткой» выше пускового момента глубокопазных двигателей?
6. Какие двигатели можно запускать прямым включением в сеть?
7. Какой принцип используется при пуске двигателей с фазным ротором?
8. Как реализуется пуск двигателей с фазным ротором?

10.10. Регулирование скорости вращения

Возможность регулирования скорости вращения двигателей является важнейшим требованием современных технологических процессов. Это связано со снижением энергопотребления и с повышением качества продукции, которого часто невозможно достичь в процессах с нерегулируемыми параметрами движения (положением, скоростью вращения, угловым и/или линейным ускорением). Асинхронные двигатели в сочетании с современной аппаратурой управления удовлетворяют большинству требований, предъявляемых не только к приводам высокотехнологичного оборудования, но и к простым установкам, в которых достаточно сформировать один-два режима с постоянной скоростью вращения.

Из уравнения механической характеристики (10.25) следует, что при заданном моменте на валу скоростью вращения, т.е. скольжением *s*, можно управлять изменением числа пар магнитных полюсов *p*, напряжения U_1, частоты ω_1 и, у двигателей с фазным ротором, изменением сопротивления цепи ротора R_2.

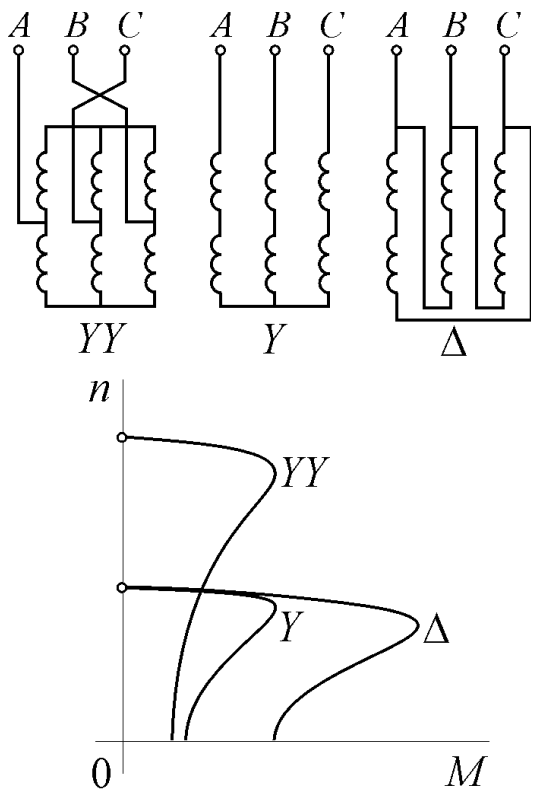


Рис. 10.20

10.10.1. Регулирование изменением числа пар полюсов

Этот способ является самым простым и эффективным способом получения нескольких фиксированных значений скорости вращения. Для этого начала и концы катушечных групп фазных обмоток выводятся на клеммы щитка двигателя и при переключении схемы их соединения изменяется число пар полюсов магнитного поля.

На рис. 10.20 показаны возможные схемы соединения обмоток двухскоростного двигателя и получаемые механические характеристики. При переключении обмоток с двойной звезды *YY* на одинарную *Y* скорость вращения уменьшается вдвое с сохранением величины максимального момента. Если

обмотки при переключении соединяются треугольником Δ, то максимальный момент возрастает приблизительно вдвое и сохраняется постоянным произведение максимального момента на скорость вращения, т.е. мощность. Поэтому схема переключения *YY*/*Y* называется схемой переключения с постоянным моментом, а схема *YY*/Δ – схемой переключения с постоянной мощностью.

Кроме двухскоростных двигателей изготавливаются также трёх и четырёхскоростные. Для получения трёх и четырёх ступеней требуется более сложная обмотка. Эти двигатели при той же мощности имеют худшие массогабаритные показатели и большую стоимость. Дискретность регулирования является недостатком этого способа, однако для целого ряда задач плавное регулирование не требуется и в этом случае он может быть оптимальным техническим решением. Например, переключение обмоток двигателя часто используется в приводе станков для уменьшения числа ступеней и упрощения механической передачи; в приводах вентиляторов и насосов для управления их производительностью; в подъёмно-транспортном оборудовании.

10.10.2. Регулирование понижением напряжения питания

Обычно этот способ реализуется с помощью полупроводниковых импульсных регуляторов напряжения (РН на рис. 10.21, *а*). При уменьшении напряжения уменьшается максимальный момент двигателя с сохранением значения критического скольжения (рис. 10.21, *б*). В случае постоянного момента нагрузки на валу двигателя M_c скорость при этом будет также уменьшаться

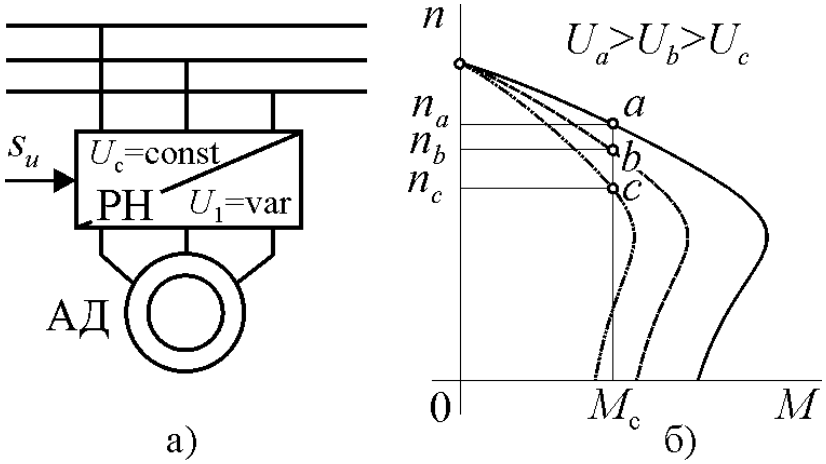


Рис. 10.21

Недостатками этого способа управления являются: 1) уменьшение перегрузочной способности двигателя при снижении напряжения вплоть до возможного «опрокидывания»; 2) сильно ограниченный диапазон регулирования $0 < s < s_{кр}$, вследствие чего его применяют с двигателями специального исполнения с повышенным критическим скольжением; 3) значительные тепловые потери в роторе вследствие больших значений скольжения. Всё это делает способ регулирования понижением напряжения малоэффективным при длительном режиме работы, но для кратковременного снижения скорости машин малой мощности он может применяться.

10.10.3. Регулирование изменением сопротивления цепи ротора

Иначе этот способ называется реостатным регулированием и применяется только для двигателей с фазным ротором. Увеличение добавочных сопротивлений $R_д$, включённых в цепи фазных обмоток ротора (рис. 10.22, *а*), приводит к увеличению критического скольжения при сохранении максимального момента развиваемого двигателем (рис. 10.22, *б*). В результате скорость вращения двигателя уменьшается.

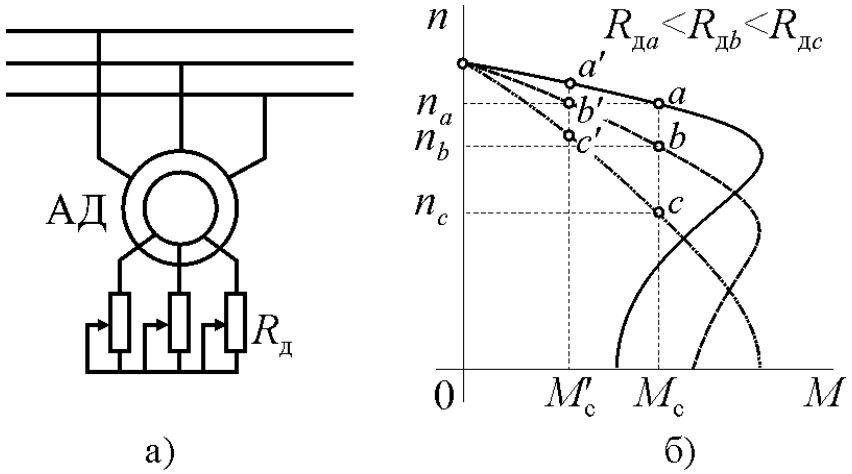


Рис. 10.22

Этот способ связан с большими тепловыми потерями в реостатах $R_д$, поэтому не может применяться при длительной работе. Кроме того, с уменьшением скорости уменьшается жёсткость механических характеристик.

Недостатком реостатного регулирования является также зависимость диапазона регулирования от величины нагрузочного момента. С уменьшением нагрузки на валу диапазон уменьшается (рис. 10.22, *б*) так, что при режимах близких к холостому ходу регулирование скорости становится практически невозможным.

10.10.4. Регулирование изменением частоты питания (частотное регулирование)

В настоящее время этот способ является самым распространённым. Он обеспечивает выполнение требований предъявляемых к подавляющему большинству приводов высокого и среднего качества в диапазоне мощностей от десятков ватт до десятков мегаватт.

Частотное регулирование реализуется с помощью полупроводниковых преобразователей частоты (ПЧ на рис. 10.23, *а*), имеющих два канала управления частотой s_f и амплитудой выходного напряжения s_u. Это необходимо для того, чтобы обеспечить стабилизацию магнитного потока в двигателе, т.к. он прямо пропорционален величине напряжения питания и обратно пропорционален частоте. Поэтому при изменении частоты обязательно нужно пропорционально изменять также напряжение питания.

Закон частотного управления, при котором соблюдается постоянное соотношение между напряжением и частотой $U/f = \text{const}$ является наиболее распространённым. Однако по мере уменьшения частоты уменьшается также

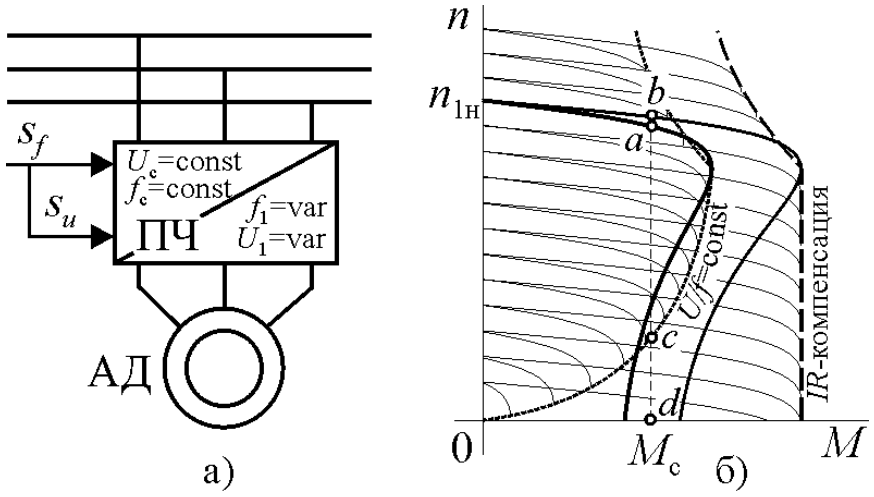


Рис. 10.23

максимальный момент двигателя (рис. 10.23, *б*). Это связано с увеличением падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора R_1 и, как следствие, с уменьшением магнитного потока. Уменьшение момента ограничивает диапазон регулирования скорости вращения, т.к. при этом уменьшается перегрузочная способность двигателя и возникает опасность его «опрокидывания».

Для исключения этого явления нужно изменять напряжение несколько в иной пропорции так, чтобы компенсировать падение напряжения $R_1\underline{I}_1$. Это называется *IR*-компенсацией. Использование режима компенсации увеличивает максимальный момент на 15…20% и сохраняет его неизменным, обеспечивая значительное расширение диапазона регулирования скорости вращения (рис. 10.23, *б*).

Частотное регулирование позволяет плавно менять скорость вращения от нулевой до номинальной $n_{1н}$. Однако, если двигатель по условиям эксплуатации допускает увеличение скорости выше этого значения, то преобразователи частоты обеспечивают и такой режим работы. При этом напряжение поддерживается постоянным и равным номинальному значению, т.к. его увеличение невозможно из-за перегрузки изоляции. Вследствие этого в области скоростей вращения выше номинальной магнитный поток и максимальный момент уменьшаются обратно пропорционально увеличению частоты (рис. 10.23, *б*), а располагаемая мощность двигателя сохраняется на уровне номинальной.

Современные преобразователи контролируют тепловой режим двигателя, не допуская его перегрева. Однако для длительной работы при низких скоростях вращения необходимо использовать двигатели с принудительной вентиляцией.

Массогабаритные показатели и стоимость преобразователей частоты соизмеримы с двигателями, поэтому асинхронный привод с частотным управлением в настоящее время получил широкое распространение.

Вопросы для самопроверки

1. Как реализуется изменение скорости вращения переключением схемы соединения обмоток?

2. Укажите достоинства и недостатки регулирования скорости вращения изменением напряжения питания.
3. Укажите достоинства и недостатки регулирования скорости вращения изменением сопротивления в цепи ротора.
4. Почему при частотном управлении ниже номинальной скорости вращения нужно одновременно регулировать частоту и напряжение питания?
5. Почему при частотном управлении выше номинальной скорости вращения нужно сохранять напряжение питания номинальным?
6. Почему при частотном управлении по закону $U/f = \text{const}$ с уменьшением частоты уменьшается максимальный момент?
7. Как можно сохранить перегрузочную способность двигателя при частотном управлении?
8. Укажите достоинства и недостатки частотного регулирования скорости вращения.

10.11. Однофазные и двухфазные асинхронные двигатели

10.11.1. Однофазные двигатели.

В тех случаях, когда мощность механизма приводимого в движение невелика или когда у пользователя нет трёхфазного источника питания используют асинхронные однофазные двигатели. Обычно их мощность не превышает 3…5 кВт и основной областью применения является бытовая аппаратура и электроинструмент.

Статор двигателя имеет однофазную обмотку, а ротор короткозамкнутую обмотку типа «беличья клетка», аналогичную обмотке трёхфазных двигателей.

Однофазный ток статора создаёт пульсирующее магнитное поле, которое можно представить суммой двух круговых полей вращающихся в противоположные стороны. Для вращающих моментов M_+ и M_-, создаваемых каждым полем, можно построить механические характеристики $n(M_+)$, $n(M_-)$ и получить результирующую механическую характеристику $n(M)$, суммируя абсциссы точек характеристик отдельных моментов (рис. 10.24, *а*).

При неподвижном роторе поля прямого и обратного вращения создают одинаковые вращающие моменты, действующие в противоположные стороны, поэтому пусковой момент однофазного двигателя равен нулю и самостоятельно такой двигатель запуститься не может. Механическая характеристика его симметрична относительно начала координат и, будучи приведённым во вращение в любом направлении, он работает одинаково.

Для создания пускового момента нужно усилить поле прямого вращения и ослабить поле обратного вращения. Это делается с помощью обмотки, подключаемой к сети во время пуска и называемой пусковой (*ПО* на рис. 10.24, *б*). Пусковая обмотка расположена на статоре и смещена относительно рабо-

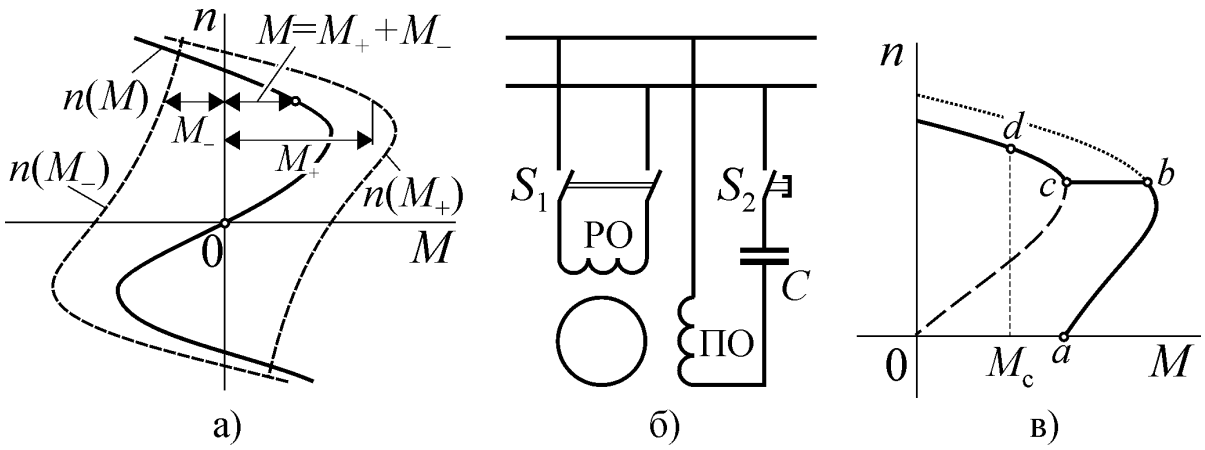


Рис. 10.24

чей *РО* на угол 90°. Фазовый сдвиг тока пусковой обмотки, необходимый для формирования кругового магнитного поля, получают включением последовательно с ней пускового конденсатора *С*.

После включения рабочей обмотки к сети подключают пусковую. При этом в двигателе создаётся магнитное поле близкое к круговому, и он начинает разгон с пусковым моментом, соответствующим точке *а* рис. 10.24, *в*. В точке *b* оператором или сигналом какого-либо автоматического устройства (реле времени, токового реле, центробежного выключателя и т.п.) пусковая отмотка отключается, и двигатель переходит в режим работы с пульсирующим полем, создаваемым рабочей обмоткой.

Более простая конструкция у однофазных двигателей с экранированными (расщеплёнными) полюсами (рис. 10.25). Они имеют на статоре явно выраженные полюсы *1*, на которых расположена обмотка *2*. Часть каждого полюсного наконечника охвачена (экранирована) короткозамкнутым витком *3*, уложенным в паз. Ток статора создаёт в экранированной и неэкранированной частях полюсов переменные магнитные потоки. Поток, проходящий через экранированную часть, наводит в витке ЭДС и в нём возникает ток, возбуждающий собственный магнитный поток. Магнитный поток короткозамкнутого витка сдвигает фазу потока в экранированной части полюса. В результате под полюсом образуются два магнитных потока, смещённых по фазе друг относительно друга и сдвинутых в пространстве. Смещение этих потоков в пространстве и по фазе недостаточно для формирования кругового магнитного поля, тем не ме-

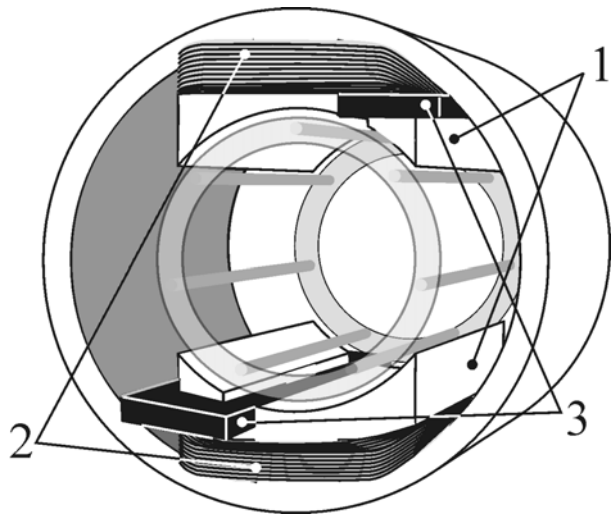


Рис. 10.25

нее, в двигателе создаётся момент $M_{\text{п}} = 0,2\ldots0,5M_{\text{ном}}$, достаточный для пуска двигателя вхолостую.

Коэффициент мощности и КПД двигателей с экранированными полюсами крайне низкие, поэтому они выпускаются на мощности до нескольких десятков ватт. Низкие энергетические показатели характерны вообще для всех однофазных двигателей. Кроме того, они в 1,5…2,0 раза больше по массе и габаритам, чем трёхфазные двигатели той же мощности.

10.11.2. Двухфазные двигатели.

Двухфазные асинхронные двигатели относятся к классу исполнительных двигателей, предназначенных для работы в системах автоматического управления. Поэтому к ним предъявляются особые требования: 1) устойчивая работа во всём диапазоне скоростей вращения; 2) широкий диапазон регулирования скорости; 3) близкие к линейным механические характеристики; 4) большое значение пускового момента; 5) малая мощность управления; 6) высокое быстродействие; 7) высокая надёжность; 8) малые габариты и вес. Энергетические характеристики для исполнительных двигателей не имеют столь существенного значения, как для двигателей общего применения, т.к. мощность их обычно не более 500 ватт.

Двухфазные двигатели имеют на статоре две обмотки, оси которых смещены в пространстве на 90°. При питании обмоток токами одинаковой амплитуды и сдвинутыми по фазе относительно друг друга на 90° в двигателе возбуждается круговое магнитное поле. Любая асимметрия питания обмоток в виде разных амплитуд и/или фазового смещения на угол, отличающийся от 90°, приводит к искажению магнитного поля, и оно становится эллиптическим, т.е. появляется магнитное поле с обратным направлением вращения, изменяющее развиваемый двигателем вращающий момент. Таким образом, путём регулирования амплитуды и/или фазового сдвига тока одной из обмоток можно сформировать в двигателе магнитное поле от кругового до пульсирующего и получить вращающий момент от максимального до нулевого.

Ротор двигателя представляет собой полый цилиндр из алюминиевого сплава, имеющий очень малый момент инерции и большое активное сопротивление. Малый момент инерции позволяет получить высокое быстродействие, а за счёт большого активного сопротивления ротора обеспечивается высокая линейность механических характеристик, т.к. при этом критическое скольжение составляет величину порядка 4,0…5,0 и двигатель работает на участке механической характеристики близком к режиму холостого хода, где нелинейность её минимальна.

Двухфазные двигатели питаются, как правило, от однофазной сети (рис. 10.26). Одна из обмоток, называемая обмоткой возбуждения *ОВ*, подключается к сети непосредственно, а вторая, называемая обмоткой управления *ОУ*, через регулирующее устройство. На рис. 10.26, *а* показана схема включения двигателя при амплитудном управлении. Фазосдвигающее устройство *ФСУ*

создаёт на входе регулятора напряжения в виде потенциометра фазовый сдвиг в 90°. Изменением положения движка потенциометра напряжение обмотки управления можно изменять от нуля до напряжения питания обмотки возбуждения. Обычно для анализа процессов при амплитудном управлении используют понятие коэффициента сигнала $0 \le \alpha = U_{\text{оу}} / U_{\text{ов}} \le 1{,}0$, где $U_{\text{оу}}$, $U_{\text{ов}}$ – напряжения обмотки управления и обмотки возбуждения. При $\alpha = 0$ магнитное поле в двигателе будет пульсирующим, а при $\alpha = 1$ – круговым.

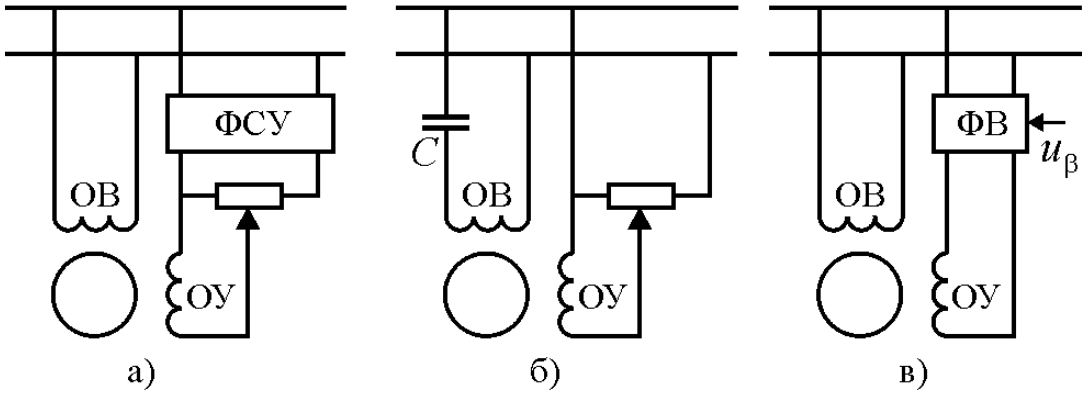


Рис. 10.26

На рис. 10.26, *в* показана схема включения двигателя при фазовом управлении. Здесь обмотка управления подключена к сети через фазовращатель *ФВ*, управляемый сигналом u_β. Фазовое смещение напряжения на выходе фазовращателя может изменяться от нуля до 90°, изменяя характер магнитного поля от пульсирующего до кругового. При анализе процессов в двигателе с фазовым управлением в качестве коэффициента сигнала используют $\sin\beta$, где β – угол сдвига фаз между напряжениями обмоток возбуждения и управления. При $\sin\beta = 0$ магнитное поле в двигателе будет пульсирующим, а при $\sin\beta = 1$ – круговым.

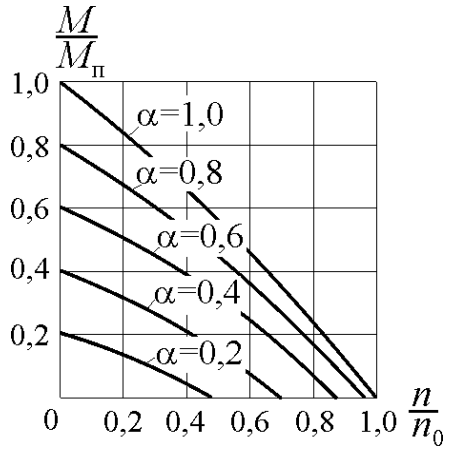


Рис. 10.27

Фазосдвигающее устройство и фазовращатель являются довольно сложными элементами системы управления двигателем. Часто задачу фазового смещения решают простым включением конденсатора в цепь обмотки возбуждения (рис. 10.26, *б*). В этом случае при изменении напряжения обмотки управления и нагрузки двигателя меняется также фазовый сдвиг между напряжениями обмоток. Такое управление называется амплитудно-фазовым.

Из трёх рассмотренных способов наилучшие характеристики обеспечивает фазо-

вое управление. Однако из-за сложности реализации оно практически не применяется. Из двух других способов лучшим является амплитудное управление, реализуемое выпускаемыми промышленностью усилителями. Типичные механические характеристики в относительных единицах для амплитудного способа показаны на рис. 10.27. Они имеют хорошую линейность и двигатель при амплитудном управлении удовлетворяет большинству требований к подобным устройствам.

Вопросы для самопроверки

1. Как устроен однофазный асинхронный двигатель?
2. Какое магнитное поле формируется в однофазном двигателе?
3. Как создаётся вращающий момент в однофазном двигателе?
4. Как запускается однофазный двигатель?
5. Как устроен двигатель с экранированными (расщеплёнными) полюсами?
6. Укажите достоинства, недостатки и область применению однофазных двигателей.
7. Укажите требования, предъявляемые к исполнительным двигателям?
8. Как устроен двухфазный исполнительный двигатель?
9. Какие существуют способы управления двухфазными исполнительными двигателями?
10. Какой вид имеют механические характеристики двухфазного исполнительного двигателя при амплитудном управлении?

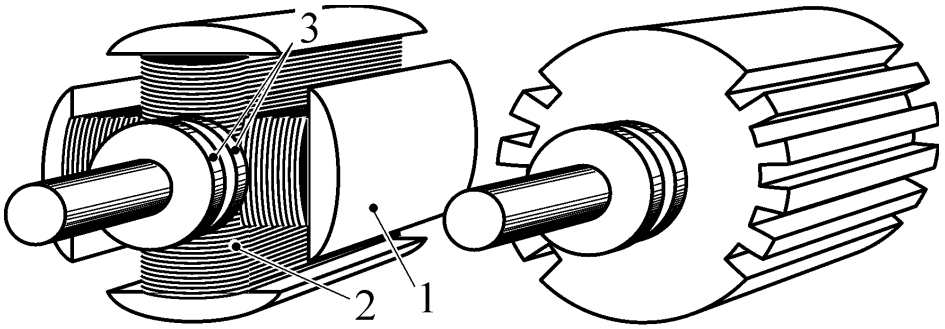
11. Синхронные машины

Синхронными называются бесколлекторные электрические машины переменного тока, у которых скорость вращения ротора равна скорости вращения магнитного поля, т.е. поле и ротор вращаются синхронно. Синхронные машины, в отличие от асинхронных, преимущественно представлены в классе генераторов. Практически вся электрическая энергия промышленным способом вырабатывается с помощью синхронных генераторов. Они также очень часто используются в автономных источниках питания переменного тока. Синхронные двигатели используются там, где требуется строго постоянная скорость вращения. Как правило, это мощные приводы в металлургической и горнодобывающей промышленности, приводы насосов и компрессоров магистральных нефте- и газопроводов. Однако в последнее время в сочетании с полупроводниковыми преобразователями частоты они успешно применяются в высококачественных приборных приводах малой и средней мощности с широким диапазоном регулирования скорости вращения.

Очень важным свойством синхронных машин является их способность работать при токе, опережающем по фазе напряжение, т.е. генерировать реактивную мощность, компенсируя её потребление другими машинами и установками, питающимися от той же сети.

11.1. Устройство и принцип действия

Статор синхронной машины аналогичен по устройству статору асинхронного двигателя. Ротор представляет собой электромагнит постоянного тока. Он может иметь явно выраженные полюсы (рис. 11.1, *а*) или неявно выраженные (рис. 11.1, *б*). Ротор с явно выраженными полюсами используют в тихоходных машинах, а с неявно выраженными – в быстроходных, т.к. при больших скоростях вращения трудно обеспечить достаточную прочность явнополюсной конструкции и, кроме того, она создаёт большие вентиляционные потери. На полюсы *1* устанавливают катушки обмотки *2*, которая через контактные кольца *3* и скользящие по ним щётки* подключается к источнику постоянного тока. Протекающий в обмотке ток возбуждает магнитное поле ротора, поэтому эта обмотка называется *обмоткой возбуждения*. В неявнополюсных роторах обмотку возбуждения укладывают в пазы сердечника** аналогично обмотке фазных роторов асинхронных двигателей.



а) б)

Рис. 11.1

При подключении обмотки возбуждения к источнику питания и вращении ротора с угловой частотой Ω его магнитный поток пересекает проводники обмотки статора и наводит в них синусоидальную ЭДС с действующим значением $E_0 = 4,44\,p\Omega k_{об} w\Phi_{0m}$, где p – число пар полюсов магнитного поля; $k_{об}$ – обмоточный коэффициент; w – число витков фазной обмотки; $\underline{\Phi}_{0m}$ – амплитуда магнитного потока ротора. Фазные обмотки смещены по отношению к друг другу на 120°, поэтому наводимые ЭДС образуют симметричную трёхфазную систему.

Изменением тока обмотки возбуждения можно регулировать амплитуду магнитного потока ротора $\underline{\Phi}_{0m}$ и индуцируемую им ЭДС. Зависимость ЭДС от величины тока возбуждения при номинальной частоте вращения ротора $E_0 = f(I_в)$ называется *характеристикой холостого хода* (рис. 11.2). При постоянной скорости вращения ЭДС E_0 линейно зависит от величины магнитного потока Φ_0, поэтому характеристика холостого хода подобна кривой намагничивания машины $\Phi_0 = f(I_в)$. Касательная к кривой $\Phi_0 = f(I_в)$ в

* На рисунке 11.1 щётки не показаны

** На рисунке 11.1, *б* обмотка не показана

точке начала координат представляет собой зависимость величины потока Φ_0 от тока I_δ, необходимого для проведения этого потока через зазор – $\Phi_0 = f(I_\delta)$. Отрезок *bc*, равный разности абсцисс кривой намагничивания $\Phi_0 = f(I_в)$ и касательной $\Phi_0 = f(I_\delta)$, соответствует току (МДС), необходимому для проведения потока Φ_0 по ферромагнитным участкам магнитной цепи машины. На начальном участке кривой намагничивания магнитопровод ненасыщен и весь ток (МДС) расходуется на проведение потока через зазор. По мере насыщения всё большая часть тока требуется для проведения потока через магнитопровод. Степень насыщения машины характеризуется отношением

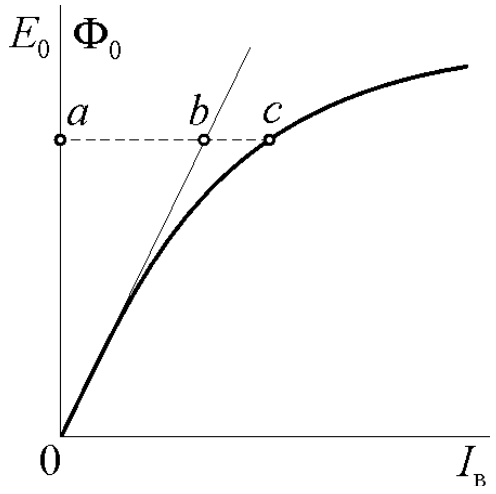


Рис. 11.2

$$k_н = ac / ab,$$

называемым *коэффициентом насыщения*. Обычно этот коэффициент находится в пределах $k_н = 1,2 \ldots 1,4$.

В современных машинах малой и средней мощности магнитное поле ротора часто возбуждается постоянными магнитами. Такой способ возбуждения, в отличие от электромагнитного, называют *магнитоэлектрическим возбуждением*.

При подключении статора синхронной машины к сети в нём возбуждается круговое магнитное поле, вращающееся с угловой частотой $\Omega_1 = \omega_1 / p$. Предположим, что ротор каким-либо способом разогнан до этой частоты вращения. Тогда магнитные полюсы полей статора и ротора совместятся и

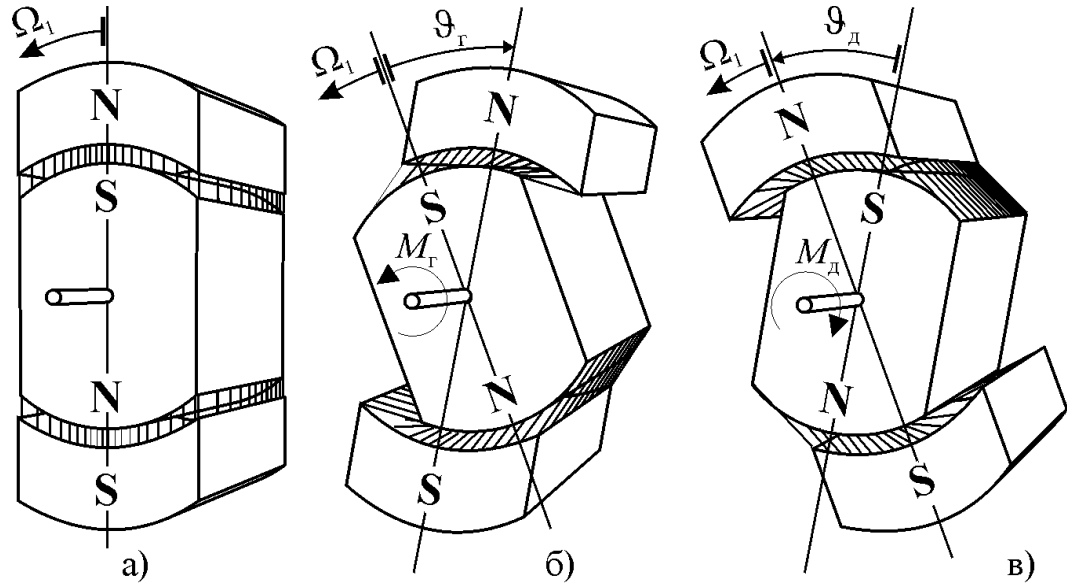


Рис. 11.3

будут вращаться синхронно (рис. 11.3, *а*). Если к ротору приложить вращающий момент $M_г$, действующий в направлении вращения, то между осями магнитных полей возникнет рассогласование $\vartheta_г$ (рис. 11.3, *б*). Изменится фаза ЭДС, наводимой полем ротора в обмотках статора, что приведёт к изменению фазных токов и к появлению вращающего момента, препятствующего рассогласованию, т.е. тормозного момента. Если действующий на ротор внешний вращающий момент сохраняет свою величину, то он будет уравновешен тормозным моментом и ротор будет вращаться с постоянным опережающим смещением $\vartheta_г$. При этом механическая энергия внешнего двигателя, вращающего ротор, будет преобразовываться в электрическую и передаваться в сеть, питающую фазные обмотки.

В случае действия на ротор тормозного момента $M_д$ картина изменится на противоположную. Поле ротора сместится на угол $\vartheta_д$ в сторону запаздывания (рис. 11.3, *в*) и фазные токи будут создавать момент, разгоняющий ротор. При этом статор будет потреблять из питающей сети мощность, необходимую для уравновешивания тормозного момента, действующего на ротор, т.е. синхронная машина будет работать в режиме двигателя.

Таким образом, переход от режима генератора к режиму двигателя в синхронной машине происходит при неизменной скорости вращения в зависимости от характера воздействия на её вал. При этом вращающий момент, создаваемый токами статора, можно рассматривать как результат действия сил притяжения между полюсами магнитных полей, образующих упругую связь между ротором и полем статора (рис. 11.3).

Если ротор вращается с угловой частотой $\Omega_1 = \omega_1 / p$, где $\omega_1 = 2\pi f_1$ – угловая частота сети, то магнитный поток ротора наводит в фазах статора синусоидальную ЭДС

$$e_0 = -d\Psi_0 / dt \;\Leftrightarrow\; \underline{E}_0 = -j\omega_1 \underline{\Psi}_0 \qquad (11.1)$$

В установившемся режиме эта ЭДС почти полностью уравновешивает напряжение питания $\underline{E}_0 \approx \underline{U}_1$, поэтому её называют *противо-ЭДС*.

Фазные токи обмотки статора также создают магнитное поле, вращающееся синхронно с полем ротора. Оба поля образуют единое поле машины, но при анализе электромагнитных процессов удобнее рассматривать их как отдельные поля. Поле статора называется полем реакции якоря, а его влияние на общее поле машины – *реакцией якоря*. Пренебрегая насыщением магнитопровода машины, можно выразить потокосцепление реакции якоря как $\Psi_a = L_a i_1$, где $L_a \approx \text{const}$ – индуктивность потока реакции якоря. Тогда ЭДС, наводимая этим потоком в обмотке статора будет равна

$$e_a = -d\Psi_a / dt = -L_a\, di_1 / dt \Leftrightarrow \underline{E}_a = -j\omega_1 L_a \underline{I}_1 = -jX_a \underline{I}_1 . \qquad (11.2)$$

Помимо поля реакции якоря фазные токи создают потоки рассеяния, сцепляющиеся с каждой из обмоток и наводящие в них ЭДС

$$e_\sigma = -d\Psi_\sigma / dt = -L_\sigma\, di_1/dt \Leftrightarrow \underline{E}_\sigma = -j\omega_1 L_\sigma \underline{I}_1 = -jX_\sigma \underline{I}_1. \qquad (11.3)$$

Рассмотрим влияние реакции якоря на магнитный поток машины на примере автономного синхронного генератора, работающего на различные виды нагрузки – *L*, *RL*, *R*, *RC* и *C* (рис. 11.4). Для этого используем представление магнитных потоков, тока статора i_1 и ЭДС потока ротора e_0 в комплексной форме. Чтобы излишне не усложнять анализ пренебрежём потерями энергии в обмотке статора и потоком рассеяния.

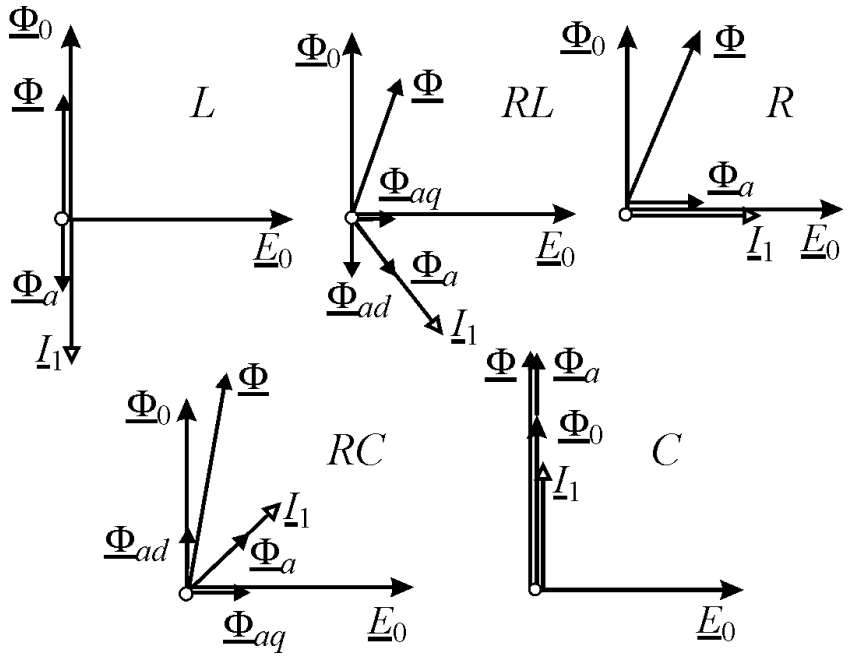


Рис. 11.4

При индуктивной нагрузке ток статора $\underline{I}_1$ отстаёт по фазе от ЭДС $\underline{E}_0$ на 90° и поток реакции якоря $\underline{\Phi}_a = L_a \underline{I}_1$ направлен встречно по отношению к потоку ротора $\underline{\Phi}_0$. Поэтому он уменьшает общий поток $\underline{\Phi} = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_a$, размагничивая машину.

В случае активно-индуктивной нагрузки поток реакции якоря можно представить проекциями на ось потока ротора $\underline{\Phi}_0$ и на ось перпендикулярную ему. Первая составляющая потока реакции $\underline{\Phi}_{ad}$ называется продольной, а вторая $\underline{\Phi}_{aq}$ – поперечной. Продольная составляющая направлена встречно потоку ротора и размагничивает машину, а поперечная смещает результирующий поток, искажая поле. Оно ослабляется под одним краем полюса и усиливается под другим, однако усиление поля вследствие насыщения магнитопровода не компенсирует его ослабления и в целом за счёт искажения поток также уменьшается.

При чисто активной нагрузки магнитное поле машины смещается и, в конечном счете, ослабляется за счёт искажения.

При активно-ёмкостной нагрузке магнитное поле усиливается продольной составляющей потока реакции якоря $\underline{\Phi}_{ad}$, совпадающей по направлению с потоком ротора, и ослабляется за счёт смещения, вызванного действием поперечной составляющей $\underline{\Phi}_{aq}$. Конечный результат влияния реакции якоря на магнитное поле в данном случае зависит от конкретных значений величин.

Чисто ёмкостная нагрузка вызывает усиление магнитного поля машины, но оно не пропорционально значению тока, т.к. этому препятствует насыщение магнитопровода.

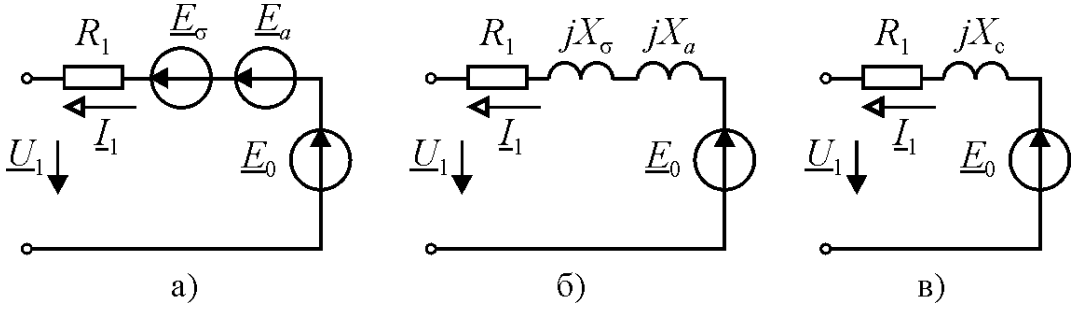
В целом реакция якоря неблагоприятно влияет на работу синхронной машины и для уменьшения этого влияния увеличивают воздушный зазор между статором и ротором.

Вопросы для самопроверки

7. Дайте определение синхронной машины?
8. Укажите области применения синхронных машин.
9. Что представляет собой ротор синхронной машины?
10. Какое магнитное возбуждается обмоткой расположенной на роторе?
11. Что такое характеристика холостого хода синхронной машины?
12. Как по характеристике холостого хода определить коэффициент насыщения?
13. Как смещены полюсы ротора синхронной машины по отношению к полюсам магнитного поля статора в режиме генератора (двигателя)?
14. Что такое противо-ЭДС ?
15. Как влияет характер нагрузки автономного синхронного генератора на магнитное поле машины?
16. Как уменьшают влияние реакции якоря в синхронной машине?

11.2. Уравнение напряжений обмотки статора и векторная диаграмма

Схему замещения фазы статора синхронной машины с учётом всех рассмотренных явлений можно представить в виде рис. 11.5, *а*. Положительное направление тока в схеме указано для режима генератора. Тогда по второму закону Кирхгофа



а) б) в)

Рис. 11.5

$$\underline{U}_1 + R_1\underline{I}_1 = \underline{E}_s + \underline{E}_a + \underline{E}_0, \qquad (11.4)$$

где R_1 – активное сопротивление фазной обмотки.

Для режима двигателя направление тока будет противоположным

$$\underline{U}_1 - R_1\underline{I}_1 = \underline{E}_s + \underline{E}_a + \underline{E}_0, \qquad (11.5)$$

С учётом (11.2) и (11.3) схему замещения и уравнения (11.4) и (11.5) можно преобразовать

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_0 \pm \left(R_1\underline{I}_1 + jX_\sigma\underline{I}_1 + jX_a\underline{I}_1\right) = \underline{E}_0 \pm \underline{I}_1\left[R_1 + j\left(X_\sigma + X_a\right)\right], \quad (11.6)$$

где положительный знак соответствует двигательному режиму работы.

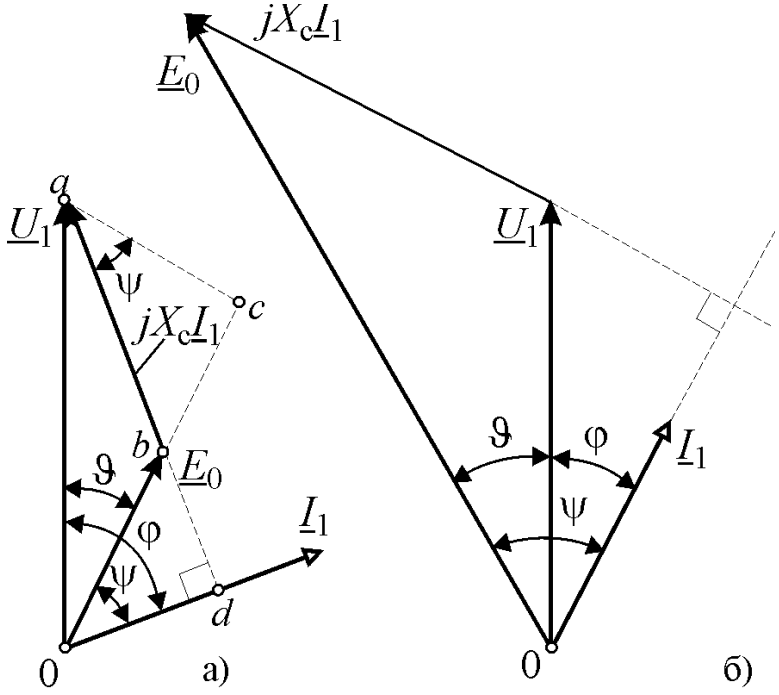


Рис.11.6

Индуктивные сопротивления рассеяния X_σ и реакции якоря X_a можно объединить $X_c = X_\sigma + X_a$. Это сопротивление называется *синхронным сопротивлением*. Обычно $R_1 \ll X_c$, поэтому уравнение (11.6) и схему замещения можно упростить

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_0 \pm jX_c\underline{I}_1. \quad (11.7)$$

Векторные диаграммы, соответствующие уравнениям (11.7), показаны на рис. 11.6.

Векторная диаграмма генераторного режима (рис. 11.6, *б*) построена для активно-индуктивной нагрузки. Ток $\underline{I}_1$ отстаёт по фазе от напряжения сети $\underline{U}_1$ на угол φ, а вектор напряжения на синхронном сопротивлении $jX_c\underline{I}_1$ опережает вектор тока на 90°. Сумма векторов $\underline{U}_1$ и $jX_c\underline{I}_1$ равна вектору ЭДС потока ротора $\underline{E}_0$. Угол ϑ между векторами $\underline{U}_1$ и $\underline{E}_0$ называется *углом нагрузки*. В генераторном режиме ЭДС $\underline{E}_0$ всегда опережает $\underline{U}_1$.

При изменении знака вращающего момента, действующего на вал синхронной машины, она переходит в двигательный режим работы. При этом меняется знак угла нагрузки. Если отсчёт угла производить от вектора ЭДС $\underline{E}_0$, то он становится положительным. Векторная диаграмма, соответствующая двигательному режиму, строится совершенно аналогично диаграмме генераторного режима (рис. 11.6, *а*.).

11.3. Работа синхронного генератора на автономную нагрузку

Синхронные генераторы часто используются как альтернативные источники питания в системах бесперебойного электроснабжения, либо как основные источники там, где отсутствует промышленная электрическая сеть.

Напряжение на выходе автономного синхронного генератора сильно зависит от величины и характера подключённой нагрузки.

Зависимость $U(I)$ при постоянной скорости вращения ротора, токе обмотки возбуждения и коэффициенте мощности нагрузки называется *внешней характеристикой* генератора.

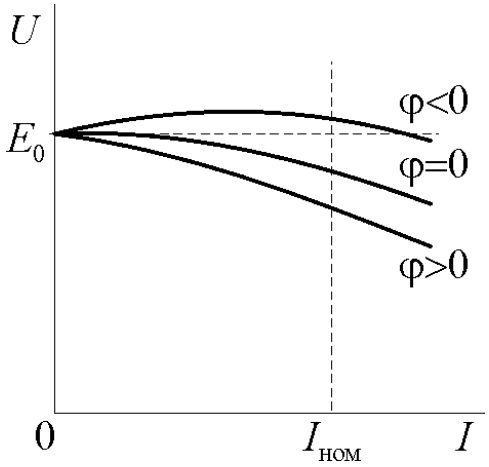


Рис. 11.7

При активной ($\varphi = 0$) и активно-индуктивной нагрузке ($\varphi > 0$) напряжение генератора с увеличением тока быстро уменьшается. Это связано с размагничивающим действием реакции якоря. При активно-ёмкостной нагрузке ($\varphi < 0$) напряжение может даже возрастать, что объясняется намагничивающим действием реакции якоря.

Выходное напряжение автономного генератора можно регулировать или стабилизировать путём управления током возбуждения. На практике это часто делают с помощью импульсного релейного регулятора, подключающего обмотку возбуждения к источнику питания при снижении напряжения ниже заданного уровня и отключающего её при превышении этого уровня.

Вопросы для самопроверки

1. Почему в уравнении электрического состояния статора синхронной машины индуктивные сопротивления рассеяния и реакции якоря можно объединить в суммарное синхронное индуктивное сопротивление?
2. Что такое внешняя характеристика синхронного генератора?
3. Чем объясняется увеличение (уменьшение) напряжения при увеличении тока на выходе генератора при активно-ёмкостной (активно-индуктивной) нагрузке?
4. Как можно стабилизировать выходное напряжение автономного синхронного генератора?

11.4. Мощность и вращающий момент синхронной машины

Активная мощность, потребляемая синхронной машиной из сети равна $P_1 = mU_1 I_1 \cos\varphi$, где m – число фаз статора. Из векторной диаграммы рис. 11.6, *а* следует, что $U_1 \cos\varphi = E_0 \cos\psi = m_u \cdot ad$, где m_u – масштабный коэффициент. Отсюда $P_1 = mE_0 I_1 \cos\psi$. В то же время, из прямоугольных треугольников $0ac$ и abc – $m_u \cdot ac = U_1 \sin\vartheta = X_c I_1 \cos\psi \Rightarrow I_1 \cos\psi = \dfrac{U_1 \sin\vartheta}{X_c}$.

Подставляя это выражение в формулу мощности, получим

$$P_1 = \frac{mE_0U_1}{X_c}\sin\vartheta . \qquad (11.8)$$

Если пренебречь относительно малыми потерями энергии в обмотке и сердечнике статора, то вся потребляемая активная мощность будет передаваться магнитным полем из статора в ротор и преобразовываться в механическую энергию $P_1 \approx P_м = M\Omega_1 = M\omega_1 / p$. Отсюда вращающий момент, создаваемый синхронной машиной

$$M = \frac{mpE_0U_1}{\omega_1 X_c}\sin\vartheta = M_{max}\sin\vartheta . \qquad (11.9)$$

Зависимость $M(\vartheta)$ называется *угловой характеристикой* (рис. 11.8, *а*), а угол ϑ – *углом нагрузки*. Угловая характеристика представляет собой синусоиду, положительные значения которой соответствуют двигательному режиму работы машины, а отрицательные – генераторному, при условии, что угол отсчитывается от вектора ЭДС $\underline{E}_0$.

Участок синусоиды в пределах $-\pi/2 < \vartheta < \pi/2$ соответствует устойчивой работе машины. При работе на устойчивом участке увеличение тормозного момента M_c, действующего на вал машины, приводит к увеличению угла ϑ и возрастанию вращающего момента M до тех пор, пока он не станет равным тормозному. В результате устанавливается новое равновесное состояние $M = M_c$ с новым значением угла нагрузки. На неустойчивом участке при возрастании угла нагрузки вращающий момент машины уменьшается, что приводит к ещё большему увеличению угла до тех пор, пока рабочая точка на угловой характеристике не сместится на устойчивый участок или, в худшем случае, ротор выйдет из синхронизма и остановится. Выход («выпадение») из синхронизма является аварийным режимом, поэтому приводы с синхронными двигателями проектируются таким образом, чтобы номинальный момент нагрузки не превышал половины от максимального, т.е. чтобы угол нагрузки был в пределах $-30° < \vartheta < 30°$.

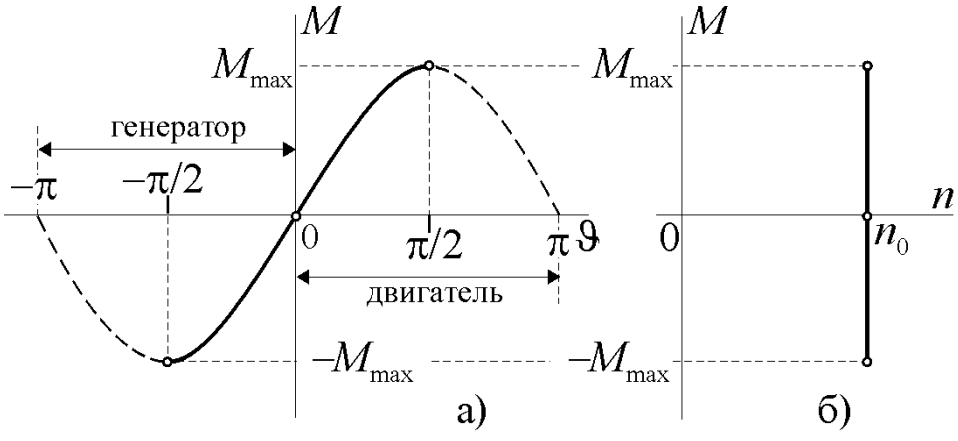


Рис. 11.8

Максимальный момент, развиваемый синхронной машиной $M_{\max} = \dfrac{mpE_0U_1}{\omega_1 X_c}$, определяет её перегрузочную способность или запас устойчивости. В отличие от асинхронного двигателя, максимальный момент которого пропорционален квадрату напряжения питания, здесь эта зависимость только в первой степени, поэтому синхронная машина гораздо более устойчива к колебаниям напряжения сети. Кроме того, максимальный момент можно несколько увеличить за счёт ЭДС E_0, если увеличить ток обмотки возбуждения.

Скорость вращения синхронной машины $n_0 = 60 f_1 / p$ не зависит от нагрузки и режима работы и определяется только частотой сети f_1. Поэтому механическая характеристика представляет собой отрезок прямой линии, параллельный оси момента (рис. 11.8, *б*). Он ограничен в двигательном и генераторном режимах максимальным моментом $M_{\max}$. Механическая характеристика синхронной машины не имеет точки пересечения с осью вращающего момента. Это означает, что при неподвижном роторе синхронный двигатель не развивает пускового момента и поэтому самостоятельно прийти во вращение не может.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое угловая характеристика синхронной машины?
2. Укажите диапазон углов нагрузки соответствующий устойчивой работе синхронной машины с возбуждённым ротором.
3. Как можно воздействовать на величину максимального момента синхронной машины?
4. Что представляет собой механическая характеристика синхронной машины и как она связана с угловой характеристикой?
5. Каким должен быть нагрузочный момент синхронного двигателя, чтобы исключить выход из синхронизма?
6. Почему синхронный двигатель менее чувствителен к колебаниям напряжения сети?

11.5. Пуск синхронного двигателя

Невозможность запуска синхронного двигателя собственным вращающим моментом объясняется тем, что в асинхронном режиме, т.е. когда ротор и магнитное поле статора вращаются с разными скоростями, вращающий момент двигателя является синусоидальной функцией времени $\vartheta = s\omega_1 t \Rightarrow M = M_{\max}\sin(s\omega_1 t)$. За время положительной полуволны двигатель создаёт момент, разгоняющий ротор, а за время отрицательной – равный ему тормозной момент. Поэтому, если момент инерции ротора и присоединённых к нему вращающихся масс не позволяет разогнать ротор до синхронной скорости в течение положительной полуволны вращающего момента, то пуск не произойдёт. Для создания условий синхронизации необходимо уве-

личить длительность положительной полуволны момента, чтобы ротор успел разогнаться и войти в синхронизм. Это можно сделать либо понизив частоту вращения магнитного поля ω_1, либо разогнав ротор до скорости близкой к синхронной ($s \to 0$). Первый вариант соответствует запуску двигателя при питании от преобразователя частоты, а второй – наиболее часто встречающемуся т.н. *асинхронному пуску*

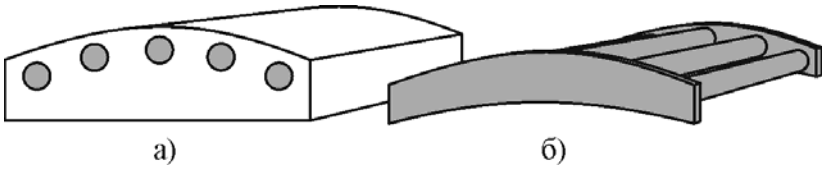


Рис. 11.9

Для асинхронного пуска в полюсные наконечники ротора (рис. 11.9, *а*) устанавливают короткозамкнутую обмотку (рис. 11.9, *б*), аналогичную обмотке асинхронного двигателя. При подключении статорной обмотки к сети двигатель разгоняется как асинхронный до скорости, отличающейся от синхронной на несколько процентов. После этого включается обмотка возбуждения и ротор входит в синхронизм. При синхронном вращении ток в короткозамкнутой обмотке равен нулю и она не оказывает никакого влияния на работу двигателя в статическом режиме. При изменении нагрузки двигателя короткозамкнутая обмотка создаёт момент, способствующий подавлению возникающих колебаний ротора.

Успешный асинхронный пуск возможен при выполнении определённых условий. Наличие тормозного момента на валу двигателя затрудняет пуск, т.к. при этом сокращается интервал времени, в течение которого двигатель разгоняет ротор, а также снижается амплитуда импульса момента, создающего ускорение. На рис. 11.10, *а* заштрихованная часть соответствует этому импульсу. Здесь хорошо видно, что увеличение момента нагрузки уменьшает энергию, сообщаемую ротору при разгоне.

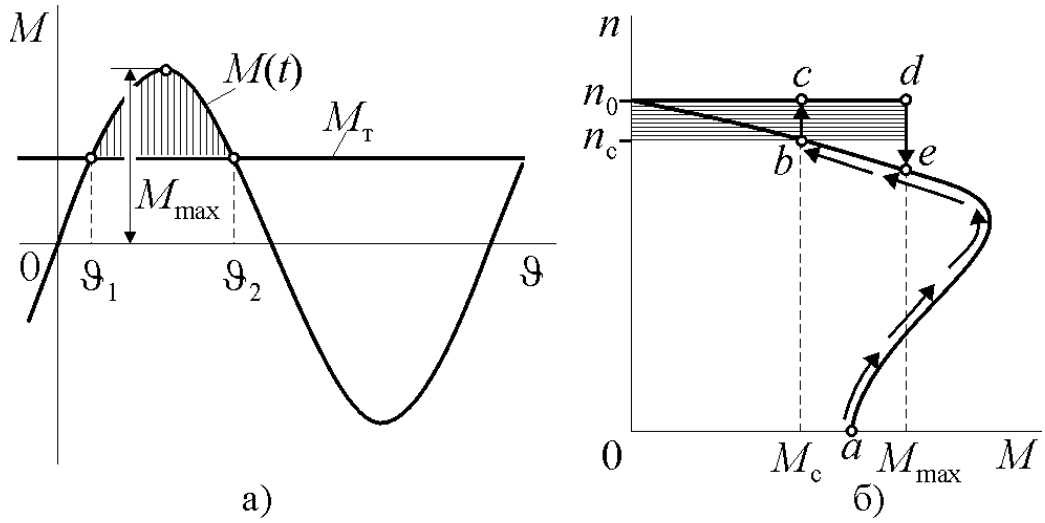


Рис. 11.10

Определить условие пуска можно из уравнения движения ротора

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_{\max}\sin\vartheta - M_{\text{т}},$$

которое умножением на $d\vartheta$ преобразуется к виду

$$-J\frac{\omega_1^2}{2p}d(s^2) = \left(M_{\max}\sin\vartheta - M_{\text{т}}\right)d\vartheta.$$

Левая часть представляет собой энергию, передаваемую ротору при элементарном изменении скольжения ds, а правая – энергию передаваемую ротору синхронизирующим моментом $(M(t) - M_{\text{т}})$ при элементарном изменении угла нагрузки $d\vartheta$. Полагая, что энергия, переданная ротору в интервале изменения угла нагрузки от ϑ_1 до ϑ_2 в точности равна энергии, необходимой для его разгона от скольжения s_{c} до вхождения в синхронизм, проинтегрируем правую часть уравнения в пределах этих углов, а левую от s_{c} до нуля.

В результате интегрирования и преобразований решения получим условие вхождения двигателя в синхронизм

$$s_{\text{c}} \le 2\mu\frac{\omega_0}{\omega_1} \qquad (11.10)$$

где $\mu = 1 - \dfrac{\pi m_{\text{т}} - m_{\text{т}}^2}{2}$; $m_{\text{т}} = M_{\text{т}}/M_{\max} < 1{,}0$ – относительное значение тормозного момента; $\omega_0 = \sqrt{pM_{\max}/J}$ – угловая частота собственных колебаний ротора, т.е. частота свободных колебаний ротора при выводе его из положения равновесия; ω_1 – угловая частота питающей сети.

Из выражения (11.10) следует, что синхронный двигатель может самостоятельно войти в синхронизм, если $s_{\text{c}} \ge 1{,}0 \Rightarrow \omega_1 < 2\mu\omega_0$. При пуске на холостом ходу ($\mu = 1$) условие самозапуска принимает вид $\omega_1 < 2\omega_0$.

В процессе пуска рабочая точка на кривой асинхронного момента пусковой короткозамкнутой обмотки по мере разгона перемещается от *a* к *b* (рис. 11.10, *б*). Точка *b* находится на границе области синхронизации $n_{\text{c}} = (1 - s_{\text{c}})n_0$ и здесь происходит быстрый, менее чем за $t_{\text{c}} \le (\pi - 2\arcsin m_{\text{т}})/(2\mu\omega_0)$, переход в синхронный режим (точка *c* рис. 11.10, *б*). Если тормозной момент $M_{\text{т}}$ будет больше асинхронного момента на границе области синхронизации M_{c}, то вхождение в синхронизм не произойдет, и двигатель будет вращаться на подсинхронной скорости. В асинхронный режим двигатель перейдёт также при увеличении тормозного момента до значения $M_{\text{т}} \ge M_{\max}$ (точка *d* рис. 11.10, *б*).

Вопросы для самопроверки

1. Почему синхронный двигатель не может самостоятельно прийти в движение?

2. Что такое асинхронный пуск синхронного двигателя?
3. От чего зависит условие вхождения двигателя в синхронизм?
4. Как влияет нагрузка на валу двигателя на условие синхронизации?
5. С помощью чего реализуется асинхронный пуск двигателя?

11.6. Регулирование коэффициента мощности

Синхронные машины с электромагнитным возбуждением обладают очень важным для электроэнергетики свойством – они позволяют регулировать реактивную мощность.

Из выражения (11.8) и последующих рассуждений следует, что при постоянной механической нагрузке на валу ($P_{\text{м}} = \text{const}$) потребляемая машиной активная мощность остаётся постоянной

$$P_1 = mU_1 I_1 \cos\varphi = \frac{mE_0 U_1}{X_{\text{c}}} \sin\vartheta \approx P_{\text{м}} = \text{const}.$$

Это означает, что при постоянном напряжении питания U_1 независимо от величины E_0 постоянной будет активная составляющая тока статора $I_{1\text{a}} = I_1 \cos\varphi = \text{const}$, а также проекция вектора противо-ЭДС $\underline{E}_0$ на ось ортогональную вектору напряжения $E_0 \sin\vartheta = \text{const}$.

Построим векторную диаграмму для режима двигателя, совместив вектор напряжения статора $\underline{U}_1$ с мнимой осью (рис. 11.11, *а*). При изменении тока возбуждения изменяется модуль вектора $\underline{E}_0$, а т.к. величина $E_0 \sin\vartheta = \text{const}$ является проекцией вектора $\underline{E}_0$ на вещественную ось, то при изменении модуля конец этого вектора скользит по прямой *ab*, параллельной мнимой оси и отстоящей от неё на величину $E_0 \sin\vartheta$. Сумма векторов $\underline{E}_0$ и $jX_{\text{c}}\underline{I}_1$ должна быть равна неизменному вектору $\underline{U}_1$. Поэтому при изменении положения вектора $\underline{E}_0$ изменяется также положение вектора падения напряжения на синхронном индуктивном сопротивлении $jX_{\text{c}}\underline{I}_1$, а значит, и положение ортогонального ему вектора тока статора $\underline{I}_1$. Но при этом активная составляющая тока $\underline{I}_1$ остаётся постоянной. В результате, при изменении ЭДС $\underline{E}_0$ конец вектора тока скользит по прямой *cd*, параллельной вещественной оси и отстоящей от неё на величину $I_1 \cos\varphi$.

При малой величине тока возбуждения (недовозбуждение) угол нагрузки ϑ' большой и ток статора отстаёт по фазе от напряжения ($\varphi' > 0$), а двигатель потребляет из сети индуктивный ток. В режиме перевозбуждения величина ЭДС E_0'' большая, что вызывает смещение вектора тока статора $\underline{I}''_1$ во второй квадрант ($\varphi'' < 0$). При этом двигатель потребляет ёмкостный ток или, что то же самое, отдаёт в сеть индуктивный ток, т.е. является источником индуктивного тока и может компенсировать его потребление другими двигателями и установками, подключёнными к той же сети. Тем самым улучшается коэф-

фициент мощности сети и снижается нагрузка на линии передачи электроэнергии, т.к. необходимую реактивную мощность её потребители получают от локального источника.

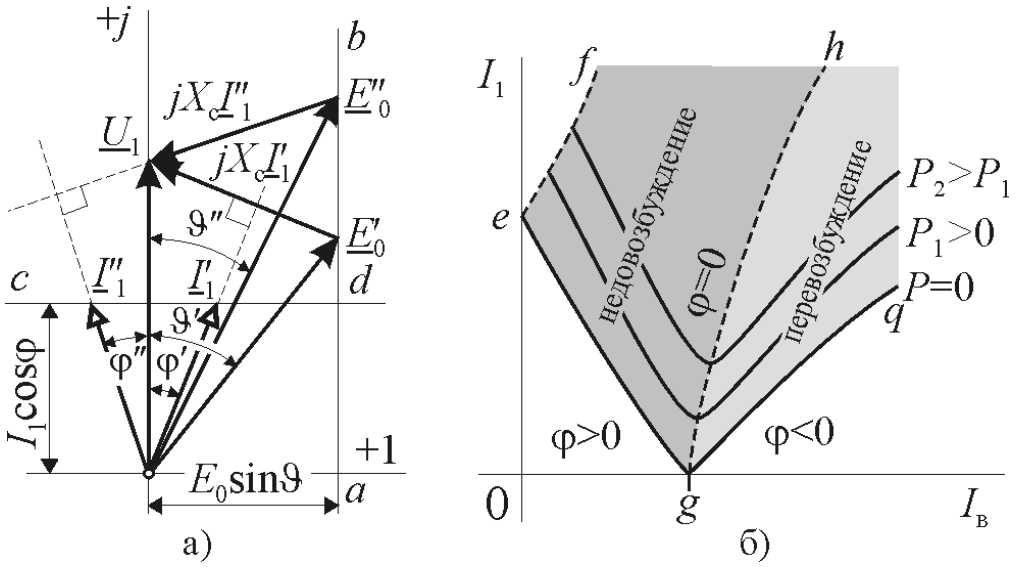


Рис. 11.11

Взаимосвязь токов возбуждения и статора физически объясняется тем, что результирующий магнитный поток в машине, создаваемый МДС обмоток возбуждения и статора, при постоянном напряжении и частоте питания остаётся практически постоянным. Постоянной должна быть и результирующая МДС, создающая этот поток. Поэтому, если МДС обмотки возбуждения недостаточна, то это компенсируется МДС обмотки статора, т.е. потреблением индуктивного тока. При перевозбуждении МДС статора должна снизить магнитный поток, т.е. размагнитить машину, что достигается потреблением из сети ёмкостного тока. В том случае, когда весь магнитный поток машины возбуждается обмоткой ротора реактивная составляющая тока статора равна нулю и машина работает с коэффициентом мощности $\cos\varphi = 1$.

Зависимость величины тока статора от тока возбуждения $I_1 = f(I_в)$ при номинальном напряжении питания и постоянной мощности по внешнему сходству называется *U*–образной характеристикой. Её минимум определяется мощностью нагрузки на валу двигателя, при которой построена характеристика, и соответствует чисто активному току статора (рис. 11.11, *б*). Левые части кривых соответствуют недовозбуждённому состоянию и потреблению из сети индуктивного тока, а правые – перевозбуждённому состоянию и отдаче в сеть индуктивного тока. Границей между областями недовозбуждения и перевозбуждения является линия геометрического места точек минимумов тока статора *gh*.

Линия *ef* ограничивает область, в которой двигатель не развивает достаточного вращающего момента, теряет устойчивость и выходит из синхронизма.

Обычно синхронные двигатели работают с небольшим перевозбуждением, однако их нельзя сильно загружать реактивным током, т.к. при этом должна быть уменьшена активная составляющая, т.е. нагрузка на валу. Для регулирования реактивной мощности используют специальные двигатели, которые работают на холостом ходу и загружены практически только реактивным током. Они называются *синхронными компенсаторами* и имеют облегчённую конструкцию, поскольку эксплуатируются без механической нагрузки. Как правило, синхронные компенсаторы работают в режиме перевозбуждения, но в ночные часы при недогрузке сети и повышении в ней напряжения их переводят в режим недовозбуждения для загрузки сети индуктивным током и снижения напряжения.

Вопросы для самопроверки

1. Чем объясняется взаимосвязь токов возбуждения и статора синхронной машины?
2. Почему при номинальном токе возбуждения ток статора минимален?
3. Каков характер реактивного тока, потребляемого синхронный двигатель из сети при недовозбуждении (перевозбуждении)?
4. Почему изменяется ток статора при изменении нагрузки синхронного двигателя при номинальном токе возбуждения?
5. Почему синхронный компенсатор работает на холостом ходу?
6. Чем определяется минимальное значение тока статора синхронного двигателя?
7. За счёт чего снижается нагрузка линии передачи электроэнергии при использовании синхронных компенсаторов?

11.7. Синхронные двигатели автоматических устройств

Синхронные двигатели, предназначенные для работы в системах автоматики и приборного привода, обычно имеют небольшую мощность и их называют микродвигатели. Поэтому вопросы энергетики для них не столь существенны, как управляемость, быстродействие, надёжность и т.п. Главной особенностью синхронных микродвигателей является постоянство скорости вращения. Она не зависит от колебаний напряжения питания и нагрузки, поэтому с их помощью можно создавать очень простые системы с нулевой ошибкой поддержания скорости вращения в статическом режиме.

В зависимости от конструкции ротора синхронные микродвигатели можно разделить на двигатели: 1) с электромагнитным возбуждением; 2) с магнитоэлектрическим возбуждением или с постоянными магнитами; 3) реактивные и 4) гистерезисные.

Двигатели с электромагнитным возбуждением из-за сложности конструкции ротора, необходимости источника питания постоянного тока и проблемы пуска применяются крайне редко.

Кроме двигателей непрерывного вращения в системах автоматики применяются также импульсные или шаговые двигатели.

11.7.1. Реактивные двигатели

Отличительной особенностью реактивных двигателей является отсутствие у ротора собственного магнитного поля. Основной магнитный поток возбуждается в них за счёт МДС статора и представляет собой поток реакции якоря. Отсюда название двигателя – реактивный.

Ротор реактивного двигателя представляет собой цилиндр, в котором тем или иным способом создаётся магнитная асимметрия. На рис. 11.12, *а* показан пакет сердечника ротора, у которого асимметрия создана за счёт двух граней на наружной поверхности. При установке в статор воздушный зазор в направлении оси *q*, называемой поперечной осью, будет существенно больше, чем в направлении продольной оси *d*. Соответственно, индуктивное сопротивление по поперечной оси X_q будет существенно меньше, чем по продольной – X_d.

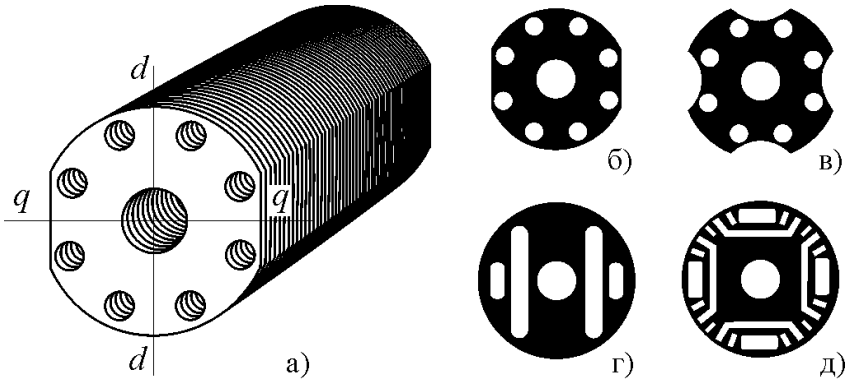


Рис. 11.12

На рис. 11.12, *в* показан лист пакета ротора для двигателя с двумя парами полюсов магнитного поля. Кроме роторов явнополюсной конструкции в реактивных двигателях используют неявнополюсные роторы (рис. 11.12, *г* и *д*). В них магнитная асимметрия пакета ротора создаётся каналами пусковой короткозамкнутой обмотки, которые после сборки ротора заливаются алюминием.

Вращающий момент в реактивных двигателях возникает вследствие того, что ротор стремится занять в магнитном поле положение, при котором сопротивление магнитному потоку и энергия магнитного поля минимальны. Такое положение соответствует совпадению продольной оси ротора *d* с осью магнитного поля (рис. 11.13, *а*). При появлении тормозного момента ротор смещается на угол ϑ и магнитное сопротивление воздушного зазора увеличивается, в результате возникает сила *F*, стремящаяся привести его в исходное положение (рис. 11.13, *б*). В случае поворота ротора на 90° (рис. 11.13, *в*) все силы, действующие на ротор, уравновешены, но зазор и его сопротивление максимальны, поэтому при малейшем отклонении ротор разворачивается в ту или другую сторону, занимая энергетически более выгодное положение. При цилиндрическом изотропном роторе его смещение в магнитном поле не изменяет величины магнитного сопротивления и не вызывает появления силы противодействующей смещению. Таким образом, наличие магнитной асим-

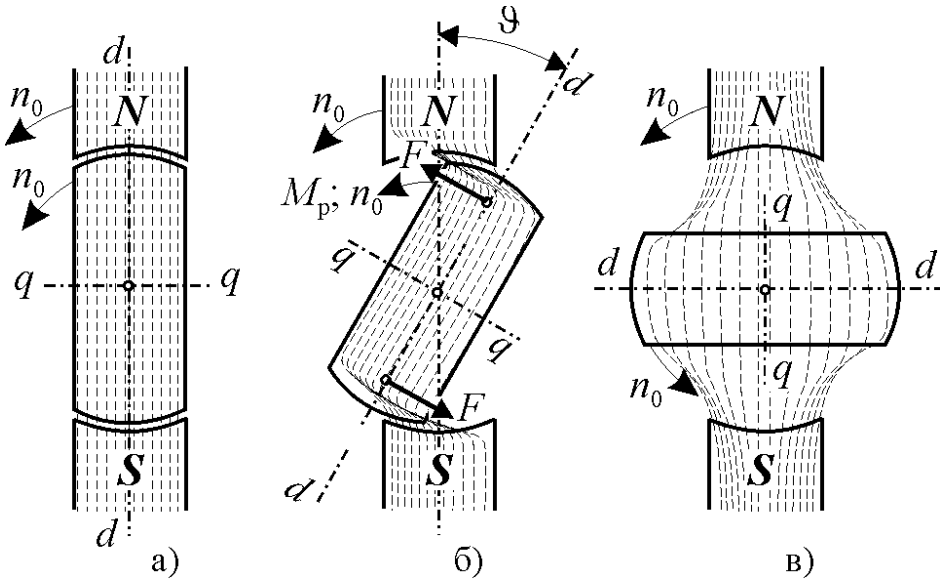


Рис. 11.13

метрии ротора является необходимым условием возникновения реактивного вращающего момента. Причём реактивный момент возникает всегда и во всех электрических машинах вне зависимости от их типа, если ротор имеет магнитную асимметрию.

Величина реактивного вращающего момента определяется выражением

$$M_{\text{р}} = \frac{m_1 U_1^2}{2\omega_1}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\vartheta = M_{\text{р max}} \sin 2\vartheta . \qquad (11.11)$$

Из (11.11) следует, что максимальный момент реактивного двигателя также сильно зависит от величины напряжения питания, как момент асинхронного двигателя. Кроме того, максимальный момент зависит от соотношения индуктивных сопротивлений по продольной и поперечной оси. Теоретически максимальный момент можно увеличить, уменьшая индуктивное сопротивление по поперечной оси X_q, т.е. уменьшая размер пакета ротора в этом направлении. На самом деле при этом будет увеличиваться средняя величина зазора и, соответственно, реактивный ток статора, ухудшая и без того невысокие энергетические параметры двигателя. Поэтому существует некоторое оптимальное соотношение параметров $X_d / X_q = 2\ldots5$.

Мощность на валу и максимальный момент реактивного двигателя существенно меньше, чем у двигателя с возбуждёнными полюсами ротора при тех же габаритах и потребляемой мощности.

Угловая и механическая характеристики реактивного двигателя ничем в принципе не отличаются от характеристик синхронного двигателя с возбуждённым ротором, за исключением того, что его угловая характеристика является синусоидальной функцией двойного угла, т.е. максимальные значения вращающего момента соответствуют углам ±45°.

Ротор реактивного двигателя также прост и надёжен как ротор асинхронного двигателя. Поэтому реактивные двигатели широко применяются в приборном приводе, в аппаратуре звуко- и видеозаписи и в других устройствах, где требуется высокая стабильность скорости вращения.

Вопросы для самопроверки

1. В чем преимущество синхронных исполнительных двигателей перед двигателями других типов?
2. Как работает реактивный двигатель?
3. Какое условие необходимо для возникновения реактивного момента?
4. Какие конструкции ротора бывают у реактивных двигателей?
5. Чем отличаются угловые характеристики реактивного двигателя и двигателя с возбуждённым ротором?
6. Укажите достоинства, недостатки и область применения реактивных двигателей.

11.7.2. Гистерезисные двигатели

Название этого типа синхронных двигателей происходит от принципа создания в них вращающего момента в асинхронном режиме, связанного с явлением гистерезиса при перемагничивании ферромагнетиков.

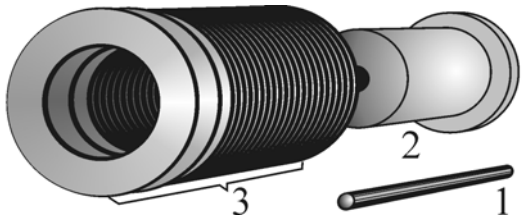


Рис. 11.14

Детали конструкции ротора гистерезисного двигателя показаны на рис. 11.14. На вал ротора *1* напрессовывается втулка из магнитного или немагнитного материала *2*, на которой закрепляется пакет колец из магнитотвёрдого материала *3*. Кольца ротора образуют т.н. *активный слой*, в котором происходят основные процессы, обеспечивающие работу двигателя.

В отличие от синхронных двигателей с постоянными магнитами на роторе, которые намагничиваются в специальных установках и при работе сохраняют положение оси магнитных полюсов, активный слой ротора гистерезисного двигателя намагничивается обмоткой статора и может изменять положение полюсов, т.е. перемагничиваться в процессе работы.

Пусть активный слой намагничен и ротор вращается синхронного с магнитным полем статора $n = n_0$ (рис. 11.15). Если на валу двигателя нет нагрузки, то оси магнитных полей статора и ротора совмещены и угол нагрузки $\vartheta = 0$ (рис. 11.15, *а*). При возникновении тормозного момента $M_т$ угол нагрузки ϑ увеличивается, и двигатель развивает вращающий момент совершенного аналогично тому, как это происходит в машине с возбуждёнными полюсами ротора. При этом полюсы магнитного поля ротора остаются по отношению к активному слою в том же положении, в котором они находились при отсутствии нагрузки (рис. 11.15, *б*). Если и дальше увеличивать тормозной момент, то полюсы полей статора и ротора разойдутся на некоторый угол $\vartheta_{max} = \gamma$, при котором начнётся перемагничивание материала активного слоя, т.е. перемещение полюсов его магнитного поля. Ротор выйдет из

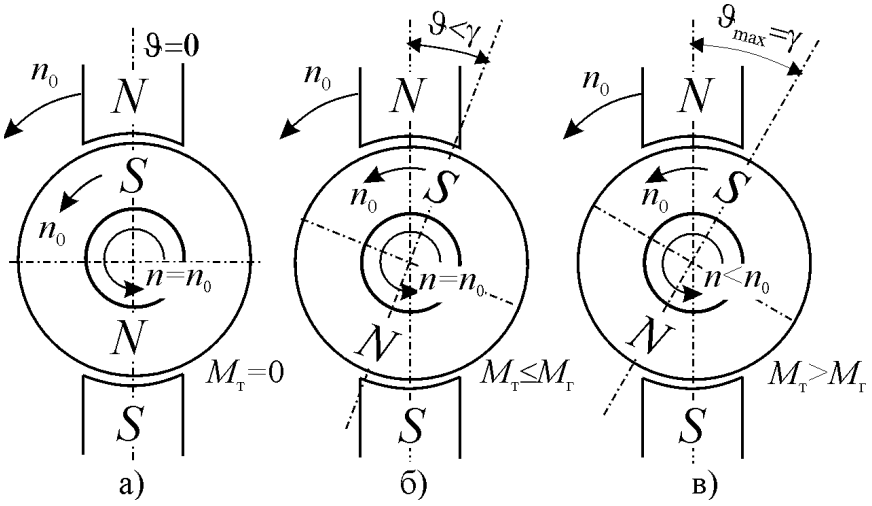


Рис. 11.15

синхронизма и будет вращаться с некоторой скоростью $n < n_0$, а полюсы магнитного поля ротора будут скользить относительно активного слоя со скоростью $n_{\text{п}} = n_0 - n$. Поля статора и ротора при этом будут оставаться неподвижными относительно друг друга и смещёнными на угол нагрузки $\vartheta = \vartheta_{\max} = \gamma = \text{const}$. Поэтому двигатель будет развивать постоянный вращающий момент $M_{\text{г}} = \text{const}$. В случае снижения тормозного момента до уровня $M_{\text{т}} < M_{\text{г}}$ ротор под действием разности моментов $M_{\text{г}} - M_{\text{т}}$ начнёт разгоняться. Скольжение полюсов относительно активного слоя будет уменьшаться и когда скорость вращения достигнет синхронной перемагничивание прекратится и полюсы останутся в том положении, в котором они находились в момент вхождения ротора в синхронизм.

Таким образом, работа гистерезисного двигателя в синхронном и в асинхронном режимах отличается принципиально. В синхронном режиме активный слой не перемагничивается и можно считать, что двигатель работает аналогично двигателю с постоянными магнитами, хотя это допустимо только с оговорками, т.к. его индуктивные сопротивления зависят от угла нагрузки ϑ. Соответственно выглядят угловая и механическая характеристики двига-

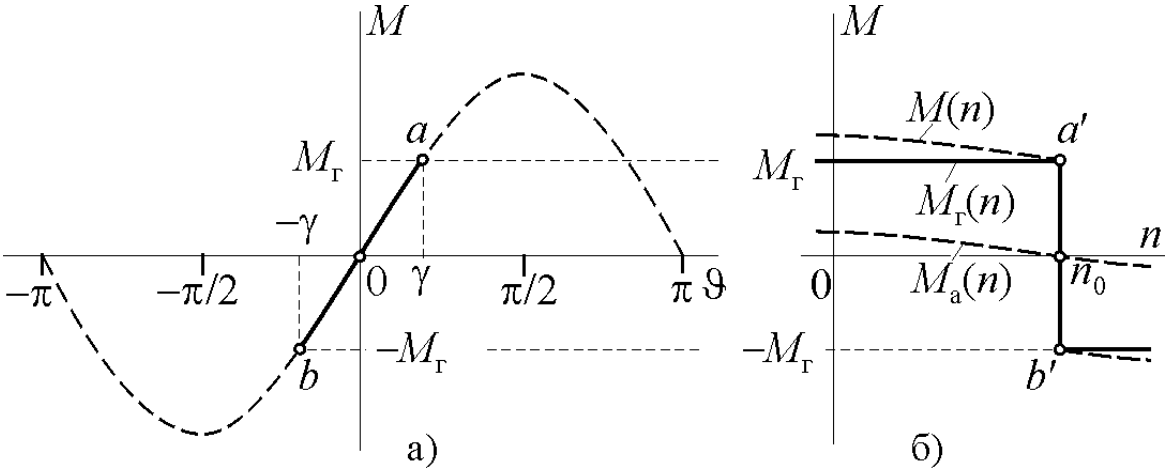


Рис. 11.16

теля в пределах $|\vartheta| < \gamma$ (участки *ab* и *a′b′* на рис. 11.16)

При переходе в асинхронный режим начинается перемагничивание активного слоя. На угловой характеристике это состояние соответствует постоянному значению угла нагрузки $\vartheta = \vartheta_{max} = \gamma = \text{const}$, а на механической – независимому от скорости вращения значению моменту $M_г(n) = M_г \cdot \text{sign}(n_0 - n) = \pm\text{const}$. Следовательно, в отличие от всех остальных синхронных двигателей, гистерезисный двигатель обладает свойством самозапуска.

Величина гистерезисного момента $M_г$ определяется величиной угла γ, который, в свою очередь, зависит от свойств материала активного слоя ротора. Чем шире петля гистерезиса материала, тем больше значение угла γ и тем больше момент, который способен развивать двигатель. Чаще всего в современных гистерезисных двигателях для активного слоя ротора используют викаллой – сплав железа, кобальта и ванадия. Для него угол γ составляет 30…40°

Кроме гистерезисного момента в асинхронном режиме возникает также вращающий момент, вызванный вихревыми токами в активном слое и во втулке, если она выполнена из материала проводящего электрический ток. Удельное электрическое сопротивление материала активного слоя ротора велико, поэтому механическая характеристика момента вихревых токов ($M_а(n)$ на рис. 11.16, *б*) совершенно идентична характеристике асинхронного двигателя с большим значением сопротивления ротора, когда критическое скольжение существенно больше единицы. Складываясь с гистерезисным моментом $M_г(n)$, момент вихревых токов несколько увеличивает пусковой момент двигателя.

Достоинствами гистерезисных двигателей являются: 1) способность самозапуска с большим пусковым моментом; 2) бесшумность и надёжность в работе; 3) плавность входа в синхронизм; 4) малая кратность пускового тока ($I_п / I_{ном} = 1,2…1,3$); 5) сравнительно высокий КПД.

Основными недостатками двигателя являются склонность к колебаниям ротора при изменении нагрузки и высокая стоимость, связанная со сложностью изготовления ротора.

Вопросы для самопроверки

1. Как устроен ротор гистерезисного двигателя?
2. Как работает активный слой ротора в синхронном (асинхронном) режиме?
3. Чем объясняется независимость гистерезисного момента от скольжения?
4. Чем определяется величина гистерезисного момента?
5. Укажите достоинства, недостатки и область применения гистерезисных двигателей.

11.7.3. Шаговые двигатели

Шаговые или импульсные синхронные двигатели в последние десятилетия получили очень широкое распространение в связи с развитием средств вычислительной техники. Это связано с тем, что для управления шаговым двигателем требуется определенная последовательность импульсов или комбинаций сигналов постоянного тока, легко формируемых компьютерами и другими средствами цифровых систем управления.

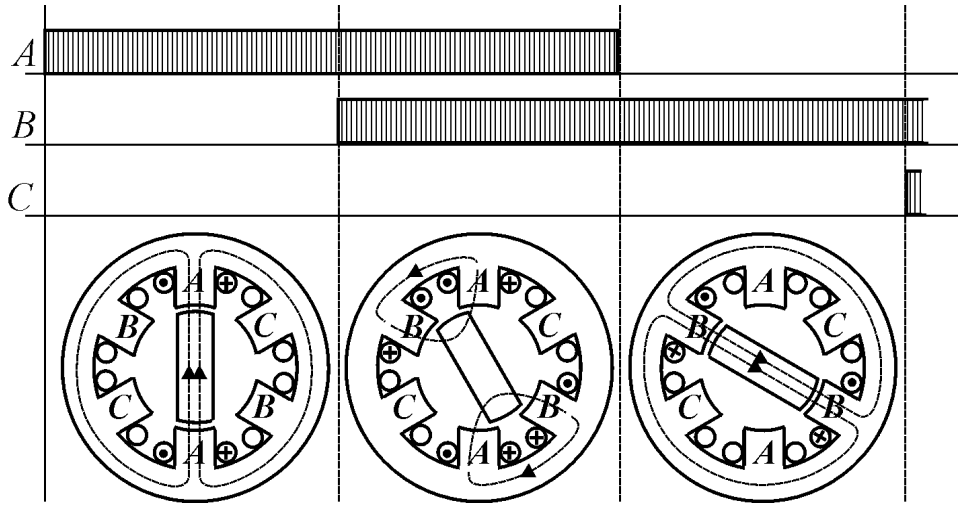


Рис.11.17

В принципе любой многофазный синхронный двигатель может работать в шаговом режиме, если его подключить к источнику постоянного тока через полупроводниковый коммутатор. На рис. 11.17 показан принцип формирования движения в трёхфазном реактивном шаговом двигателе. Заштрихованная область на временных диаграммах соответствует подключению соответствующей обмотки к источнику питания. На первом интервале работы подключена обмотка фазы *A* и ротор занимает положение, соответствующее оси этой обмотки. На следующем интервале включается обмотка фазы *B* и сохраняется подключение обмотки *A*. В результате ось магнитного поля двигателя располагается между осями обмоток, и ротор поворачивается на 30°. Затем отключается фаза А и ротор смещается в положение оси обмотки *B*. Таким образом, при переключении обмоток по алгоритму $A \rightarrow AB \rightarrow B \rightarrow BC \rightarrow C \rightarrow CA \rightarrow A \rightarrow \ldots$ ротор при каждой новой комбинации будет смещаться на 30°. Если исключить состояния одновременного включения двух обмоток, то шаг двигателя будет составлять 60°.

Ротор шагового двигателя может быть активным, и в этом случае он чаще всего возбуждается постоянными магнитами. Такие двигатели обладают большим вращающим моментом и могут обеспечить фиксацию положения ротора при отключении питания обмоток.

Изменяя частоту коммутации можно менять среднее значение скорости вращения шагового двигателя. Если же прервать алгоритм, то ротор будет остановлен в соответствующем положении.

Одним из важнейших достоинств шагового двигателя является то, что в нём угловое положение ротора определяется кодовой комбинацией, соответствующей включённым обмоткам. Однако при коммутации шаг может быть

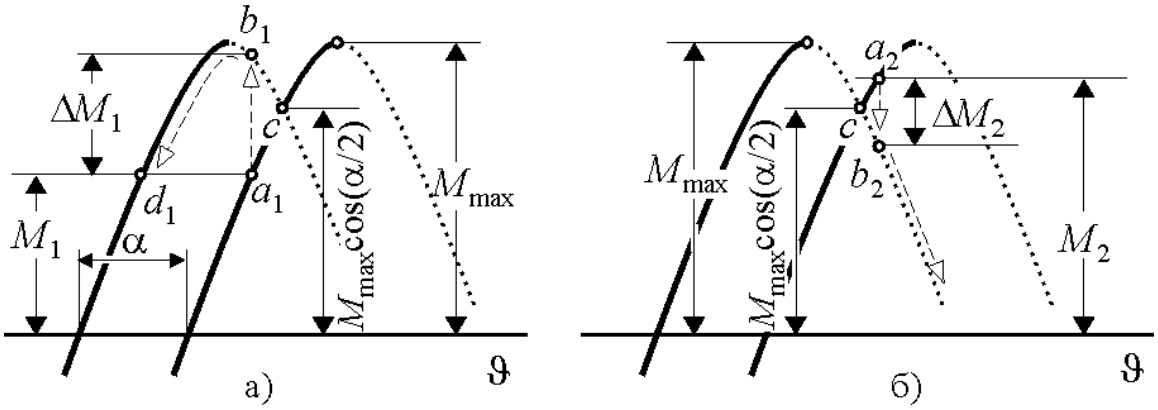


Рис. 11.18

неправильно отработан и произойдёт потеря информации. На рис. 11.18, *а* показана рабочая точка a_1 на угловой характеристике шагового двигателя, соответствующая моменту нагрузки M_1. При следующей коммутации магнитное поле статора очень быстро сместится на величину шага α. Ротор двигателя вследствие инерции в первый момент после коммутации останется в прежнем положении, поэтому смещение магнитного поля будет эквивалентно смещению угловой характеристики на угол α. Рабочая точка при этом окажется на новой характеристике в положении b_1 и возникнет положительное приращение вращающего момента действующего на ротор двигателя $\Delta M_1 = M(\vartheta) - M_1 > 0$. Под действием этого момента ротор придёт в движение в сторону смещения магнитного поля и переместится в точку d_1, отстоящую от исходной точки a_1 на величину шага α. При моменте нагрузки M_2 (рис. 11.18, *б*) рабочей точкой до коммутации будет точка a_2, а после коммутации произойдёт переход на новую угловую характеристику в точку b_2. Приращение момента действующего на вал двигателя при этом будет отрицательным $\Delta M_2 = M(\vartheta) - M_2 < 0$. Поэтому ротор будет двигаться в направлении противоположном смещению магнитного поля и развернётся на угол $2\pi - \alpha$, т.е. произойдёт потеря шага. Из рисунка видно, что знак приращения момента после коммутации, т.е. направление движения ротора, определяется ординатой точки *c*, в которой пересекаются угловые характеристики соседних шагов. Для работы двигателя без потери шага нужно, чтобы нагрузочный момент на валу не превышал ординаты этой точки, т.е.

$$M < M_{\max}\cos(\alpha/2).$$

Достоинствами шаговых двигателей являются: 1) возможность регулирования скорости вращения в широком диапазоне вплоть до полной остановки и фиксации ротора в этом положении; 2) возможность перемещения в уг-

ловое положение, задаваемое кодовой комбинацией, что позволяет управлять движением с помощью устройств с цифровой обработкой информации; 3) возможность отработки малых шагов, составляющих угол в несколько десятков угловых секунд.

Вопросы для самопроверки

1. Как работает шаговый двигатель?
2. Чем определяется величина шага?
3. Какие конструкции ротора бывают у шаговых двигателей?
4. Каково условие работы двигателя без потери шага?
5. Укажите достоинства, недостатки и область применения шаговых двигателей.

12. Двигатели постоянного тока

Двигатели постоянного тока исторически были первыми устройствами, преобразующими электрическую энергию в механическую. Сто семьдесят лет тому назад по Неве уже плавала лодка, приводимая в движение таким двигателем. Позднее они уступили свои позиции бесколлекторным двигателям, но в регулируемом приборном приводе и в системах автоматики до настоящего времени часто не существует альтернативы их применению. Это объясняется широким диапазоном и плавностью регулирования скорости вращения, а также более простыми методами и устройствами управления.

Кроме двигателей широко распространены также генераторы постоянного тока. Однако область их применения сокращается в связи с развитием преобразовательной техники и выбор генератора постоянного тока в качестве источника питания производится обычно с учётом множества факторов, исключающих иное решение. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать в основном двигательный режим работы машин постоянного тока.

12.1. Устройство и принцип действия

Машина постоянного тока функционально является обращённой синхронной машиной, т.е. синхронной машиной у которой функции статора и ротора поменялись местами. Статор возбуждает постоянное магнитное поле, а ротор вращается в этом поле и осуществляет преобразование энергии. Для создания машиной постоянного вращающего момента требуется, чтобы электромагнитная сила, создающая этот момент, была постоянной, что, в свою очередь, требует сохранения направления протекания тока по отношению к полюсам магнитного поля. Во вращающемся роторе функцию изменения направления тока при перемещении проводников обмотки к противоположному полюсу выполняет *щёточно-коллекторный узел*. На рис. 12.1 показан простейший двигатель постоянного тока. Он представляет собой проводник, изогнутый в виде рамки и подвешенный на оси OO'. Концы рамки *abcd* через полукольца и скользящие по ним щётки подключены к внешнему источнику постоянного тока. Взаимодействие протекающего в рамке тока $I_я$ с магнит-

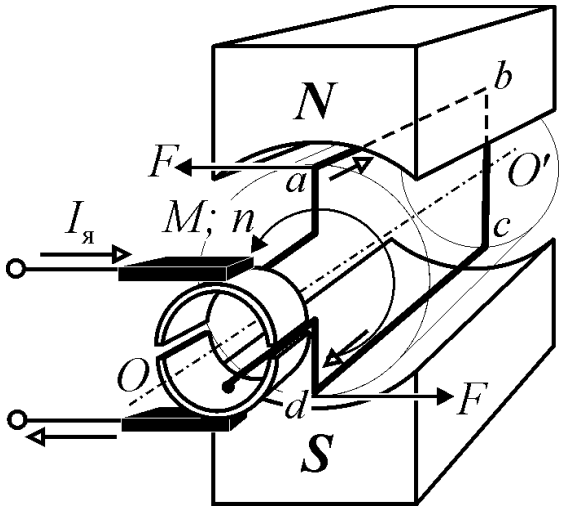


Рис. 12.1

ным полем создаёт электромагнитную силу F, действующую на рамку и вызывающую её вращение. Для сохранения направления действия этой силы ток в части рамки находящейся под северным полюсом должен протекать в направлении O-O', а в находящейся под южным полюсом части рамки – в направлении O'-O. Поэтому через каждые полоборота ротора ток в сторонах ab и cd рамки должен менять направление на противоположное. Это происходит при переходе полуколец с одной щётки на другую. Полукольца рамки являются простейшим *коллектором* машины постоянного тока и вместе со щётками выполняют функцию преобразования постоянного тока в переменный с частотой вращения ротора.

Ротор машины постоянного тока называется *якорем*. Его конструкция является развитием рамки и полуколец. Чтобы увеличить вращающий момент нужно увеличить количество «рамок» и заполнить

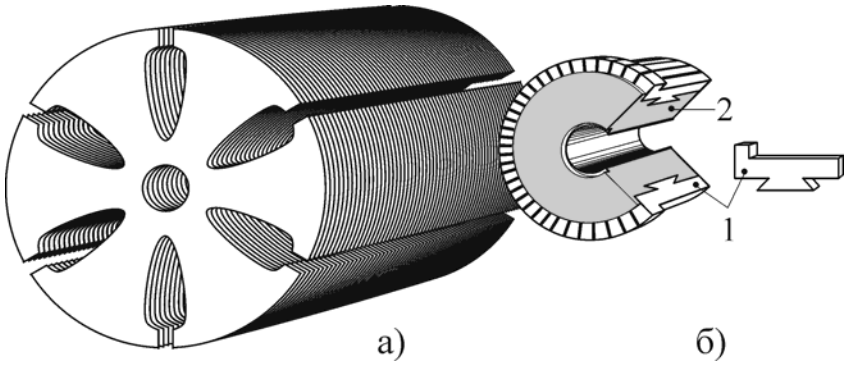


Рис. 12.2

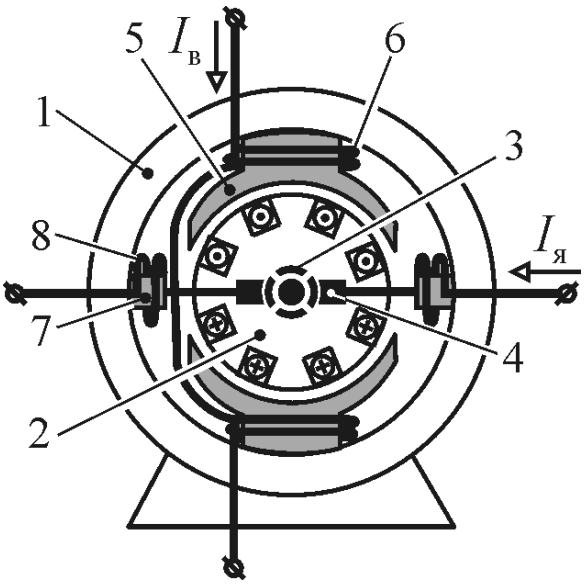


Рис. 12.3

ферромагнетиком воздушный промежуток между полюсами статора. Для этого из штампованных листов электротехнической стали собирается пакет якоря (рис. 12.2, *а*). Полукольца примитивного коллектора преобразуются в набор изолированных друг от друга медных пластин *1* залитых в пластмассовую втулку *2* (рис. 12.2, б). Пакет ротора и коллектор напрессовываются на вал якоря и в открытые пазы пакета укладывается обмотка (на рисунке не показана), концы секций (катушек) которой припаиваются к пластинам коллектора.

Общая конструктивная схема машины постоянного тока показана на рис. 12.3. Она состоит из корпуса *1*, объединяющего все элементы конструкции и являющегося также магнитопроводом. В подшипниках корпуса установлен якорь машины *2* и щёточно-коллекторный узел *3*, *4*. В корпусе также установлены *главные полюсы 5*, распределяющие основной магнитный поток машины, возбуждаемый установленной на полюсах обмоткой *6*. На геометрической оси щёток машины установлены *дополнительные полюсы 7* с обмоткой *8*, возбуждающей их магнитное поле.

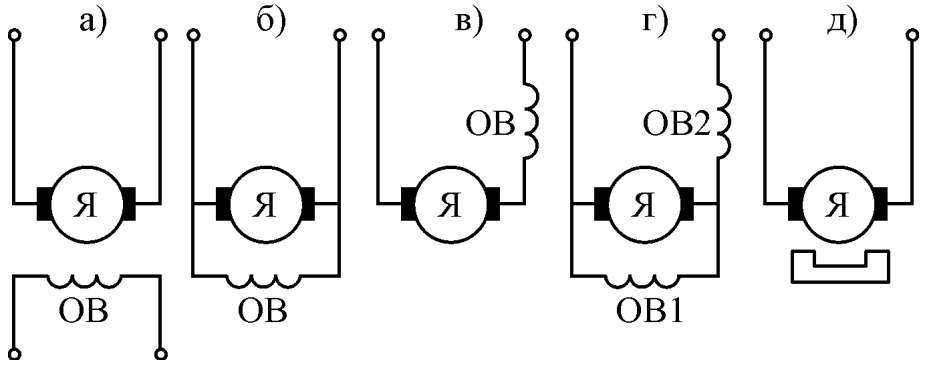


Рис. 12.4

Обмотка возбуждения машины *6* и обмотка якоря с последовательно включённой обмоткой дополнительных полюсов *8* образуют две электрические цепи, которые могут питаться от одного или от разных источников постоянного тока. По схеме питания этих цепей машины постоянного тока разделяют на машины с независимым (раздельным), параллельным, последовательным и смешанным возбуждением (рис. 12.4, *а*, *б*, *в* и *г*). К машинам с независимым возбуждениям относятся также машины с магнитоэлектрическим возбуждением, т.е. с возбуждением основного магнитного потока с помощью постоянных магнитов (рис. 12.4, *д*).

Вопросы для самопроверки

1. Какую функцию выполняет коллектор двигателя?
2. Какую функцию выполняет корпус двигателя?
3. Для чего нужно изменять направление протекания тока в секциях обмотки якоря?
4. Как разделяют двигатели постоянного тока по схеме питания обмотки возбуждения?
5. Перечислите основные элементы конструкции двигателя.

12.2. Магнитная и электрическая цепи машины

Магнитная цепь главных полюсов машины предназначена для возбуждения и распределения основного магнитного потока. Она состоит из главных полюсов *1*, воздушного зазора между полюсами и якорем *2*, сердечника якоря *3* и корпуса машины или ярма *4* (рис. 12.5, *а*).

Ось симметрии *pq* между главными полюсами машины называется геометрической нейтралью, а дуга окружности воздушного зазора между точками её пересечения с нейтралью – *полюсным делением* τ (рис. 12.5). Полюсное

деление в зависимости от решаемой задачи может измеряться в угловых или линейных единицах, а также числом пазов пакета статора или ротора.

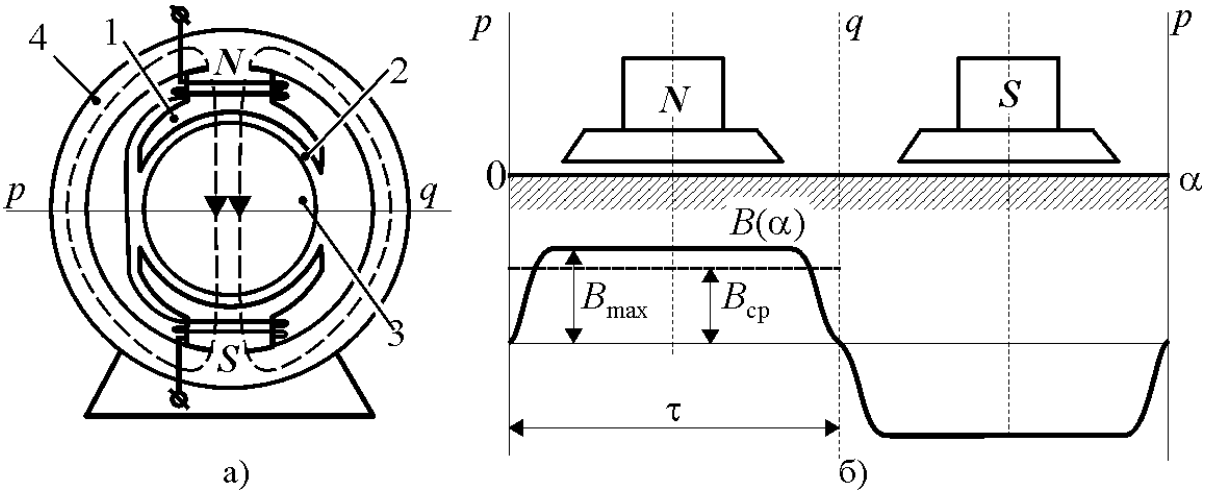


Рис. 12.5

На рис. 12.5, *б* показана линейная развёртка воздушного зазора и зависимость распределения индукции в нём. В машинах постоянного тока стремятся получить практически постоянное значение индукции под полюсами, что достигается специальной формой полюсных наконечников. Это необходимо для того, чтобы во всех секциях обмотки якоря при вращении наводились одинаковые ЭДС.

При рассмотрении принципа работы машины постоянного тока отмечалось, что обмотка якоря состоит из секций. Каждая секция укладывается в пазы пакета якоря так, чтобы её стороны находились под соседними полюсами. В качестве примера на рис. 12.6, *а* показана схема обмотки. Номерами с *1* по *8* на рисунке обозначены пазы якоря и пластины коллектора. Шаг секций обмотки по пазам равен полюсному делению $\tau = 4$. В каждом пазу уложено начало одной секции (сплошная линия) и конец другой (штриховая линия) и к каждой пластине коллектора присоединены начала и концы следующих по схеме секций обмотки. Так в первом пазу под северным полюсом находится начало первой секции, а конец её расположен в пятом пазу под южным полюсом. Начало первой секции присоединено к первой пластине коллектора, а конец – ко второй. К этой же пластине присоединено начало следующей по схеме второй секции и т.д. В результате образуется замкнутая в кольцо последовательная электрическая цепь, состоящая из одинаковых элементов (секций).

Щётки машины в норме расположены на геометрической нейтрали. Они создают узлы соединения и делят последовательную кольцевую цепь обмотки на две *параллельные ветви* (рис. 12.6, *б*), по каждой из которых протекает половина тока якоря $I_я$.

При вращении якоря проводники секций обмотки пересекают линии магнитного поля и в них наводятся ЭДС, по форме повторяющие кривую ин-

дукции $B(\alpha)$ рис. 12.5, *б*. Начала секций *1-4* находятся под северным полюсом поля, а секций *5-8* – под южным, поэтому в этих группах секций наводятся ЭДС противоположных знаков. Но группы секций *1-4* и *5-8* находятся в разных ветвях, поэтому по отношению к щёткам или, что то же самое, по отношению к внешней цепи их ЭДС имеют одинаковое направление и в сумме одинаковые значения. В результате образуется ЭДС якоря $E_я$, направленная встречно по отношению к напряжению источника питания цепи якоря и ограничивающая его ток.

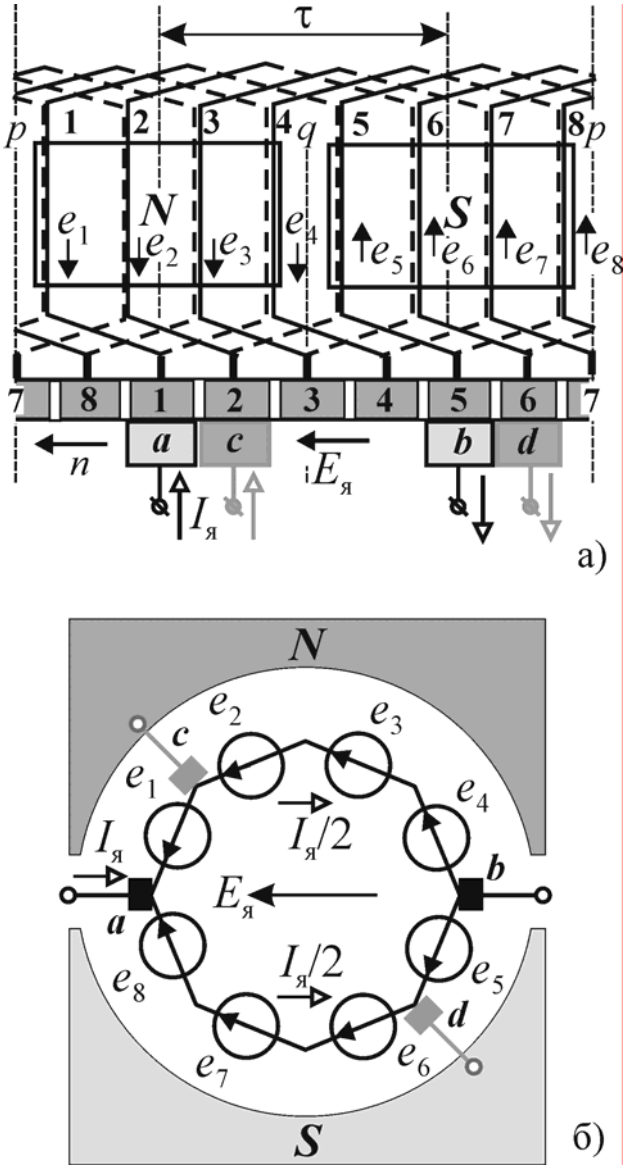


Рис. 12.6

Смещение щёток с геометрической нейтрали приводит к тому, что расположенные под разноимёнными полюсами секции оказываются в одной параллельной ветви. Например, смещение щёток из положения *ab* на рис. 12.6 в положение *cd* приведёт к тому, что первая и пятая секции окажутся в ветвях с противоположным направлением ЭДС. В результате суммарная ЭДС якоря уменьшится вдвое, т.к. ЭДС секций приблизительно одинаковы и до смещения противо-ЭДС была равна $E_я = \sum_{k=1}^{4} e_k = \sum_{k=5}^{8} e_k \approx 4e$, тогда как после смещения – $E_я = \sum_{k=2}^{4} e_k - e_5 = \sum_{k=6}^{8} e_k - e_1 \approx 2e$. Таким образом, расположение щёток на геометрической нейтрали обеспечивает получение максимально возможной противо-ЭДС якоря.

Вращение якоря не меняет общую картину распределения ЭДС в обмотке, т.к. секции просто переходят из одной ветви в другую с сохранением суммарного значения.

Определим значение противо-ЭДС якоря. По закону электромагнитной индукции ЭДС, наводимая в проводнике длиной *l*, движущемся со скоростью *v* в однородном магнитном поле, равна $e = Blv$. Пусть число проводников в

обмотке якоря равно *N*. Тогда с учётом деления их на *a* параллельных ветвей $E_{\text{я}} = e\frac{N}{2a} = Blv\frac{N}{2a}$. Полагая величину индукции в воздушном зазоре машины *B* равной среднему значению $B_{\text{ср}} = \frac{\Phi}{\tau l}$ (рис. 12.4, *б*) и с учётом того, что $v = \pi Dn/60$ и $\tau = \pi D/(2p)$, где *D* – диаметр якоря; *n* – скорость вращения в об/мин, получим

$$E_{\text{я}} = C_E n\Phi, \qquad (12.1)$$

где $C_E = \frac{pN}{60a}$ – конструктивная постоянная ЭДС; Φ – магнитный поток в зазоре машины.

При использовании системы единиц СИ частота вращения якоря равна $\Omega = n\frac{2\pi}{60}$, тогда противо-ЭДС

$$E_{\text{я}} = C\Omega\Phi = \Omega\Psi, \qquad (12.2)$$

где $C = \frac{pN}{2\pi a}$ – конструктивная постоянная; $\Psi = C\Phi$ – потокосцепление якоря.

Для электрической цепи якоря, подключённого к источнику питания постоянного тока с напряжением $U_{\text{я}}$, можно составить уравнение по второму закону Кирхгофа

$$U_{\text{я}} = RI_{\text{я}} + E_{\text{я}}, \qquad (12.3)$$

Отсюда ток якоря

$$I_{\text{я}} = (U_{\text{я}} - E_{\text{я}})/R. \qquad (12.4)$$

Из выражений (12.2) и (12.4) следует, что при изменении скорости вращения ток якоря изменяется по величине и по направлению, т.к. от скорости линейно зависит противо-ЭДС $E_{\text{я}}$. Изменение направления протекания тока в якоре соответствует изменению знака мощности, потребляемой им от источника питания, т.е. изменению режима работы машины. При положительном значении тока ($U_{\text{я}} > E_{\text{я}}$) машина работает в режиме двигателя или тормоза и потребляет электрическую энергию от источника, а при отрицательном ($U_{\text{я}} < E_{\text{я}}$) – отдаёт её в источник.

Условие $I_{\text{я}} = 0 \Rightarrow U_{\text{я}} = E_{\text{я}} = C_E n_0 \Phi$ соответствует режиму *идеального холостого хода машины*. Отсюда скорость идеального холостого хода

$$n_0 = \frac{U_{\text{я}}}{C_E\Phi}; \quad \Omega_0 = \frac{U_{\text{я}}}{\Psi}. \qquad (12.5)$$

12.3. Электромагнитный момент машины

Вращающий момент, развиваемый машиной, можно получить из выражения для электромагнитной силы *f*, действующей на находящийся в одно-

родном магнитном поле проводник длиной l, по которому протекает ток i – $f = Bli$. Пользуясь рассуждениями и выражениями, использованными выше при определении противо-ЭДС, получим

$$M = CI_{\text{я}}\Phi = I_{\text{я}}\Psi . \qquad (12.6)$$

Вопросы для самопроверки

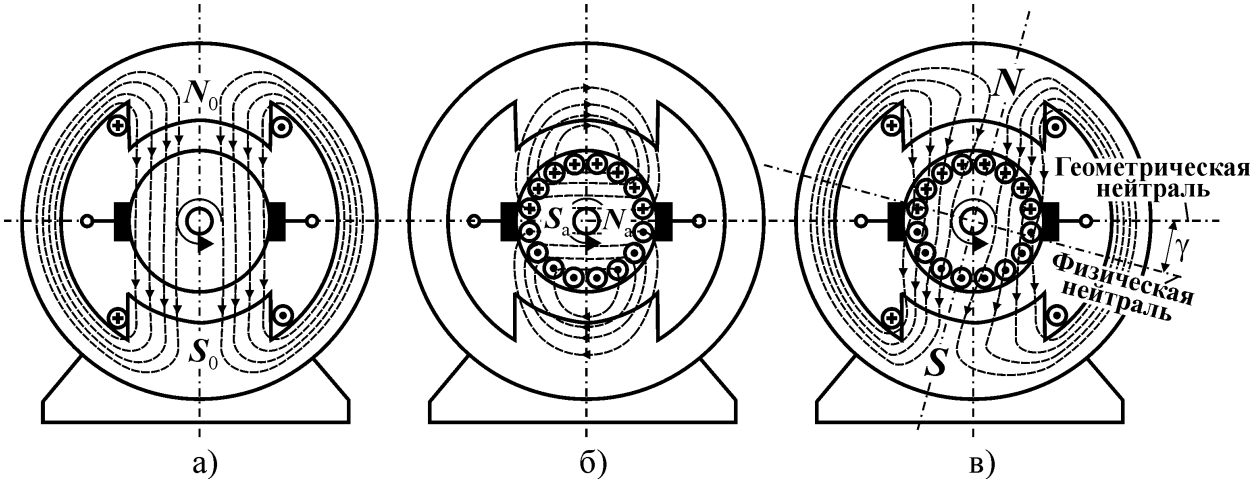
1. Перечислите основные участки магнитной цепи
2. Что такое геометрическая нейтраль?
3. Что такое полюсное деление?
4. Как распределяется индукция в зазоре и почему?
5. Какую электрическую цепь образуют секции обмотки якоря?
6. Как образуются параллельные ветви обмотки якоря?
7. Как влияет смещение щёток с геометрической нейтрали на ЭДС, наводимую в якоре магнитным полем главных полюсов?
8. Как влияет скорость вращения на величину тока якоря и почему?
9. Почему ЭДС, наводимая в якоре магнитным полем главных полюсов, называется противо-ЭДС?
10. Какие величины определяют величину скорости идеального холостого хода?
11. Какие величины определяют величину электромагнитного момента?

12.4. Реакция якоря

Под реакцией якоря в машинах постоянного тока понимают воздействие магнитного поля, возбуждаемого током якоря, на поле главных полюсов. При разомкнутой цепи якоря в машине существует только симметричное однородное поле главных полюсов (рис. 12.7, *а*). При протекании тока в обмотке якоря возникает неподвижное в пространстве магнитное поле, ось которого совпадает с осью щёток (рис. 12.7, *б*). Складываясь, эти два поля образуют результирующее магнитное поле машины. Нейтральная линия или *физическая нейтраль* результирующего поля, т.е. линия, проходящая через точки с нулевым значением индукции в зазоре машины, оказывается развёрнутой на некоторый угол γ относительно геометрической нейтрали (рис. 12.7, *в*).

При изменении режима работы машины изменяется направление протекания тока в якоре и, соответственно, меняются местами полюсы его магнитного поля. Поэтому смещение нейтрали в режиме генератора и в режиме двигателя имеет противоположное направление. В генераторном режиме нейтраль смещена в направлении вращения якоря, а в режиме двигателя – против направления вращения.

Вращение якоря не влияет на положение оси полюсов его магнитного поля. Однако при изменении нагрузки машины изменяется ток якоря и, соответственно, изменяется индукция магнитного поля реакции. Это, в свою очередь, приводит к изменению угла смещения γ.



а) б) в)

Рис. 12.7

Смещение нейтрали вызывает целый ряд отрицательных эффектов. В генераторном режиме работы машины это уменьшает ЭДС и, соответственно, выходное напряжение. В двигательном режиме часть проводников параллельной ветви оказывается под другим полюсом и создаёт тормозной момент. Смещение нейтрали создаёт также неравномерность распределения индукции на главных полюсах машины (рис. 12.7, *в*). Она увеличивается на одном краю полюса и уменьшается на другом, но вследствие насыщения возрастание потока на одном краю не компенсирует снижения на другом и в целом магнитный поток в машине уменьшается. Кроме того, смещение нейтрали существенно ухудшает условия протекания электромагнитных процессов, связанных с переключением секций из одной параллельной ветви в другую, которые мы будем рассматривать далее.

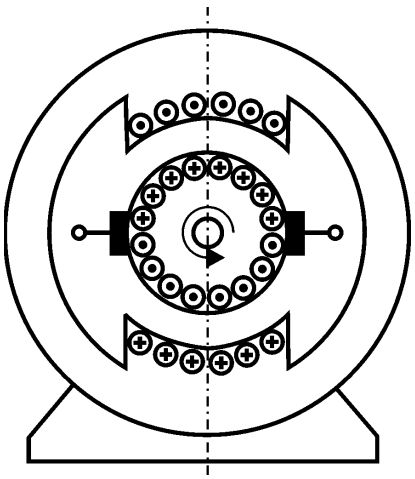


Рис. 12.8

Для уменьшения искажения кривой распределения индукции в зазоре в машинах средней и большой мощности используют компенсационную обмотку (рис. 12.8). Её устанавливают в пазы главных полюсов и включают последовательно в цепь якоря. Возбуждаемое обмоткой магнитное поле направлено встречно по отношению к полю реакции якоря и компенсирует его в зоне главных полюсов.

В зоне геометрической нейтрали поле реакции якоря компенсируют с помощью добавочных полюсов (рис. 12.3). Обмотку добавочных полюсов также как компенсационную обмотку включают последовательно в цепь якоря. Это обеспечивает автоматическую коррекцию режима компенсации при изменении нагрузки машины, т.к. МДС всех трёх обмоток изменяются пропорционально.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое реакция якоря?
2. Что такое физическая нейтраль?
3. Как влияет реакция якоря на магнитное поле машины?
4. Что происходит с физической нейтралью машины при изменении нагрузки?
5. Почему в генераторном и в двигательном режимах нейтраль смещается в противоположные стороны?
6. Перечислите явления, возникающие в машине в результате смещения нейтрали.
7. Что такое компенсационная обмотка? Её конструкция, схема включения и функции.
8. Что такое добавочные полюсы? Их конструкция, схема включения и функции.

12.5. Коммутация

Коммутацией называется процесс переключения секций обмотки якоря из одной параллельной ветви в другую.

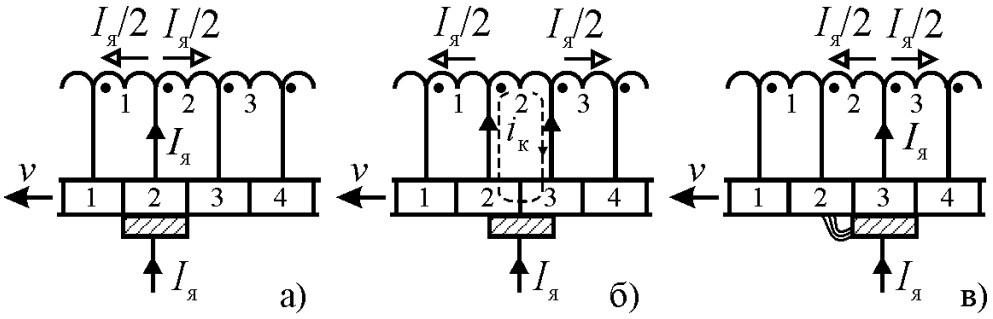


Рис. 12.9

На рис. 12.9 показаны три стадии процесса коммутации в секции *2* обмотки якоря. В начале секция *2* находится в правой ветви обмотки и по ней от начала к концу протекает ток $I_я/2$. Затем щётка перемещается, замыкая *2*-ю и *3*-ю пластины коллектора (рис. 12.9, *б*), и секция *2* оказывается замкнутой накоротко. Если щётки расположены на геометрической нейтрали, то проводники коммутируемой секции при движении пересекают линии магнитного поля реакции якоря и в них наводится ЭДС $e_v = B_a l v$, называемая *ЭДС вращения*. Здесь B_a – индукция поля реакции. Кроме того, в секции наводится ЭДС самоиндукции $e_L = -Ldi/dt$. Обе ЭДС создают в контуре секции ток коммутации $i_к$, величина которого зависит от ЭДС и сопротивлений элементов контура.

Если ЭДС e_L и e_v направлены встречно, то возможно состояние, когда $e_\Sigma = e_L + e_v = 0 \Rightarrow i_к = 0$. В этом случае ток в секции изменяется по линейному закону $i(t) = I_я(1 - 2t/T_к)/2$, определяемому изменением сопротивления площади контакта щётки с пластинами коллектора *2* и *3*. Такая коммутация

называется *линейной или коммутацией сопротивлением*. Она является оптимальной, т.к. при этом не возникает искрения (рис. 12.10).

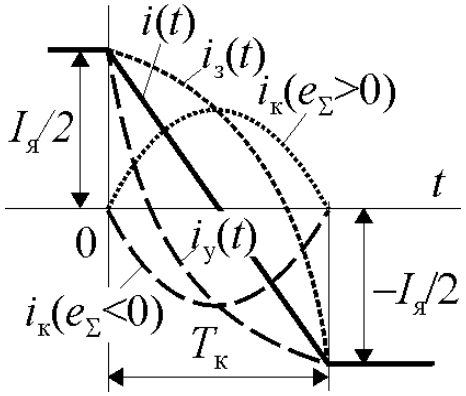


Рис. 12.10

В случае $e_\Sigma = e_L + e_v \neq 0$ ток $i_к$ накладывается на ток линейной коммутации $i(t)$ и происходит замедленная $i_з(t) = i(t) + i_к(e_\Sigma > 0)$ или ускоренная $i_у(t) = i(t) + i_к(e_\Sigma < 0)$ коммутация. При замедленной коммутации $e_L > e_v$ и переход щётки на соседнюю пластину коллектора соответствует процессу размыкания цепи с активно-индуктивной нагрузкой. Поэтому под сбегающим краем щётки возникает искрение (рис. 12.9, *в*), которое приводит к быстрому износу щёток и возникновению нагара на пластинах коллектора, увеличивающего переходное сопротивление скользящего контакта и вызывающего дополнительные потери.

Основным способом улучшения коммутации является установка дополнительных полюсов. Все машины постоянного тока мощностью более 1000 Вт снабжаются дополнительными полюсами. Параметрами обмотки и геометрическими размерами дополнительных полюсов можно компенсировать или даже несколько перекомпенсировать МДС реакции якоря, обеспечивая линейную или слабо ускоренную коммутацию. Это позволяет существенно увеличить нагрузку машины, т.е. снизить её удельную массу и габариты.

В машинах малой мощности дополнительные полюсы не устанавливают, а коммутацию оптимизируют смещением щёток за положение физической нейтрали. Настройку обычно производят в режиме номинальной нагрузки машины по минимуму наблюдаемого искрения. При этом в других режимах работы настройка нарушается, т.к. при изменении тока якоря положение физической нейтрали изменяется. Очевидно, что этот способ недопустим в машинах, работающих в режиме реверса, т.к. для одного из направлений вращения смещение щёток будет только ухудшать ситуацию

Щёточно-коллекторный узел машин постоянного тока является главным элементом конструкции, определяющим предельную мощность и скорость вращения. От его работы существенно зависят также надёжность и срок службы. Поэтому коллектор и щётки требуют тщательного контроля за их состоянием, а также проведения периодических профилактических мероприятий для исключения отказов в работе. Это усложняет и удорожает эксплуатацию и является одной из главных причин, по которым машины постоянного тока заменяют бесколлекторными машинами.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое коммутация?

2. Какие ЭДС наводятся в коммутируемой секции?
3. Какие стадии проходит коммутируемая секция?
4. Какой вид коммутации является оптимальным и почему?
5. При каких условиях коммутация происходит замедленно (ускоренно)?
6. Почему при замедленной коммутации возникает искрение под сбегающим краем щётки?
7. Как оптимизируют коммутацию в машинах малой мощности?
8. Почему невозможно оптимизировать коммутацию во всём диапазоне нагрузок машины путём смещения щёток?
9. Как оптимизируют коммутацию в машинах большой и средней мощности?
10. Почему с помощью дополнительных полюсов можно оптимизировать коммутацию практически во всём диапазоне нагрузок машины?

12.6. Энергетические соотношения машин постоянного тока

Характер потребляемой машиной мощности зависит от режима её работы. Для генератора – это механическая мощность $P_1 = M\Omega$; для двигателя – электрическая мощность $P_1 = UI$.

В машинах постоянного тока, также как и в других машинах, процесс преобразования энергии сопровождается её потерями. Обычно их разделяют на основные и дополнительные, включая в первую группу магнитные, электрические и механические потери, а во вторую – все остальные потери, трудно поддающиеся учёту.

Магнитные потери в машинах постоянного тока $\Delta P_{\text{с}}$ связаны с перемагничиванием сердечника якоря и протеканием в нём вихревых токов. Их величина определяется скоростью вращения якоря. В конструктивных элементах статора машины, образующих магнитопровод, эти потери практически отсутствуют, т.к. магнитный поток в них постоянен.

Электрические потери происходят в цепях обмотки возбуждения и якоря машины. Потери в цепи возбуждения происходят в обмотке и в регуляторе (реостате), если он используется для управления, и выражаются через напряжение $U_{\text{в}}$ и ток $I_{\text{в}}$ источника питания этой цепи как $\Delta P_{\text{в}} = U_{\text{в}} I_{\text{в}}$.

Потери в цепи якоря происходят в его обмотке и в щёточных контактах и определяются соответственно как $\Delta P_{\text{я}} = R_{\Sigma} I_{\text{я}}^2$; $\Delta P_{\text{щ}} = \Delta U_{\text{щ}} I_{\text{я}}$, где R_{Σ} – суммарное сопротивление обмотки якоря и регулировочного сопротивления; $\Delta U_{\text{щ}}$ – падение напряжения на щётках, определяемое по справочным данным.

Механические потери $\Delta P_{\text{мх}}$ связаны с трением в подшипниках опор якоря и в щёточном узле, а также с трением якоря о воздух и с перемещением воздушных масс через корпус машины.

К добавочным потерям $\Delta P_д$ относят потери от вихревых токов в обмотках, в стали полюсных наконечников, вызванные пульсацией магнитного потока вследствие зубчатого строения пакета якоря и др. Они не поддаются точному учёту и, в зависимости от наличия или отсутствия компенсационной обмотки, принимаются равными 0,5% или 1% от подводимой или полезной мощности.

Таким образом, полные потери в машине составляют $\Delta P = \Delta P_с + \Delta P_в + \Delta P_я + \Delta P_щ + \Delta P_{мх} + \Delta P_д$. Отсюда можно определить КПД машины в режиме генератора

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P},$$

где $P_2 = U_2 I_2$ – электрическая мощность на выходе генератора, и двигателя

$$\eta = \frac{P_1 - \Delta P}{P_1}.$$

В этих выражениях используется только легко измеряемая электрическая мощность и расчётные значения мощности потерь.

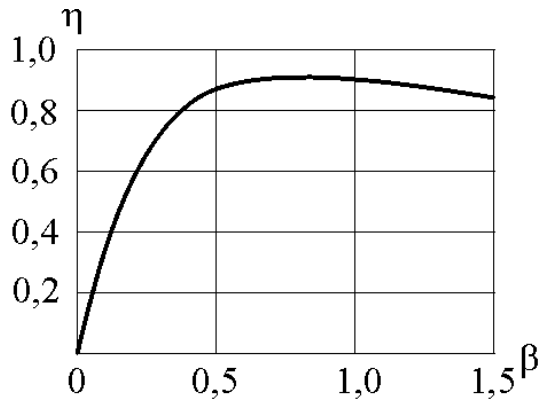


Рис. 12.11

Коэффициент полезного действия машин постоянного тока мощностью более 10 кВт составляет 0,85…0,96, причём большие значения соответствуют машинам большей мощности. У машин мощностью до 50 Вт он существенно меньше и составляет всего 0,15…0,5

Зависимость КПД от коэффициента нагрузки $\beta = P_2 / P_{2ном}$ у машин постоянного тока имеет такой же характер как у всех остальных машин (рис. 12.11). Он быстро снижается при малой нагрузке, поэтому недогруженную машину очень невыгодно эксплуатировать.

Вопросы для самопроверки

1. Что включают в основные потери?
2. Почему не учитываются магнитные потери в статоре?
3. Что включают в электрические потери в машине?
4. Что включают в механические потери в машине?
5. Что включают в добавочные потери в машине и как их учитывают?
6. Почему нельзя эксплуатировать недогруженную машину?

12.7. Характеристики двигателей постоянного тока

Для разработчиков и пользователей электрических приводов важнейшими характеристиками двигателей являются механические и регулировочные характеристики. Первые определяют реакцию двигателя на нагрузку, а вторые – на управляющее воздействие. У двигателей постоянного тока эти характеристики обладают целым рядом особенностей, определивших преимущественное использование этих двигателей в регулируемых высококачественных приводах.

Уравнение механической и регулировочной характеристики можно получить подстановкой выражений для противо-ЭДС (12.2) и вращающего момента (12.6) в уравнение (12.3)

$$n = \frac{U_{\text{я}}}{C_E \Phi} - \frac{R_{\text{я}} + R_{\text{д}}}{C_E C \Phi^2} M; \quad \Omega = \frac{U_{\text{я}}}{\Psi} - \frac{R_{\text{я}} + R_{\text{д}}}{\Psi^2} M \,. \qquad (12.7)$$

В уравнениях (12.7) три величины могут быть регулируемыми переменными: напряжение на якоре двигателя $U_{\text{я}}$, магнитный поток Ф или потокосцепление Ψ и добавочное сопротивление $R_{\text{д}}$, включённое последовательно в цепь якоря. При постоянных значениях этих величин уравнение (12.7) соответствует механическим характеристикам двигателя, т.е. зависимости $n(M)$. При постоянной нагрузке двигателя $M = M_{\text{с}} = \text{const}$ и вариации одной из трёх переменных мы получим соответствующие регулировочные характеристики – $n(U_{\text{я}})$, $n(\Phi)$ или $n(R_{\text{д}})$.

Механическая характеристика двигателя, полученная при номинальных значениях напряжения на якоре и тока обмотки возбуждения и отсутствии добавочного сопротивления $R_{\text{д}} = 0$, называется *естественной*. Все остальные механические характеристики называются *искусственными*.

12.7.1. Характеристики двигателей параллельного возбуждения

Электрическая цепь обмотки возбуждения двигателей параллельного возбуждения подключается параллельно цепи якоря (рис. 12.4, *б*). Если при этом управление двигателем производится таким образом, что напряжение в цепи обмотки возбуждения не зависит от напряжения якоря, то его характеристики будут идентичны двигателю с независимым (рис. 12.4, а) и с магнитоэлектрическим (рис. 12.4, а) возбуждением.

Уравнения механических и регулировочных характеристик двигателя соответствуют выражениям (12.7). Естественная и искусственные механические характеристики представляют собой прямые линии

$$n = n_0 - bM \,, \qquad (12.8)$$

где: $n_0 = \dfrac{U_{\text{я}}}{C_E \Phi}$ – скорость идеального холостого хода; $b = \dfrac{R_{\text{я}} + R_{\text{д}}}{C_E C \Phi^2}$. Линейность и отрицательный наклон механических характеристик обеспечивают

двигателю хорошую управляемость и устойчивость при работе с различными видами нагрузки.

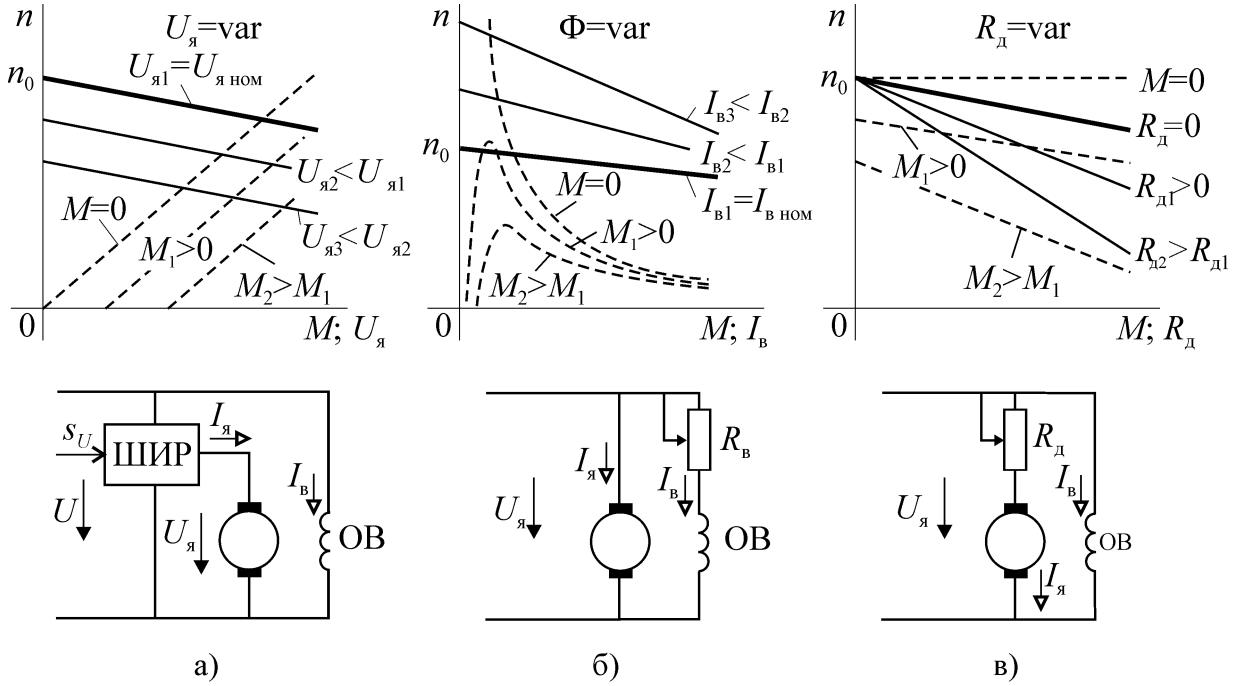
Скорость холостого хода двигателя не зависит от параметров цепи якоря и определяется только напряжением на якоре $U_я$ и величиной магнитного потока Ф. Коэффициент b определяет наклон или жёсткость механической характеристики. Чем меньше величина сопротивления в числителе выражения, тем жёстче механическая характеристика и тем меньше изменения скорости вращения при изменении нагрузки. Следовательно, максимальной жёсткостью обладает естественная механическая характеристика.

Полагая $n = 0$, из уравнения (12.8) можно определить пусковой момент двигателя $M_п = C\Phi U_я / (R_я + R_д)$.

Направление вращения двигателя определяется знаком скорости холостого хода и может изменяться путём изменения полярности напряжения питания якоря или обмотки возбуждения. В последнем случае изменится знак (полярность) магнитного потока Ф. Очевидно, что одновременное изменение полярности источников питания обеих цепей не приведёт к изменению направления вращения.

На рис. 12.12 показаны характеристики двигателя параллельного возбуждения при различных способах управления и схемы их реализации.

Управление двигателем путём изменения напряжения на его якоре, называемое также *якорным управлением*, является наиболее сложным и совершенным (рис. 12.12, *а*). При питании двигателя от источника постоянного тока U его обычно реализуют с помощью широтно-импульсного регулятора (ШИР) (см. разделы 5.3.3 и 5.4.3). Среднее значение выходного напряжения ШИР является близкой к линейной функцией сигнала управления $U_я \approx k \cdot s_U$.



а) б) в)

Рис. 12.12

Механические и регулировочные характеристики двигателя при якорном управлении линейны, что очень важно для реализации высококачественных приводов. Регулирование производится вниз от номинальной скорости вращения при постоянной жёсткости механических характеристик, равной жёсткости естественной характеристики. Диапазон регулирования при этом максимален вплоть до нулевой скорости вращения. В случае использования реверсивного широтно-импульсного регулятора скорость вращения можно регулировать в пределах $+n_{\text{ном}} \ldots - n_{\text{ном}}$.

Основным недостатком якорного управления является относительно большая мощность регулятора, т.к. он работает в цепи якоря, мощность которой в 3…4 раза больше мощности цепи обмотки возбуждения.

Регулирование скорости вращения выше номинальной в двигателях с электромагнитным возбуждением, если это возможно по условиям эксплуатации двигателя, осуществляется изменением величины магнитного потока главных полюсов и называется *полюсным управлением*.

Оно реализуется путём изменения тока обмотки возбуждения. В простейшем варианте это осуществляется с помощью включённого последовательно с обмоткой реостата (рис. 12.12, *б*). При необходимости автоматического или дистанционного управления для регулирования используют широтно-импульсный регулятор, аналогично схеме якорного управления рис. 12.12, *а*. В случае питания цепи возбуждения от источника переменного тока для регулирования используют управляемый выпрямитель.

Механические характеристики при полюсном управлении линейны, но сильная (квадратичная) зависимость жёсткости $1/b$ от величины магнитного потока приводит к тому, что она заметно уменьшается с ростом скорости вращения (рис. 12.12, *б*) и двигатель сильнее реагирует на изменения момента нагрузки.

Регулировочные характеристики двигателя при полюсном управлении принципиально нелинейны. При нулевом моменте нагрузки регулировочная характеристика представляет собой гиперболу, а при нагрузке отличной от нуля – кривую второго порядка, имеющую максимум в области малых токов возбуждения. Нелинейность и неоднозначность регулировочных характеристик являются большими недостатками полюсного управления, которые нужно учитывать при разработке и эксплуатации. Достоинствами этого способа являются возможность получения при номинальном напряжении питания скоростей вращения, превышающих номинальную скорость, а также относительно малая мощность, расходуемая при регулировании.

Третий способ регулирования скорости вращения реализуется включением реостата в цепь якоря двигателя (рис. 12.12, *в*).

Оба вида характеристик при этом линейны, но регулирование возможно только в области скоростей вращения ниже номинальной. С увеличением сопротивления $R_{\text{д}}$ жёсткость механических характеристик быстро уменьшает-

ся, а потери растут, т.к. через реостат протекает весь ток якоря двигателя. Диапазон регулирования зависит от нагрузки и при малом моменте регулирование становится вообще невозможным. Единственным достоинством этого способа является простота реализации, но в современных приводах он находит применение только в устройствах ограничения пусковых токов.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое механические характеристики?
2. Какие способы регулирования скорости вращения возможны для двигателей постоянного тока?
3. Что такое естественная (искусственная) механическая характеристика?
4. Что такое жёсткость механической характеристики?
5. Какие параметры определяют жёсткость механической характеристики двигателя независимого возбуждения?
6. Какая механическая характеристика двигателя независимого возбуждения обладает максимальной жёсткостью?
7. Какие параметры определяют пусковой момент двигателя независимого возбуждения?
8. Как изменить направление вращения двигателя независимого возбуждения?
9. Какой вид имеют регулировочные характеристики двигателя независимого возбуждения при якорном управлении?
10. В каком диапазоне можно регулировать скорость вращения двигателя независимого возбуждения при якорном управлении?
11. Какими средствами реализуется регулирование скорости вращения двигателя независимого возбуждения при якорном управлении?
12. Какими средствами реализуется регулирование скорости вращения двигателя независимого возбуждения при полюсном управлении?
13. В каком диапазоне можно регулировать скорость вращения двигателя независимого возбуждения при полюсном управлении?
14. Укажите достоинства и недостатки якорного управления двигателем независимого возбуждения?
15. Укажите достоинства и недостатки полюсного управления двигателем независимого возбуждения?
16. Укажите достоинства и недостатки управления двигателем независимого возбуждения с помощью реостата в цепи якоря?

12.7.2.Тормозные режимы двигателей параллельного возбуждения

Тормозные режимы в электрических машинах возникают при изменении знака вращающего момента или скорости вращения. Механическая мощность машины при этом становится отрицательной, т.е. вращение ротора происходит за счёт энергии нагрузки на валу машины. Следовательно, тор-

мозные режимы соответствуют участкам механических характеристик, расположенным во втором и в четвёртом квадрантах (рис. 12.13).

Торможение с отдачей энергии в сеть или *рекуперативное торможение* двигателя соответствует встречному направлению протекания тока в якоре по отношению к напряжению (участок *ab* на рис. 12.13). Из выражения (12.4) это соответствует условию $E_я > U_я \Leftrightarrow C_E n\Phi > U_я \Rightarrow n > U_я / (C_E\Phi) = n_0$, которое можно выполнить либо повышением скорости вращения, либо понижением значения скорости холостого хода n_0. В первом случае двигатель разгоняется за счёт вращающего момента, действующего на вал двигателя со стороны нагрузки и может находиться в этом режиме длительное время, например, при движении транспортного средства под уклон. Во втором – скорость холостого хода понижается путём понижения напряжение на якоре $U_я$ или увеличения тока возбуждения, т.е. увеличения магнитного потока главных полюсов Ф. Это может происходить при якорном или полюсном регулировании скорости вращения. Переход в генераторный режим в этом случае носит кратковременный характер, и после снижения скорости машина возвращается в двигательный режим.

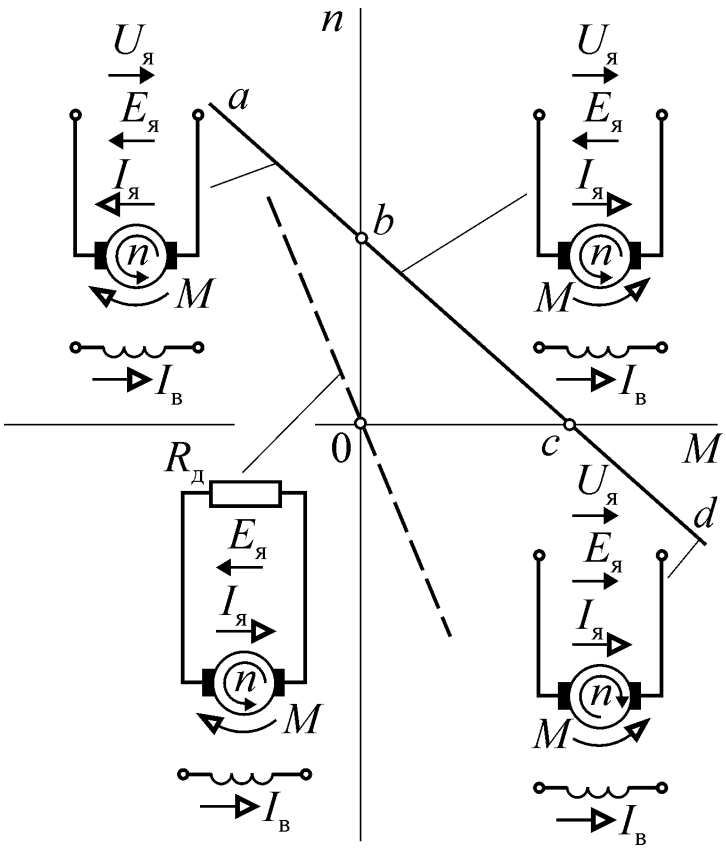


Рис. 12.13

Режим *электромагнитного тормоза или торможения противовключением* (участок *cd* на рис. 12.13) соответствует согласному направлению действия ЭДС и напряжения якоря, т.е. переход в этот режим возможен при изменении полярности одной из величин. В соответствии с (12.2), направление действия ЭДС якоря зависит от направления вращения и направления магнитного потока главных полюсов машины. Направление вращения двигателя может измениться при увеличении момента нагрузки до значения, превышающего пусковой момент $M_с > M_п$. Тогда двигатель вначале остановится, а затем изменит направление вращения и перейдёт в тормозной режим. Длительная работа в этом режиме опасна, т.к. при этом вся энергия, получаемая двигателем от источника питания и от нагрузки, рассеивается в нём в виде тепла. Кратковременно режим торможения

формируют при остановке и при реверсе. Для этого изменяют полярность питания якоря или обмотки возбуждения. После чего двигатель останавливается и, если при этом питание не отключается, а $M_{\text{с}} < M_{\text{п}}$, то разгоняется в противоположном направлении. Согласное действие ЭДС и напряжения питания при торможении и реверсировании создаёт в цепи якоря ток, многократно превышающий номинальное значение. Поэтому при переходе в тормозной режим для ограничения тока в цепь якоря включают добавочное сопротивление.

Очень эффективным и часто используемым на практике является режим *динамического торможения*. Он формируется путём отключения цепи якоря от источника питания и замыкания её на добавочное сопротивление (рис. 12.13). Уравнение механической характеристики для этого режима работы получается из (12.7) при условии $U_{\text{я}} = 0$

$$n = -\frac{R_{\text{я}} + R_{\text{д}}}{C_E C \Phi^2} M \ . \qquad (12.9)$$

Выражение (12.9) является уравнением прямой линии, проходящей через начало координат и расположенной во втором и четвёртом квадрантах (штриховая линия на рис. 12.13). Название этого вида торможения связано с тем, что тормозной момент возникает только в динамике, т.е. при вращении якоря.

Режим динамического торможения является генераторным режимом, в котором механическая энергия, подведённая к ротору со стороны нагрузки, преобразуется в электрическую энергию, а затем рассеивается в виде тепла в активных сопротивлениях цепи якоря.

Эффективность торможения при прочих равных условиях зависит от величины добавочного сопротивления $R_{\text{д}}$. Оно уменьшает жёсткость тормозной характеристики и ограничивает тем самым тормозной момент и ток в цепи якоря. Кроме того, на добавочном сопротивлении рассеивается часть энергии, которая в противном случае рассеивалась бы в обмотке якоря.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите возможные режимы торможения двигателей независимого возбуждения.
2. По какому признаку можно определить тормозной режим на механической характеристике?
3. Как перевести двигатель независимого возбуждения в режим рекуперативного (динамического) торможения?
4. Как перевести двигатель независимого возбуждения в режим торможения противовключением?
5. Почему в режиме противовключения ток двигателя превосходит пусковой ток?

6. Во что преобразуется кинетическая энергия вращающихся масс при динамическом (рекуперативном) торможении?
7. Какой режим торможения является оптимальным с точки зрения преобразования энергии?

12.7.3. Характеристики двигателей последовательного возбуждения

Двигатель последовательного возбуждения отличается от двигателя параллельного возбуждения наличием электрической связи между цепями якоря и возбуждения $I_в = I_я$. Поэтому уравнение механической характеристики можно получить из уравнения (12.7), если ввести в него эту зависимость. Полагая магнитную цепь двигателя ненасыщенной, определим магнитный поток главных полюсов машины как $\Phi = kI_в = kI_я$, где k – некоторый постоянный коэффициент. Тогда электромагнитный момент и поток двигателя из (12.6) будут равны

$$M = C\Phi I_я = CkI_я^2 \Rightarrow \Phi = \sqrt{Mk/C}. \qquad (12.10)$$

Подставляя выражение для Ф в уравнение (12.7), получим

$$n = q\left(\frac{U}{\sqrt{M}\sqrt{Ck}} - \frac{R_я + R_д}{Ck}\right); \quad \Omega = \frac{U}{\sqrt{M}\sqrt{Ck}} - \frac{R_я + R_д}{Ck}, \qquad (12.11)$$

где $q = C/C_E = 60/(2\pi)$.

Из уравнения (12.11) следует, что механические характеристики двигателя последовательного возбуждения нелинейны. Причём, при уменьшении момента нагрузки $M \to 0$ скорость вращения стремится к бесконечности, что создаёт опасность разрушения двигателя при малых нагрузках и принципиальную невозможность создания режима холостого хода, а также режима рекуперативного торможения.

При увеличении нагрузки $M \to \infty$ и скорость вращения стремится к асимптоте с ординатой $n_\infty = -q\dfrac{R_я + R_д}{Ck}$.

При пуске ЭДС вращения равна нулю и ток в цепи ограничивается только сопротивлениями последовательно соединённых обмоток и добавочным сопротивлением $I_я = U/(R_я + R_д + R_в)$. Тогда из (12.10) пусковой момент двигателя – $M_п = Ck\left(\dfrac{U}{R_я + R_д + R_в}\right)^2$.

Механические характеристики двигателей последовательного возбуждения имеют гиперболический характер (рис. 12.14) и обеспечивают устойчивую работу практически при любом характере нагрузки.

Поскольку у двигателей последовательного возбуждения вращающий момент $M \equiv I_я^2$, а у двигателей параллельного возбуждения $M \equiv I_я$, то при той же кратности пускового тока двигатель последовательного возбуждения будет развивать значительно больший момент. Кроме того, у двигателей па-

раллельного возбуждения естественная механическая характеристика жёсткая ($\Omega \approx \text{const}$) и можно считать, что мощность на валу приблизительно пропорциональна моменту $P_2 = \Omega M \equiv M$. В то время как у двигателей последовательного возбуждения $n \approx U/\sqrt{M} \Rightarrow P_2 \equiv \sqrt{M}$ и при изменении нагрузочного момента в широких пределах мощность меняется существенно меньше, чем у двигателей параллельного возбуждения. Поэтому для двигателей последовательного возбуждения перегрузки по моменту менее опасны и эти двигатели имеют существенные преимущества при эксплуатации в приводах с тяжёлыми условиями пуска и изменений нагрузки. До недавнего времени они широко применялись в электротранспорте и в подъемно-транспортных механизмах, но с развитием преобразовательной техники их всё чаще заменяют более надёжными и дешёвыми асинхронными двигателями.

Регулирование скорости вращения двигателей последовательного возбуждения возможно теми же способами, что и двигателей параллельного возбуждения.

На рис. 12.14, *а* показаны характеристики и схема регулирования скорости двигателя с помощью управляемого выпрямителя (УВ), питающегося от сети переменного тока. При уменьшении напряжения характеристики становятся «мягче», пусковой момент уменьшается, но положение асимптоты, к которой стремится скорость вращения при увеличении нагрузки, сохраняется.

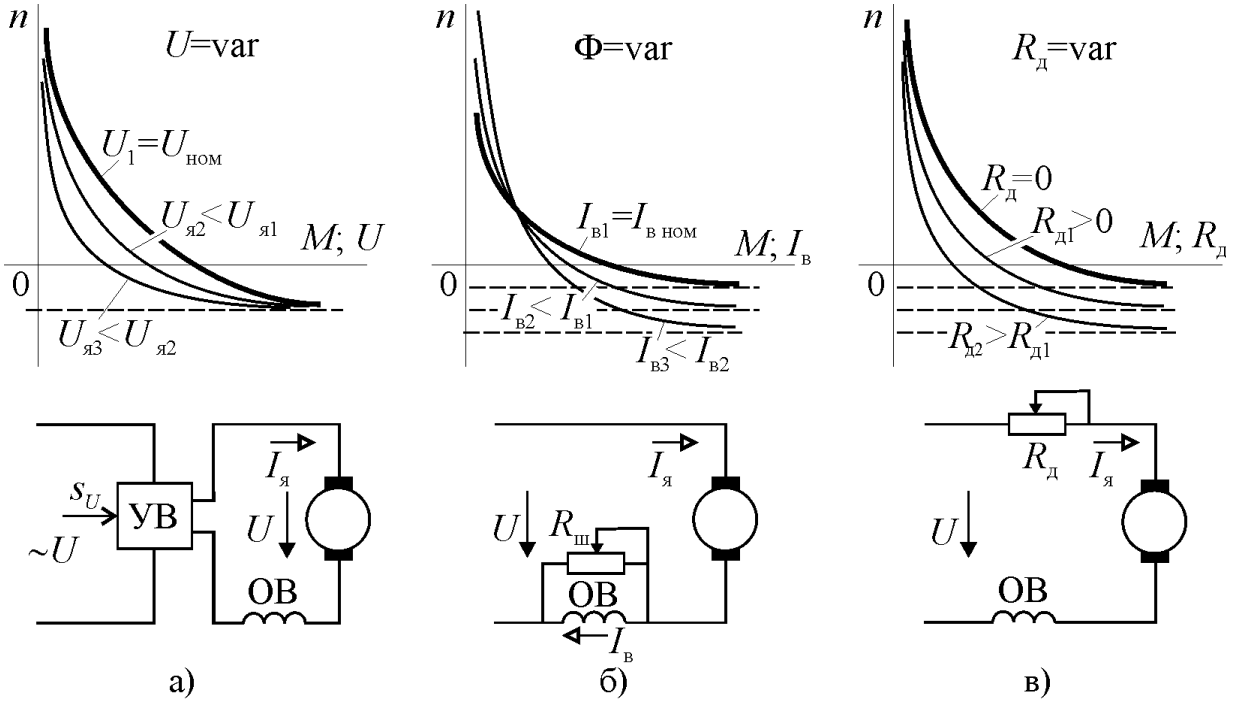


Рис. 12.14

Управление магнитным потоком в двигателях последовательного возбуждения обычно осуществляют с помощью реостата $R_ш$, шунтирующего об-

мотку возбуждения. При уменьшении сопротивления шунта ток в обмотке возбуждения уменьшается. Механические характеристики становятся мягче, и асимптота скорости вращения смещается вниз.

Похожая картина наблюдается при увеличении добавочного сопротивления $R_д$, с той лишь разницей, что искусственные характеристики не пересекают естественную характеристику.

12.7.4. Тормозные режимы двигателей последовательного возбуждения

Перевод двигателя последовательного возбуждения в генераторный режим вращающим моментом нагрузки невозможен, т.к. скорость холостого хода у него равна бесконечности, что выражается в отсутствии участка механической характеристики во втором квадранте. Поэтому рекуперативное торможение осуществляют переключением обмотки возбуждения на параллельное соединение.

Режимы торможения противовключением и динамического торможения можно получить также как в двигателях параллельного возбуждения.

12.7.5.Характеристики двигателей смешанного возбуждения

Двигатели последовательного возбуждения имеют ряд преимуществ перед двигателями с параллельным возбуждением, но опасность разрушения двигателя при малых нагрузках, а также некоторая сложность режима рекуперации энергии заставляют принимать меры, исключающие эти недостатки.

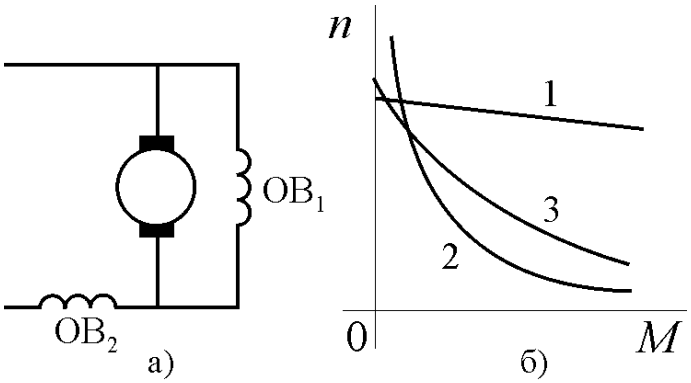


Рис. 12.15

Для этого на полюсах двигателя наматывают две обмотки. Одну из них включают параллельно обмотке якоря $ОВ_1$, а другую – последовательно $ОВ_2$ (рис. 12.15, *а*). В зависимости от числа витков и величины тока в обмотках соотношение МДС обмоток может быть разным. Обычно МДС одной из обмоток в номинальном режиме составляет около 70% общей МДС, и эта обмотка считается основной. Кроме того, обмотки могут быть включены согласно или встречно. При всех этих комбинациях получаются различные характеристики и свойства двигателя. Наиболее часто встречаются двигатели, у которых обмотки соединены согласно и основной является параллельная обмотка.

Механическая характеристика двигателя смешанного возбуждения *3* представляет собой нечто среднее между характеристиками двигателей параллельного *1* и последовательного *2* возбуждения (рис. 12.15, *б*). Она позволяет получить значительный пусковой момент и обеспечивает устойчивую работу при любом характере нагрузки двигателя. При этом исключается возможность чрезмерного повышения скорости вращения при холостом ходе.

Используя шунтирующие и добавочные сопротивления в цепях обмоток возбуждения можно получить практические любую промежуточную механическую характеристику.

Вопросы для самопроверки

1. Чем объясняется увеличение скорости вращения двигателя последовательного возбуждения при уменьшении нагрузки на валу?
2. Почему в двигателях последовательного возбуждения невозможно создать режим рекуперативного торможения повышением скорости вращения?
3. Укажите достоинства, недостатки и область применения двигателей последовательного возбуждения.
4. Как реализуют рекуперативное (динамическое) торможение в двигателях последовательного возбуждения?
5. Как реализуют реверсирование в двигателях последовательного возбуждения?
6. Какое включение обмоток чаще всего используется в двигателях смешанного возбуждения?

12.8. Исполнительные двигатели постоянного тока

В системах автоматики и телемеханики находят широкое применение исполнительные двигатели постоянного тока. Это связано с тем, что двигатели постоянного тока позволяют просто, плавно и экономично регулировать скорость вращения в очень широком диапазоне. При этом они устойчиво работают при любых скоростях вращения и любом характере нагрузки. По массе и габаритам они в два-три раза меньше асинхронных двигателей.

Основным недостатком двигателей постоянного тока, ограничивающим область их применения, является наличие коллектора и щёток. Искрение при работе коллектора приводит к подгоранию контактов, изменению их переходного сопротивления и, как следствие, к нестабильности характеристик двигателя. Это требует систематического ухода за коллектором и щётками в процессе эксплуатации и снижает надёжность узлов и агрегатов, в которых используются двигатели.

Кроме того, из-за искрения коллекторные двигатели нормального исполнения не могут работать во взрывоопасных средах и требуют установки устройств подавления радиопомех, возникающих при их работе.

По конструкции исполнительные двигатели делятся на двигатели обычного исполнения, двигатели с беспазовым якорем и малоинерционные двигатели.

Двигатели обычного исполнения отличаются от силовых двигателей постоянного тока только тем, что имеют шихтованный магнитопровод статора. Это связано с необходимостью минимизации потерь в стали, т.к. эти двигатели значительную часть времени работают в переходных режимах с изменяющимся основным магнитным потоком.

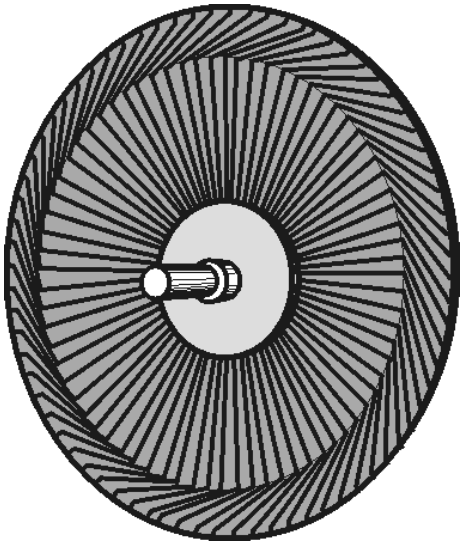


Рис. 12.16

Двигатели с беспазовым якорем отличаются от обычных двигателей тем, что обмотка якоря располагается на цилиндрической поверхности якоря. Это увеличивает воздушный зазор двигатели и требует увеличения тока возбуждения, но позволяет существенно снизить индуктивность обмотки якоря и за счёт этого улучшить условия коммутации. Кроме того, беспазовая конструкция позволяет уменьшить момент инерции якоря и увеличить быстродействие двигателя.

Одним из недостатков двигателей постоянного тока обычного исполнения является относительно большой момент инерции якоря, снижающий их быстродействие. Для уменьшения момента инерции якоря применяются различные конструктивные решения, одним из которых является использование обмотки якоря изготовленной печатным способом на немагнитном диске или цилиндре. Такая конструкция значительно повышает технологичность изготовления якоря и существенно снижается его момент инерции, т.к. якорь представляет собой лёгкий тонкий немагнитный диск или цилиндр, на который нанесена обмотка в виде тонких полос медной фольги (рис. 12.16). Малая индуктивность обмотки улучшает условия коммутации, а отсутствие ферромагнитного сердечника якоря исключает потери в стали. Однако якорь с печатной обмоткой имеет малую механическую и термическую прочность, что может вызывать его коробление и отказ двигателя в работе. Другим существенным недостатком является большой немагнитный промежуток, состоящий из двух воздушных зазоров и толщины якоря. Поэтому двигатели с печатным якорем возбуждаются постоянными магнитами, т.к. использование обмотки возбуждения привело бы к значительным потерям в ней, из-за необходимости создания больших МДС (токов) для проведения потока через большой немагнитный участок магнитной цепи. Кроме того, это существенно увеличило бы массу и габариты двигателя.

Обмотку якоря малоинерционных двигателей выполняют также на немагнитных дисках или цилиндрах, но делают это обычным проводом с последующей заливкой полимерным составом. В результате образуется монолитный цилиндр или диск с проводниками обмотки, расположенными внутри. Такая технология более сложная и трудоёмкая, чем печатная, но позволяет увеличить механическую прочность конструкции якоря.

Вопросы для самопроверки

1. Чем объясняется широкое применение двигателей постоянного тока в устройствах автоматики?

2. Что ограничивает применение исполнительных двигателей постоянного тока?
3. Чем отличаются исполнительные двигатели постоянного тока от двигателей общего применения?
4. Какие конструкции ротора используются в исполнительных двигателях постоянного тока?

12.9. Коллекторные двигатели переменного тока

Вращающий момент двигателя создаётся в результате взаимодействия тока, протекающего в обмотке якоря, с магнитным полем главных полюсов. При изменении направления тока якоря или полярности магнитного поля направление действия вращающего момента меняется на противоположное, что и используется для изменения направления вращения. В случае одновременного изменения направлений тока в обмотке якоря $i_я$ и в обмотке возбуждения $i_в$ вращающий момент будут действовать в прежнем направлении. Поэтому, если двигатель постоянного тока подключить к сети переменного тока, то он будет работать, создавая вращающий момент m, изменяющийся во времени по синусоидальному закону с двойной частотой по отношению к частоте сети и с некоторым постоянным средним значением M (рис. 12.17).

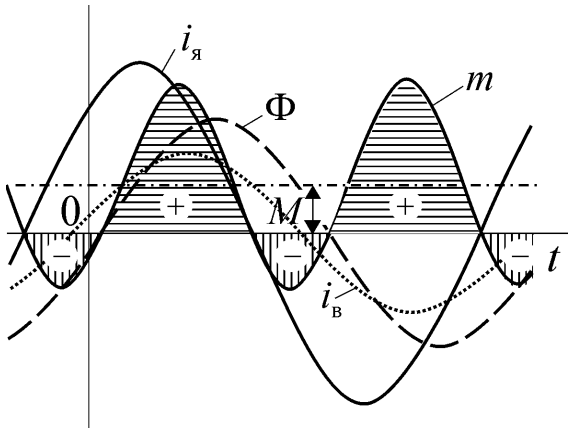


Рис. 12.17

Момент инерции ротора сглаживает пульсации скорости вращения, вызванные пульсациями момента, и двигатель вращается с практически постоянной скоростью, развивая момент равный среднему значению.

В отличие от двигателя постоянного тока магнитный поток коллекторного двигателя переменный, поэтому сердечник статора должен быть шихтованным.

Пренебрегая потерями в магнитопроводе и вихревыми токами в короткозамкнутых витках обмотки якоря, можно считать, что величина среднего значения момента зависит от сдвига фаз между токами обмотки якоря и обмотки возбуждения. При нулевом сдвиге фаз вращающий момент будет всегда положительным с максимально возможным средним значением. Величина фазового сдвига зависит от многих факторов, но, при прочих равных условиях, у двигателей с параллельным возбуждением она существенно больше, чем у двигателей с последовательным возбуждением. Поэтому коллекторные двигатели переменного тока с параллельным возбуждением практически не применяются.

Переменный магнитный поток наводит в коммутируемых секциях коллекторного двигателя трансформаторную ЭДС, компенсировать которую с

помощью дополнительных полюсов можно только для какой-либо одной скорости вращения. Поэтому условия коммутации в этих двигателях значительно хуже, чем в двигателях постоянного тока.

Характеристики и свойства коллекторных двигателей переменного тока аналогичны характеристикам двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением. Маломощные двигатели находят широкое применение в промышленных и бытовых устройствах, где требуется получить высокие скорости вращения (до 30000 об/мин) и возможность плавного регулирования скорости в большом диапазоне.

Вопросы для самопроверки

1. Будет ли двигатель постоянного тока создавать вращающий момент, если его подключить к источнику питания переменного тока?
2. Чем отличается конструкция статора коллекторного двигателя переменного тока от конструкции статора двигателя постоянного тока?
3. Почему в коллекторных двигателях переменного тока в основном используется схема с последовательным включением обмотки возбуждения?
4. Почему условия коммутации в двигателе переменного тока хуже, чем в двигателе постоянного тока?
5. Укажите достоинства, недостатки и область применения коллекторных двигателей переменного тока.

13. Основы электропривода

Большинство современных машин, механизмов, агрегатов приводится в движение электрическими двигателями, т.е. имеет *электрический привод*. В каждом таком устройстве требуется обеспечить линейное, вращательное или более сложное движение рабочего органа с заданными координатами: положением, скоростью и/или ускорением. Это создаёт бесконечное разнообразие задач, решение которых осуществляется очень ограниченным набором серийно изготавливаемых двигателей. В общем случае получение требуемых характеристик возможно путём регулирования параметров электрической энергии источника питания двигателя и регулирования параметров механической энергии, передаваемой рабочему органу. Управление потоком электрической энергии осуществляется различными преобразователями: трансформаторами, выпрямителями, инверторами, преобразователями частоты и т.п. Преобразование параметров движения ротора двигателя осуществляется системой механической передачи: редукторами, кулисными, кулачковыми, кривошипно-шатунными и др. механизмами, различными фиксирующими и тормозными устройствами. Для управления требуется также информация о регулируемых координатах и параметрах, а также устройство её обработки, формирующее воздействия на регулируемые объекты. Таким образом, со-

временный электрический привод является сложной электромеханической системой, состоящей из электродвигателя, преобразовательного, передаточного и управляющего устройств, предназначенных для приведения в движение рабочего органа машины и управления этим движением.

В последнее время в связи с развитием полупроводниковых преобразователей электрической энергии наметилась тенденция к отказу от использования механических передач для формирования и управления движением. Во многих случаях такой *безредукторный привод* позволяет получить характеристики, которые сложно или невозможно получить в приводах с механическими передачами. Кроме того, отказ от сложной механики позволяет существенно уменьшить стоимость, массу и габариты привода, повысить надёжность и срок службы.

Теория электропривода является самостоятельной инженерной дисциплиной и специальностью, поэтому в данном курсе мы ограничимся только ознакомлением с основными вопросами.

13.1. Уравнение движения электропривода

При работе двигателя на его вал действуют электромагнитный момент M, момент нагрузки $M_{\text{с}}$ и динамический момент $M_{\text{д}} = Jd\Omega/dt$

$$M - M_{\text{с}} = Jd\Omega/dt \qquad (13.1)$$

где: J – момент инерции движущихся тел, присоединённых к валу двигателя; Ω – угловая скорость вращения.

Выражение (13.1) называется *уравнением движения привода*. Если момент, развиваемый двигателем, больше момента нагрузки $M > M_{\text{с}}$, то $d\Omega/dt > 0$ и привод ускоряется. В случае $M < M_{\text{с}} \Rightarrow d\Omega/dt < 0$ и происходит замедление привода. При равенстве моментов $M = M_{\text{с}}$ ускорение привода равно нулю и он работает в установившемся режиме.

В общем случае вращающие моменты двигателя и нагрузки могут иметь любые знаки, и их выбор зависит от условий работы привода. Момент считается положительным, если он действует в направлении вращения. Поэтому при переходе двигателя в режим рекуперативного торможения знак момента M в (13.1) будет отрицательным. В то же время, момент нагрузки может быть положительным, например, при спуске груза, подвешенного на валу двигателя, т.к. в этом случае он действует в направлении вращения.

Динамический или инерционный момент проявляется в переходных режимах работы и всегда действует встречно, препятствуя ускорению или замедлению привода.

Уравнение (13.1) позволяет определить скорость вращения Ω, а также угловое ускорение $d\Omega/dt$ и угловое положение $\vartheta = \int \Omega dt$ вала двигателя, если известен момент инерции движущихся тел и вращающие моменты двигателя и нагрузки. Если рабочий орган присоединён непосредственно к валу двигателя, то момент инерции в (13.1) будет равен сумме моментов инерции

ротора двигателя и рабочего органа, а момент нагрузки – моменту, создаваемому рабочим органом. Сложнее дело обстоит, если рабочий орган присоединён к двигателю через механическую передачу, например, через одноступенчатый редуктор (рис. 13.1). В этом случае момент инерции и вращающий момент рабочего органа нужно привести к валу двигателя.

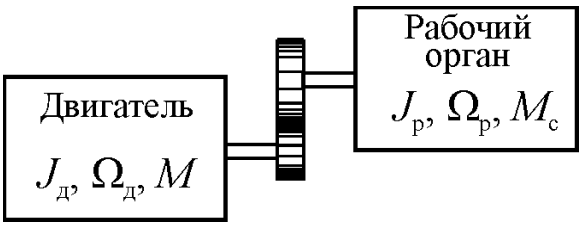


Рис. 13.1

Пренебрегая потерями энергии в редукторе, из условия сохранения мощности получим значение приведённого или расчётного момента нагрузки

$$M'_с\Omega_д = M_с\Omega_р \;\Rightarrow\; M'_с = M_с\Omega_р/\Omega_д = M_с/k, \qquad (13.2\text{ а})$$

где $k = \Omega_д/\Omega_р$ – передаточное число редуктора.

Если рабочий орган перемещается поступательно со скоростью $v_р$ и создаёт при этом нагрузку на передачу в виде силы $F_с$, то таким же образом можно определить величину создаваемого им момента на валу двигателя

$$M'_с\Omega_д = F_с v_р \;\Rightarrow\; M'_с = F_с v_р/\Omega, \qquad (13.2\text{ б})$$

Момент инерции рабочего органа приводится к валу двигателя при условии сохранения кинетической энергии

$$J'_р\Omega_д^2/2 = J_р\Omega_р^2/2 \;\Rightarrow\; J'_р = J_р\left(\Omega_р/\Omega_д\right)^2 = J_р/k^2. \qquad (13.3\text{ а})$$

При поступательном движении к валу двигателя приводится движущаяся масса рабочего органа

$$J'_р\Omega_д^2/2 = m_р v_р^2/2 \;\Rightarrow\; J'_р = m_р\left(v_р/\Omega_д\right)^2. \qquad (13.3\text{ б})$$

Полный момент инерции привода равен $J = J_д + J'_р$.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое уравнение движения привода?
2. Что такое динамический вращающий момент?
3. Что такое передаточное число редуктора?
4. Как приводится к валу двигателя вращающий момент, действующий на рабочий орган механизма, приводимого во вращение?
5. Как приводится к валу двигателя сила, действующая на поступательно движущийся рабочий орган?
6. Как приводится к валу двигателя момент инерции (масса) рабочего органа?

13.2. Ускорение и замедление привода

Длительность переходных режимов привода имеет большое значение для практики. Она может быть определена интегрированием уравнения (13.1). Разделяя переменные, получим

$$dt = Jd\Omega/\left(M - M_{\text{с}}\right). \qquad (13.4)$$

Отсюда время изменения скорости вращения от Ω_1 до Ω_2

$$t = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} Jd\Omega/\left(M - M_{\text{с}}\right). \qquad (13.5)$$

В общем случае вращающие моменты и момент инерции в (13.5) являются функциями скорости вращения, и интегрирование может быть сложной задачей. В простейшем же случае при $M \approx \text{const}$, $M_{\text{с}} \approx \text{const}$, $J = \text{const}$ –

$$t = J\left(\Omega_2 - \Omega_1\right)/\left(M - M_{\text{с}}\right). \qquad (13.6)$$

На рис. 13.2 показаны графики пуска *а* и торможения *б* привода при постоянных значениях моментов двигателя и нагрузки. При торможении момент двигателя действует встречно по отношению к направлению вращения и поэтому имеет отрицательный знак.

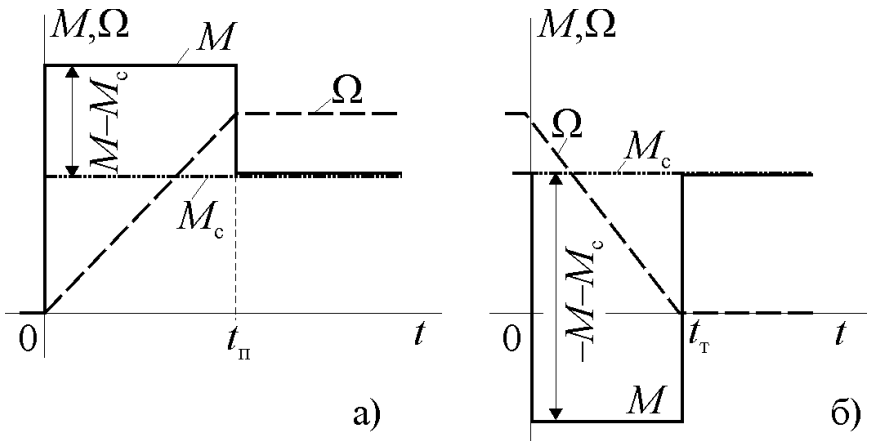


Рис. 13.2

Выражением (13.6) можно воспользоваться и в более сложных случаях. Например, при расчёте времени пуска асинхронного двигателя. Для этого нужно разделить механическую характеристику на участки Δ_Ω, в пределах которых можно считать динамический момент постоянным $M_{дk} = M - M_{\text{с}}$ (рис. 13.3), а затем, рассчитав для каждого участка время $t_k = J\Delta_\Omega / M_{дk}$, построить ломаную линию разгона. Для сравнения на рис. 13.3 штриховой линией показана также кривая, полученная интегрированием (13.5). Погрешность дискретизации здесь меньше погрешности представления механической характеристики двигателя по справочным данным.

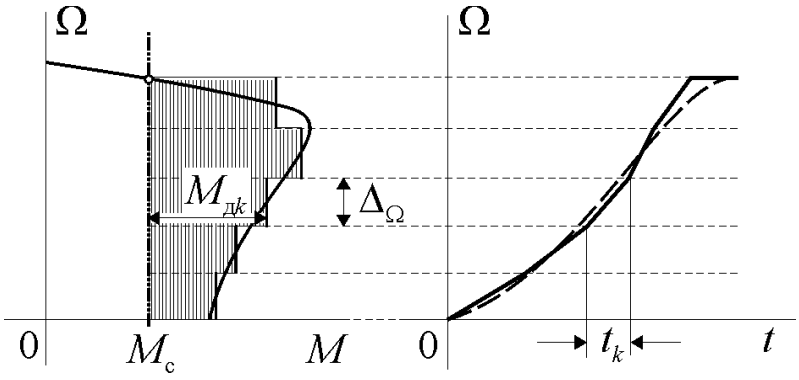


Рис. 13.3

Вопросы для самопроверки

1. От чего зависит время разгона (торможения) привода?
2. Как определяются знаки вращающих моментов в уравнении движения привода?
3. Как построить линию разгона двигателя графоаналитическим методом?

13.3. Нагрев и охлаждение двигателей

В процессе работы двигателя происходит нагрев различных элементов его конструкции, связанный с потерями энергии при преобразовании. Нагревается магнитопровод в результате перемагничивания и протекания вихревых токов, нагреваются обмотки протекающим по ним током, нагреваются от трения подшипники и вал. Увеличение нагрузки двигателя приводит к увеличению потерь в его обмотках и к увеличению их нагрева.

Способность материалов выдерживать нагревание без существенного изменения свойств называется термостойкостью. Она определяется допустимой температурой нагрева или допустимым превышением температуры над температурой окружающей среды. Наихудшей термостойкостью из всех элементов конструкции двигателя обладает электрическая изоляции, поэтому именно она определяет допустимую нагрузку машины. Чем выше термостойкость изоляции, тем больше удельная мощность двигателя, т.е. тем большую нагрузку допускает двигатель при тех же габаритах. С другой стороны, температура двигателя определяется выделяющимся в нём теплом и условиями теплоотвода. Поэтому нагрузку двигателя можно увеличить, если улучшить теплоотвод, например, за счёт принудительной вентиляции.

По термостойкости изоляция электрических машин делится на семь классов. В настоящее время в двигателях применяется изоляция классов *E*, *B* и *F* с предельно допустимыми температурами 120 C, 130 °C и 155 °C соответственно.

Теплообмен в машине является сложнейшим часто неформализуемым физическим процессом и может рассматриваться в общем виде только при определённых упрощениях, главным из которых является представление двигателя однородным телом с бесконечной теплопроводностью. В этом случае уравнение теплового баланса имеет вид

$$Qdt = A\theta dt + Cd\theta, \qquad (13.7)$$

где $Q = \Delta P$ – количество теплоты, выделяемое двигателем в единицу времени (мощность потерь в двигателе); A – теплоотдача, т.е. количество теплоты, отдаваемой двигателем в окружающую среду в единицу времени при разности температур двигателя и среды в 1 °C; C – теплоёмкость двигателя, т.е. количество теплоты, необходимое для повышения температуры двигателя на 1 °C; $\theta = \vartheta_д - \vartheta_с$ – превышение температуры двигателя $\vartheta_д$ над температурой окружающей среды $\vartheta_с$.

Решением уравнения (13.7) является функция

$$\theta = \theta_{\text{у}}\left(1 - e^{-t/T}\right) + \theta_0 e^{-t/T}, \qquad (13.8)$$

где: θ_0, $\theta_{\text{у}} = Q/A$ – начальное и установившееся (конечное) значения превышения температуры двигателя над температурой окружающей среды; $T = C/A$ – тепловая постоянная времени двигателя.

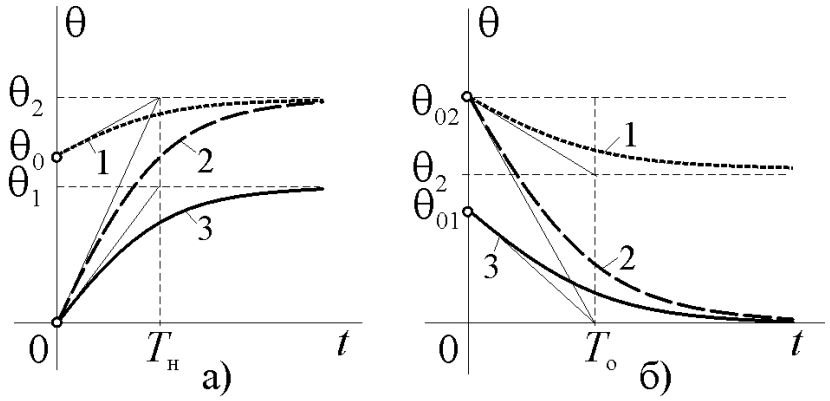


Рис. 13.4

Выражение (13.8) соответствует как процессу нагревания, так и охлаждения двигателя. Необходимо только подставлять в него соответствующие значения. В случае нагревания от температуры окружающей среды ($\theta_0 = 0$) и охлаждения до этой температуры ($\theta_{\text{у}} = 0$) выражение (13.8) упрощается и принимает вид

$$\theta = \theta_{\text{у}}\left(1 - e^{-t/T_{\text{н}}}\right), \qquad (13.9\ \text{а})$$

$$\theta = \theta_0 e^{-t/T_{\text{о}}}. \qquad (13.9\ \text{б})$$

Длительность нагревания или охлаждения не зависит от начальных и конечных значений температуры и определяется только постоянной времени, т.е. соотношением теплоёмкости двигателя и теплоотдачи. На рис. 13.4 показаны кривые нагрева *а* и охлаждения *б* двигателя при разных начальных условиях и мощности потерь. При изменении нагрузки (кривые *1*), а также при включении и отключении двигателя с различной нагрузкой (кривые *2* и *3*) нагрев и охлаждение происходит за время $\approx 3T_{\text{н}}$ и $\approx 3T_{\text{о}}$. У машин малой и средней мощности постоянная времени составляет несколько минут или десятков минут, а у машин большой мощности – несколько часов.

Основной теплоотвод у двигателей происходит с помощью естественной и искусственной вентиляции. Естественная вентиляция создаётся перемещением воздуха за счёт изменения его плотности при нагревании. Возникающий таким образом воздушный поток не может обеспечить эффективный теплоотвод и во всех машинах используют те или иные устройства, создающие движение воздуха механическим способом. Чаще всего для этого используется крыльчатка, установленная на валу машины и создающая воздушный поток при вращении ротора. Такие двигатели относятся к классу самовентилируемых машин. При значительном снижении скорости вращения или остановке вентиляция в них прекращается и условия теплоотвода существенно

ухудшаются $A_о \ll A_н$. Это явление оценивают коэффициентом ухудшения теплоотдачи

$$\beta_о = A_о / A_н = T_о / T_н \le 1,0 \qquad (13.10)$$

У самовентилируемых машин коэффициент ухудшения теплоотдачи составляет около 0,25…0,35. У машин с принудительной вентиляцией, осуществляемой системой вентиляции независимой от режима работы двигателя, например, отдельным двигателем-вентилятором, условия нагрева и охлаждения одинаковы и $\beta_о = 1$.

Вопросы для самопроверки

1. Какой элемент электрической машины обладает наименьшей термостойкостью?
2. Как можно увеличить нагрузку машины?
3. Чем определяется рабочая температура машины?
4. Чем определяется время нагрева машины до установившейся температуры?
5. Чем определяется установившееся значение температуры при нагреве машины?
6. Как изменяются кривые нагрева и охлаждения машины при изменении нагрузки?
7. Какие машины называются самовентилируемыми?
8. Как учитывается при расчётах ухудшение теплоотвода при снижении скорости вращения?

13.4. Номинальные режимы работы двигателей

Процесс теплообмена зависит не только от величины нагрузки и тепловых параметров двигателя, но также и от характера нагрузки, т.е. от её распределения во времени. Характер нагрузки имеет столь существенное значение, что двигатели изготавливаются с расчётом на работу в определённых условиях. Стандартом предусмотрено восемь номинальных режимов работы *S*1…*S*8, но мы остановимся на первых трёх, т.к. остальные, по сути, являются развитием и уточнением режима *S*3 и до недавнего времени они не входили в нормативные документы.

Продолжительный режим (*S*1) соответствует работе двигателя с постоянной нагрузкой $P = \text{const}$ и мощностью потерь $\Delta P = \text{const}$. При этом двигатель нагревается до установившейся температуры $\theta_у$. В таком режиме обычно работают приводы насосов, вентиляторов, компрессоры, бумагоделательные машины и др.

При *кратковременном режиме* (*S*2) время работы $t_р$ двигателя меньше $3T_н$, поэтому он не успевает нагреться до установившейся температуры. Длительность паузы в работе при кратковременном режиме такова, что двигатель охлаждается до температуры окружающей среды. Этот режим характерен для

приводов различных механизмов: шлюзов, разводных мостов, серводвигателей бортовых систем и др.

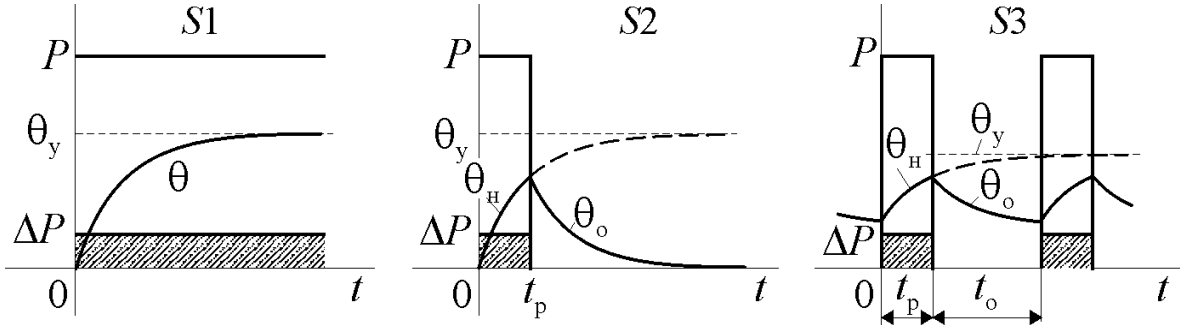


Рис. 13.5

Повторно-кратковременный режим (*S*3) соответствует циклической работе двигателя, при которой за время работы $t_р$ он не достигает установившейся температуры $\theta_у$, а за время паузы $t_о$ – не охлаждается до температуры окружающей среды. Главной характеристикой повторно-кратковременного режима является продолжительность включения двигателя

$$ПВ\% = \frac{t_р}{t_р + t_о} 100 . \qquad (13.11)$$

Номинальными продолжительностями включения являются 15%, 25%, 40% и 60%. Мощность, ток и скорость вращения, указанные в справочных данных двигателей, рассчитанных на работу в повторно-кратковременном режиме, соответствуют определённой продолжительности включения. Типичными механизмами с повторно-кратковременным режимом работы являются краны, различные металло- и деревообрабатывающие станки и т.п.

Вопросы для самопроверки

1. По какому признаку определяют режим работы двигателя?
2. До какой температуры нагревается двигатель в длительном режиме работы?
3. До какой температуры охлаждается двигатель в кратковременном режиме работы?
4. До какой температуры нагревается и охлаждается двигатель в повторно-кратковременном режиме работы?
5. Что такое продолжительность включения двигателя?
6. Какие продолжительности включения установлены стандартом?

13.5. Выбор мощности двигателей

Выбор мощности двигателя для привода является важнейшей задачей, т.к. завышение мощности приводит не только к лишним затратам при его приобретении, но также к дополнительным эксплуатационным расходам, связанным с работой двигателя при низком КПД. С другой стороны, занижение мощности уменьшает производительность оборудования и может при-

вести к отказу двигателя в работе. Кроме того, даже небольшое занижение мощности приводит к повышению рабочей температуры, что существенно уменьшает надёжность привода и сокращает время наработки на отказ. Например, повышение рабочей температуры изоляции на 8…10 °С вызывает её ускоренное старение и вдвое сокращает срок службы.

При длительном режиме работы мощность двигателя $P_д$ выбирают по мощности приводимого в движение механизма P из условия $P_д \geq P$. При этом мощность $P_д$ должна быть ближайшей из серии двигателей данного типа.

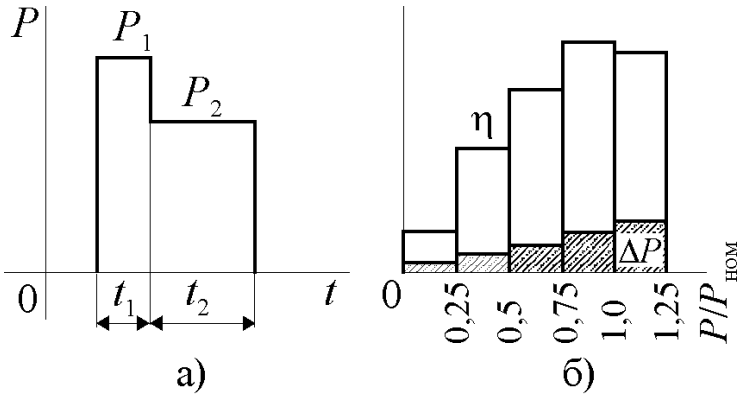


Рис. 13.6

В случае длительного режима работы с переменной нагрузкой мощность двигателя рассчитывают методом средних потерь по нагрузочной диаграмме (рис. 13.6, *а*). Для этого сначала по среднему значению мощности нагрузки

$$P_{ср} = \frac{P_1 t_1 + P_2 t_2 + \ldots + P_n t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n} \qquad (13.12)$$

выбирают двигатель $P_д \approx (1{,}1 \ldots 1{,}3) P_{ср}$.

Затем по справочным данным зависимости КПД двигателя от нагрузки $\eta(P/P_{ном})$ (рис. 13.6, *б*) определяют потери в двигателе для каждого интервала работы с постоянной мощностью нагрузки

$$\Delta P_k = P_{ном} \frac{1 - \eta_k}{\eta_k} \qquad (13.13)$$

где η_k – КПД двигателя на *k*-м интервале, и рассчитывают среднее значение потерь

$$\Delta P_{ср} = \frac{\Delta P_1 t_1 + \Delta P_2 t_2 + \ldots + \Delta P_n t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n} \qquad (13.14)$$

В случае существенного ухудшения теплоотдачи на всех или на некоторых интервалах это учитывается введением в (13.14) коэффициента β_k

$$\Delta P_{ср} = \frac{\Delta P_1 t_1 + \Delta P_2 t_2 + \ldots + \Delta P_n t_n}{\beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \ldots + \beta_n t_n}. \qquad (13.15)$$

Коэффициент ухудшения теплоотдачи для самовентилируемых двигателей можно считать линейно зависящим от скорости вращения *n*, т.е. $\beta_k = \beta_0 + (1 - \beta_0) n / n_{ном}$, где β_0 – коэффициент ухудшения теплоотдачи при неподвижном роторе.

Если $\Delta P_{\text{ср}} \approx \Delta P_{\text{ном}}$, то выбор сделан правильно. В противном случае выбирают следующий двигатель из серии и повторяют расчёт.

Метод средних потерь точен, но трудоёмок. Его можно заменить приближёнными методами, если выполняются какие-либо дополнительные условия работы привода.

Если потери в стали, механические потери и сопротивления обмоток несущественно изменяются при изменении нагрузки, что эквивалентно условиям $\Phi \approx \text{const}$, $n \approx \text{const}$ и $R \approx \text{const}$, то средние потери будут пропорциональны квадрату тока, потребляемого двигателем. Тогда двигатель можно выбрать *методом эквивалентного тока*

$$I_{\text{э}} = \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \ldots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}} \le I_{\text{ном}}.$$

В случае, если момент двигателя пропорционален току, например, в двигателе постоянного тока с магнитоэлектрическим возбуждением и нагрузка задана вращающим моментом, то выбор удобнее производить по *эквивалентному моменту нагрузки*

$$M_{\text{э}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \ldots + M_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}} \le M_{\text{ном}}.$$

Методы эквивалентного тока и момента используются в основном для предварительного выбора двигателя. Для этой цели, если $n \approx \text{const}$, можно использовать также *метод эквивалентной мощности*

$$P_{\text{э}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \ldots + P_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}} \le P_{\text{ном}}. \qquad (13.16)$$

При кратковременном режиме работы двигатель в течение времени $t_{\text{р}}$ работает с нагрузкой мощностью P (рис. 13.7), а затем отключается и охлаждается до температуры окружающей среды. При выборе двигателя по условию $P_{\text{д}} = P$ он не успеет за время работы $t_{\text{р}}$ достичь допустимого превышения температуры $\theta_{\text{доп}} = \Delta P_{\text{ном}} / A$ (кривая *1* на рис. 13.7), т.е. двигатель будет недоиспользован по нагреву. Поэтому нужно выбрать двигатель меньшей мощности $P_{\text{д}} < P$ так, чтобы за время работы он достиг допустимой температуры $\theta(t_{\text{р}}) = \Delta P(1 - e^{-t_{\text{р}}/T_{\text{н}}}) / A = \theta_{\text{доп}}$ (кривая *2* на рис. 13.7). Отсюда коэффициент тепловой перегрузки двигателя

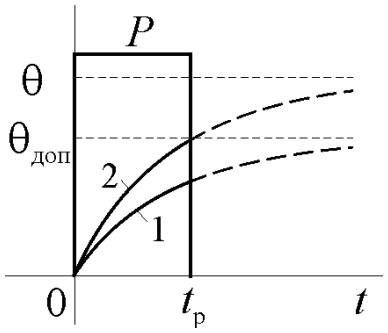


Рис. 13.7

$$\alpha_{\text{т}} = \frac{\Delta P}{\Delta P_{\text{ном}}} = \frac{1}{1 - e^{-t_{\text{р}}/T_{\text{н}}}} > 1. \qquad (13.17)$$

Таким образом, коэффициент тепловой перегрузки определяется соотношением времени работы $t_р$ и постоянной времени нагрева $T_н$.

Из выражения (13.17) несложно найти время работы, в течение которого допускается перегрузка

$$t_р = T_н \ln \frac{\alpha_т}{\alpha_т - 1}.$$

Двигатели, предназначенные для кратковременной работы, выпускаются с нормированным значением продолжительности работы $t_р = 10, 30, 60, 90$ мин. Следовательно, выбранный по каталогу двигатель может быть загружен номинальной мощностью в течение указанного времени и будет полностью использован по нагреву.

При повторно-кратковременном режиме работы выбор мощности двигателя производится в соответствии с продолжительностью включения. Если продолжительность включения меньше минимального стандартного значения 15%, то выбор двигателя производится так же, как для кратковременного режима. В случае продолжительности включения больше, чем 60%, двигатель выбирают как для продолжительного режима работы. При соответствии нагрузочной диаграммы режиму *S*3 и стандартном значении продолжительности включения выбор двигателя производится просто по каталогу.

На практике часто встречаются режимы работы, когда за время включения меняется мощность нагрузки (рис. 13.8, *а*). Тогда нагрузочная диаграмма вначале приводится к стандартному виду *S*3. Для этого по выражению (13.16) подсчитывают эквивалентную мощность $P_э$, а также суммарное время включённого $\Sigma t_р$ и отключённого $\Sigma t_о$ состояний. Затем определяется расчётная продолжительность включения

$$\varepsilon_р = \frac{\Sigma t_р}{\Sigma t_р + \Sigma t_о}.$$

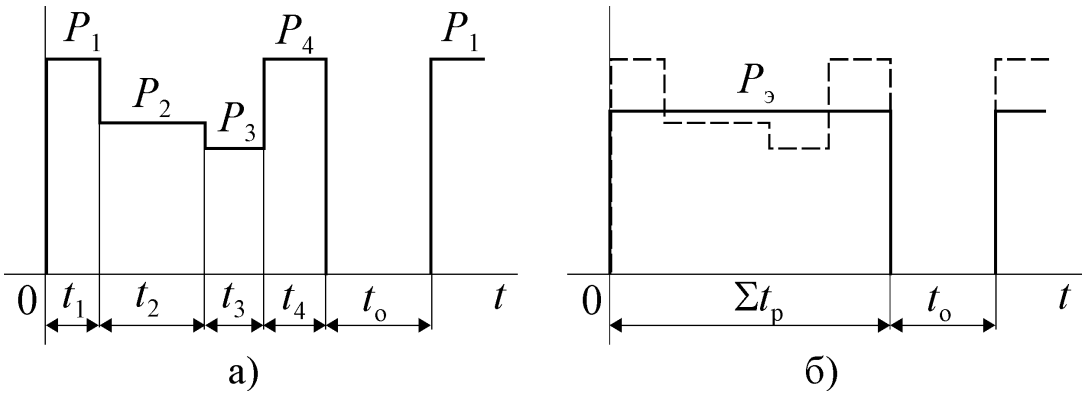


Рис. 13.8

Если двигатель самовентилируемый и в переходных режимах теплоотвод ухудшается, то продолжительность включения рассчитывают по уточнённой формуле

$$\varepsilon_{\text{р}} = \frac{\Sigma t_{\text{р}} + \Sigma t_{\text{п}} + \Sigma t_{\text{т}}}{\Sigma t_{\text{р}} + \beta_{\text{п}} \Sigma t_{\text{п}} + \beta_{\text{т}} \Sigma t_{\text{т}} + \beta_0 \Sigma t_{\text{о}}},$$

где: $\Sigma t_{\text{р}}, \Sigma t_{\text{п}}, \Sigma t_{\text{т}}$ – суммарное время работы, пусков и торможений за цикл; $\beta_{\text{п}}, \beta_{\text{т}}, \beta_0$ – коэффициенты ухудшения охлаждения при пуске, торможении и остановке.

Пересчёт мощности на стандартное значение производится по формуле

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{э}} \sqrt{\varepsilon_{\text{р}} / \varepsilon_{\text{ст}}},$$

где $\varepsilon_{\text{ст}} = 0{,}15;\ 0{,}25;\ 0{,}4;\ 0{,}6$. Например, при $\varepsilon_{\text{р}} = 0{,}3$ значения мощности двигателя для ближайших стандартных продолжительностей включения будут равны $P_{0{,}25} = P_{\text{э}} \sqrt{0{,}3 / 0{,}25} = 1{,}1 P_{\text{э}}$; $P_{0{,}4} = P_{\text{э}} \sqrt{0{,}3 / 0{,}4} = 0{,}86 P_{\text{э}}$. По этим величинам по каталогу выбирают двигатель с ближайшим большим или равным значением мощности.

Вопросы для самопроверки

1. Почему нельзя использовать в приводе двигатели с завышенной и заниженной мощностью?
2. Как выбирается мощность двигателя при длительном режиме работы с постоянной нагрузкой?
3. Как выбирается мощность двигателя при длительном режиме работы с переменной нагрузкой?
4. Как учитывается ухудшение теплоотдачи при выборе мощности двигателя?
5. Как выбирается мощность двигателя методом средних потерь?
6. При каких условиях при выборе мощности двигателя можно пользоваться методами эквивалентного тока, момента и мощности?
7. Как производится выбор мощности двигателя для кратковременного режима работы?
8. Укажите стандартные значения продолжительности работы двигателей, используемых в кратковременном режиме.
9. Как учитываются условия охлаждения двигателя при выборе мощности для повторно-кратковременного режима работы?
10. Как производится пересчёт мощности на стандартное значение продолжительности включения?

13.6. Выбор типа двигателя

При разработке приводов помимо мощности приходится решать задачу выбора типа и конструктивного исполнения двигателя. В случае необходимости длительной работы двигателя с постоянной нагрузкой и скоростью вращения выбор типа двигателя обычно не вызывает затруднений. Правилами устройства электроустановок (ПУЭ) рекомендуется в этих случаях использовать синхронные двигатели, т.к. они экономичнее в эксплуатации, чем

асинхронные, и обладают лучшими массогабаритными показателями. Однако для приводов малой и средней мощности часто применяют асинхронные короткозамкнутые двигатели, т.к. они дешевле и проще в эксплуатации.

Для приводов механизмов с частыми и тяжёлыми пусками или требующих регулирования скорости вращения применяют все типы двигателей, но двигатели постоянного тока допускается применять только в тех случаях, когда бесколлекторные двигатели не могут обеспечить требуемые технические параметры или неэкономичны. Это требование связано с тем, что двигатели постоянного тока существенно дороже, менее надёжны и требуют обязательного ухода при эксплуатации. В то время как бесколлекторные двигатели свободны от этих недостатков, а в сочетании с полупроводниковыми преобразователями они позволяют получить практически те же или лучшие технические показатели.

По конструкции двигатели условно делятся на двигатели открытого, защищённого и закрытого исполнения. Степень защиты двигателей обозначается в документации латинскими буквами *IP* и следующими за ними двумя цифрами.

Первая цифра 0…6 обозначает степень защиты персонала от соприкосновения с движущимися или находящимися под напряжением частями двигателя, а также самого двигателя от попадания в него посторонних предметов. Нулевое значение обозначает отсутствие защиты. Увеличение значения соответствует увеличению степени защиты вплоть до цифры 6, означающей пыленепроницаемое исполнение.

Вторая цифра 0…8 обозначает защиту двигателя от воздействия влаги и соответствует диапазону от полного отсутствия защиты (0) до способности двигателя длительно работать при погружении в воду (8).

Двигатели с высокой степенью защиты, изготавливаются в защитных оболочках, исключающих попадание внутрь пыли и влаги. Для теплоотвода они снабжаются герметичными воздуховодами, присоединяемыми к системе вентиляции.

Двигатели, работающие в закрытых помещениях с нормальной средой, могут иметь степень защиты от *IP*00 до *IP*20;. работающие на открытом воздухе – должны иметь степень защиты не менее *IP*44. В общем случае степень защиты двигателей, используемых в приводах различных установок, определяется соответствующей нормативно-технической документацией.

Вопросы для самопроверки

1. Какими принципами следует руководствоваться при выборе типа двигателя?
2. Как обозначается степень защиты двигателя?
3. Что означает первая (вторая) цифра в обозначении степени защиты двигателя?

14. Общие вопросы электроснабжения и электробезопасности

Подавляющее большинство электрической энергии, используемой на производстве и в быту, производится промышленным способом, а затем распределяется по потребителям. При этом часто вопросы экономики вступают в противоречие с вопросами безопасности эксплуатации электроустановок и требуют от потребителя знания принципов и основных норм использования электроэнергии.

14.1. Общие вопросы электроснабжения

14.1.1. Электрические сети

Системой электроснабжения называется совокупность электроустановок, предназначенных для обеспечения потребителей электрической энергией. Она включает в себя электрические станции, трансформаторы, воздушные и кабельные линии электропередачи и низковольтные электрические сети.

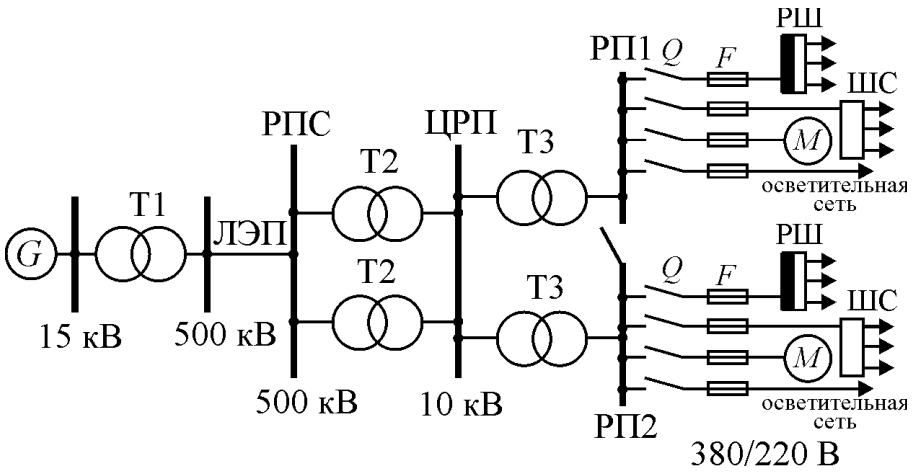


Рис. 14.1

Одна из типовых схем электроснабжения показана на рис. 14.1. Генератор электростанции *G*, приводимый в движение водой, паром или газовой турбиной, вырабатывает электроэнергию при напряжении 6…35 кВ. Трансформатор Т1 повышает напряжение до уровня 35…1150 кВ, при котором передача энергии по воздушной или кабельной линии (ЛЭП) экономически наиболее выгодна. Далее электроэнергия поступает на районные распределительные подстанции (РПС), которые с помощью специальных ЛЭП (на схеме не показаны) объединяются в единую энергосистему, управляемую из одного центрального пункта. От районной РПС энергия поступает на центральную распределительный пункт (ЦРП) крупного предприятия или группы мелких предприятий, где трансформаторами Т2 напряжение понижается до 6…10 кВ, а затем распределяется по цеховым распределительным пунктам (РП1, РП2, …) и снова понижается (Т3) до стандартного значения 380/220 В. На распределительных пунктах помимо трансформаторов устанавливаются разъединители *Q* и предохранители *F*. К шинам РП подключаются мощные потребители, например, двигатели *M*, а также шинные сборки ШС и распределительные шкафы РШ, питающие более мелких потребителей

и реализующие схемы резервного электроснабжения. Отдельные линии выделяются для питания осветительной сети.

Правилами устройства электроустановок (ПУЭ) предусмотрено питание потребителей от сетей с глухозаземлённой и с изолированной нейтралью. *Глухозаземлённой нейтралью* называется нейтраль трансформатора или генератора, присоединённая непосредственно к заземляющему устройству, а *изолированной нейтралью* – нейтраль не присоединённая к заземляющему устройству.

Для основной массы потребителей используются четырёхпроводные сети с глухозаземлённой нейтралью. Это позволяет потребителям использовать линейное и фазное напряжения, а также организовать эффективную защиту сети от перегрузок. Трёхпроводные сети с изолированной нейтралью применяются для питания установок с повышенной опасностью поражения людей электрическим током (шахты, судовые электрические сети, помещения с повышенной влажностью и т.п.).

14.1.2. Защита электрических сетей

Защита электрических сетей от аварийных режимов является одной из главных задач проектирования и эксплуатации, т.к. выход из строя электрооборудования может привести к тяжёлым последствиям для людей и к значительным материальным потерям.

К аварийным режимам в первую очередь относятся короткие замыкания. При замыкании ток в цепи ограничивается только малыми сопротивлениями проводов и может достигать значений, в десятки раз превосходящих нормальный ток нагрузки, а также допустимый ток проводников. В соответствии с ПУЭ электрические сети должны защищаться от одно-, двух- и трёхфазных коротких замыканий и перегрузок. Динамические и термические нагрузки на проводники, возникающие при коротких замыканиях, могут вызывать их разрушение и вторичные эффекты в виде пожаров, взрывов и т.п. с ещё более тяжёлыми последствиями.

Другим видом аварии, требующим контроля и защиты, является перегрузка сетей, т.е. работа при токах, превышающих расчётные значения. Это вызывает повышенное нагревание проводников, приводящее к ускоренному старению и/или разрушению изоляции, что, в свою очередь, может вызвать короткое замыкание. От перегрузки должны быть защищены все сети внутренних помещений, выполненные открыто проложенными изолированными проводами с горючей оболочкой, а также сети, к которым подключены осветительные и бытовые приборы. От перегрузки должны быть защищены также сети, относящиеся к первой категории электроснабжения, перерыв в электроснабжении которых может повлечь за собой тяжёлые последствия. В отличие от короткого замыкания, перегрузки не приводят к быстрому выходу из строя оборудования и при квалифицированном обслуживающем персонале могут быть своевременно устранены без тяжёлых последствий.

Защита от коротких замыканий в электрических сетях должна обладать минимальным временем срабатывания и по возможности обеспечивать селективность отключения. Под *селективностью* понимают способность отключения аварийного участка в конце защищаемой линии. Это необходимо для сохранения энегоснабжения оборудования, подключённого к исправным шинам ближе к источнику питания.

Согласно ПУЭ в сетях с глухозаземлённой нейтралью должна быть обеспечена защита от однофазных и многофазных замыканий, а в сетях с изолированной нейтралью – от двух- и трёхфазных замыканий.

Для защиты от коротких замыканий применяются предохранители с плавкими вставками и автоматические выключатели. Оба вида устройств характеризуются временем срабатывания, номинальным током, который они выдерживают неограниченное время без отключения, а также *времятоковой или защитной характеристикой*.

Автоматические выключатели являются более совершенными устройствами, чем предохранители. Они могут отключать сразу три фазы защищаемого участка, имеют более точные защитные характеристики и исключают возможность применения некалиброванных элементов. Кроме того, сразу после срабатывания автоматические выключатели готовы к повторному подключению сети.

Обычно автоматические выключатели имеют комбинированные расцепители, размыкающие защищаемую цепь при различном характере перегрузки. На рис. 14.2 показаны защитные характеристики автоматических выключателей различных типов с комбинированным тепловым и электромагнитным расцепителем.

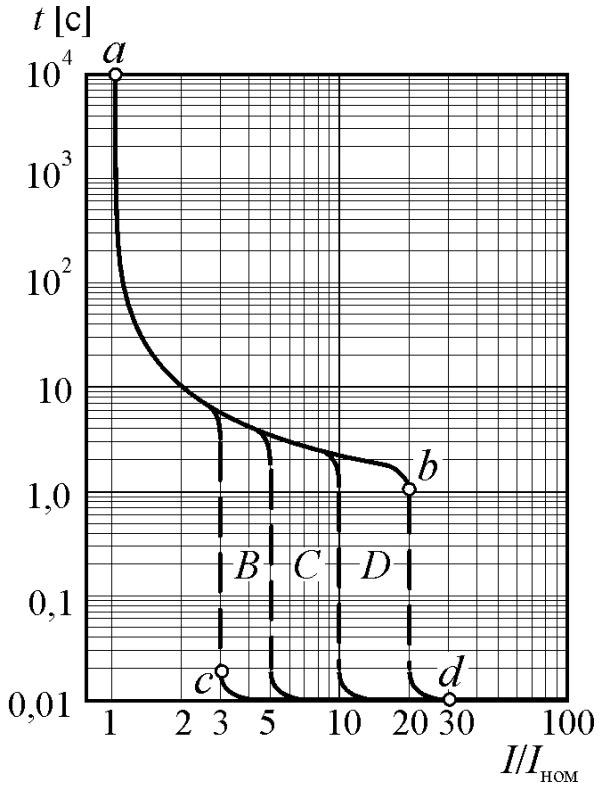


Рис. 14.2

Участок *ab* защитной характеристики соответствует работе теплового расцепителя, т.е. механизма размыкающего контакты выключателя за счёт нагревания металлической пластины протекающим электрическим током. Он срабатывает при длительном протекании тока небольшой кратности по отношению к номинальному и защищает электрическую цепь от перегрузки. Например, на рис. 14.2 показана защитная характеристика выключателя, в котором двукратный ток вызовет отключение цепи, если он будет протекать в течение 10 с.

Трёх- и более кратные токи, обычно возникающие при коротких замыканиях, вызывают срабатывание электромагнитного расцепителя, отключающего цепь почти мгновенно (участок *cd* характеристики). Действие электромагнитного расцепителя основано на втягивании ферромагнитного сердечника в магнитное поле катушки, в обмотке которой протекает ток защищаемой цепи.

По настройке электромагнитного расцепителя автоматические выключатели делятся на три типа – *B*, *C* и *D*. Они срабатывают при различных кратностях тока, что позволяет исключить ложные срабатывания защиты при кратковременных перегрузках сети, связанных с переходными режимами различных установок. Тип *B* с нормальной защитной характеристикой, допускающей 3…5-кратную перегрузку, используется в осветительных и бытовых сетях, в которых практически отсутствуют пусковые режимы оборудования. Выключатели типа *C* с более медленной характеристикой, соответствующей 5…10-кратному току, используют в сетях, питающих, например, электроприводы с нормальными условиями пуска прямым включением в сеть. Защиту сетей, питающих установки с тяжёлыми условиями переходных режимов, например, сварочное оборудование или мощный электропривод, осуществляют выключателями со сверхмедленной характеристикой типа *D*, допускающей 10…20-кратную перегрузку в течение приблизительно одной секунды.

Ток срабатывания автоматического выключателя или плавкой вставки выбирают таким образом, чтобы он был возможно ближе к расчётному или номинальному току защищаемого участка сети, но при этом не происходило отключение при кратковременных перегрузках.

14.1.3. Потери энергии в электрических сетях и способы повышения экономических показателей

Передача электрической энергии от источника к потребителям сопровождается потерями в электросетях, составляющими в среднем 5…7%. Величина потерь зависит от нагрузки, состояния и протяжённости сетей, режимов работы электрооборудования и проявляется в виде уменьшения напряжения питания у потребителей.

Потери напряжения происходят в трансформаторе, питающем нагрузку, и в линии электропередачи. Потери в трансформаторе в процентах от номинального значения можно оценить как

$$\Delta u_{\text{т}}\% = \beta(u_{\text{а}}\%\cos\varphi + u_{\text{р}}\%\sin\varphi), \qquad (14.1)$$

где $\beta = I / I_{\text{ном}}$ – коэффициент нагрузки трансформатора; $u_{\text{а}}\%$, $u_{\text{р}}\%$ – относительные значения активного и реактивного напряжения короткого замыкания в процентах; $\cos\varphi$ – коэффициент мощности нагрузки.

Аналогично оценивается потери напряжения в линии

$$\Delta u_{\text{л}}\% = 100IL(r_0\cos\varphi + x_0\sin\varphi)/U_{\text{ном}}, \qquad (14.2)$$

где I – действующее значение тока; $U_{ном}$ – номинальное значение напряжения; r_0, x_0 – удельные значения активного и реактивного сопротивления линии длиной L.

Общие потери равны сумме потерь в трансформаторе и в линии

$$\Delta u\% = \Delta u_т\% + \Delta u_л\% \qquad (14.3)$$

Из выражений (14.1)-(14.3) следует, что уменьшить потери электроэнергии в данной сети можно увеличением КПД нагрузки, т.к. при этом уменьшается активная составляющая потребляемого ею тока, а также увеличением коэффициента мощности нагрузки, т.е. уменьшением реактивной составляющей потребляемого тока.

Основными потребителя электроэнергии в промышленности являются асинхронные двигатели, обладающие хорошими энергетическими показателями при нагрузке близкой к номинальной. Однако при снижении нагрузки КПД и коэффициент мощности двигателя резко уменьшаются, что вызывает увеличение потерь в трансформаторе и линии передачи энергии. Поэтому необходимо обеспечить правильный выбор мощности двигателей и в случае работы привода с нагрузкой двигателя менее 70% номинальной мощности целесообразно произвести его замену.

Наихудшими энергетическими показателями обладают асинхронные двигатели в режиме холостого хода. Поэтому в оборудовании, где двигатель по условиям технологического процесса длительное время работает вхолостую целесообразно отключать его от сети.

По этой же причине при проектировании технологических процессов следует создавать непрерывные циклы, обеспечивающие постоянную полную загрузку оборудования.

Эффективным средством повышения КПД технологического оборудования является также переход к регулируемым электроприводам вместо нерегулируемых. В этом случае, например, в приводах насосных агрегатов расход электроэнергии снижается примерно на 30%.

Если выбором двигателей и приводов, а также организацией технологического процесса не удаётся поднять коэффициент мощности до требуемого уровня, то для компенсации потребляемой реактивной мощности устанавливают конденсаторные батареи или синхронные компенсаторы.

Потери энергии в сетях являются серьёзной экономической проблемой, поэтому для крупных потребителей нормируется средневзвешенный коэффициент мощности оборудования, рассчитываемый по показаниям счётчиков активной W_a и реактивной W_p энергий

$$\mathrm{tg}\varphi_c = W_p / W_a,$$

откуда

$$\cos\varphi_c = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi_c}}.$$

При работе потребителя с коэффициентом мощности, превышающим нормированное значение, производится скидка с тарифа оплаты электроэнергии, а за понижение $\cos\varphi_c$ тариф повышают или применяют штрафные санкции. Таким образом, экономическими методами потребителей вынуждают к применению мер по повышению качественных показателей расходуемой электроэнергии.

Вопросы для самопроверки

1. Что включает в себя система электроснабжения?
2. Для чего повышают выходное напряжение генератора?
3. Сколько ступеней используют при понижении напряжения?
4. Что такое сеть с глухозаземлённой (изолированной) нейтралью?
5. Где и почему используют сети с глухозаземлённой и с изолированной нейтралью?
6. Какие виды защиты используют в электрических сетях?
7. Какие требования предъявляются к устройствам защиты?
8. Какие средства используют для защиты сетей от коротких замыканий?
9. Что такое времятоковая характеристика?
10. От чего защищает цепь комбинированный автоматический выключатель?
11. Чем отличаются друг от друга автоматические выключатели типов *B*, *C* и *D*?
12. Как выбирают ток срабатывания средств защиты?
13. В каких элементах электрической сети возникают потери энергии?
14. Чем определяется величина потерь энергии в электрических сетях?
15. Какой энергетический показатель нормируется для крупных потребителей энергии и почему?
16. Перечислите меры, применяемые для повышения качества потребляемой электроэнергии.

14.2. Основы электробезопасности

14.2.1. Условия поражения электрическим током

Электрический ток является источником повышенной опасности для человека, что вызывает необходимость строго соблюдения правил эксплуатации электроустановок и соответствующей подготовки обслуживающего персонала.

Поражение электрическим током возможно при прикосновении к токоведущим частям электроустановок или к металлическим частям оборудования, оказавшимся под напряжением вследствие нарушения изоляции. Возможно также поражение током в результате приближения человека к установкам с неисправной защитой и замкнутыми на землю токоведущими частями.

Тело человека обладает определённым электрическим сопротивлением, изменяющимся в широких пределах (от 500 до 100000 Ом) и зависящим от многих причин: состояния здоровья, состояния и влажности кожного покрова, условий окружающей среды и т.п. В расчётах по технике безопасности сопротивление тела принимается равным 1000 Ом.

Электрический ток вызывает ожоги, механические повреждения тканей, поражение нервной системы. Действие тока ощущается, начиная с 0,5…1,5 мА. При токе 10…15 мА человек не может самостоятельно разорвать цепь поражающего его тока, возникает т.н. «приковывание». Ток 50…60 мА поражает органы дыхания и сердечную мышцу. Считается, что ток в 100 мА представляет смертельную опасность.

Степень воздействия на человека зависит также от характера тока. До напряжения в 300 В более опасен переменный ток. В диапазоне напряжений от 300 до 600 В постоянный и переменный ток представляют одинаковую опасность, а выше 600 В более опасным является постоянный ток.

По степени опасности поражения током ПУЭ разделяют помещения, в которых находится электрооборудование, на три категории. К первой относятся помещения без повышенной опасности – сухие помещения с непроводящими полами, без металлоконструкций, токопроводящей пыли и влажности. К двум другим категориям относятся помещения с повышенной опасностью и особо опасные. Это влажные помещения с повышенной температурой, с токопроводящими полами, где существует возможность одновременного прикосновения к электрооборудованию и металлоконструкциям.

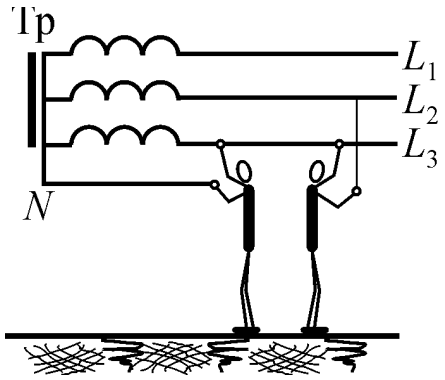
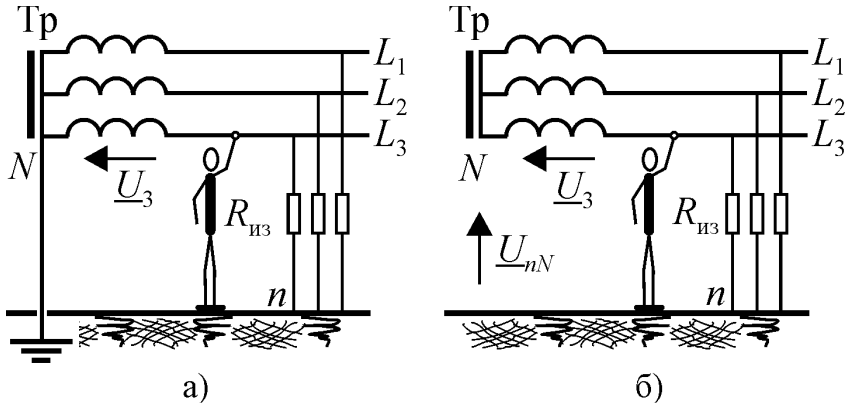


Рис. 14.3

Тяжесть поражения электрическим током определяется также контуром, по которому он замыкается в теле человека. Наибольшую опасность представляет прикосновение к токоведущим частям двумя руками, когда ток замыкается через органы грудной клетки (рис. 14.3). В сети с напряжениями 380/220 В при прикосновении к фазному и нулевому проводу ток может достигать значения $I = U_{\text{ф}} / R \approx 220$ мА, а при прикосновении к линейным проводам – $I = U_{\text{л}} / R \approx 380$ мА, где: $U_{\text{ф}}$, $U_{\text{л}}$ – фазное и линейное напряжение, а $R \approx 1000$ Ом – сопротивление тела. Что, безусловно, смертельно опасно для человека.

Прикосновение к неизолированному линейному проводу одной рукой или какой-либо частью тела также опасно, т.к. при этом тело человека и сопротивления изоляции проводов по отношению к земле $R_{\text{из}}$ образуют несимметричную нагрузку с нейтральной точкой *n* (рис. 14.4). При этом к человеку прикладывается напряжение $\underline{U} = \underline{U}_3 - \underline{U}_{nN}$. В сети с глухозаземлённой

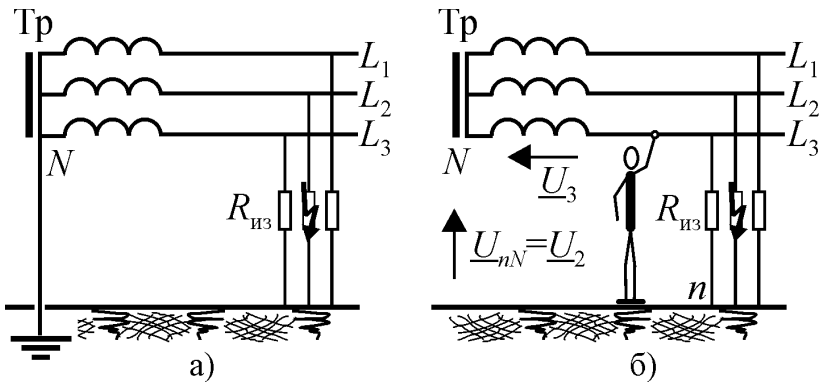


а) б)

Рис. 14.4

нейтралью (рис. 14.4, *а*) $\underline{U}_{nN} = 0$ и напряжение, приложенное к человеку, оказывается равным фазному. В случае изолированной нейтрали (рис. 14.4, *б*) к человеку прикладывается разность фазного напряжения и напряжения между нейтральными точками, значение которой стремится к нулю при $R_{из} \to \infty$, т.к. $\underline{U}_{nN} \xrightarrow{R_{из}\to\infty} \underline{U}_3$. Поэтому сети с изолированной нейтралью более безопасны и применяются там, где велика вероятность поражения электрическим током.

В случае пробоя изоляции и замыкании провода на землю в сети с глухозаземлённой нейтралью возникает короткое замыкание (рис. 14.5, *а*). После чего срабатывает защита и опасная ситуация ликвидируется. В сети с изолированной нейтралью короткого замыкания не возникает и аварийная ситуация может существовать длительно (рис. 14.5, *б*). При этом напряжения на двух других проводах относительно земли становятся равными линейному напряжению ($\underline{U}_{nN} = \underline{U}_2 \Rightarrow \underline{U} = \underline{U}_3 - \underline{U}_2 = \underline{U}_{23}$), т.е. увеличиваются в $\sqrt{3}$ раз, что существенно увеличивает опасность поражения электрическим током в случае прикосновения.



а) б)

Рис. 14.5

Кроме прикосновения к токоведущим проводам сети опасность для здоровья и жизни человека возникает при прикосновении к корпусам электроустановок, находящихся под напряжением в результате пробоя изоляции, а также в случае приближения к ним (рис. 14.6). В соответствии с ПУЭ металлические корпуса электроустановок должны быть заземлены, т.е. электрически соединены землёй, и в случае пробоя изоляции по земле от точки заземления растекается *ток замыкания на землю* $I_з$. Он создаёт на поверхности земли распределённую разность потенциалов $U(l)$, называемую *напряжением на заземляющем устройстве*, где l – расстояние от точки заземле-

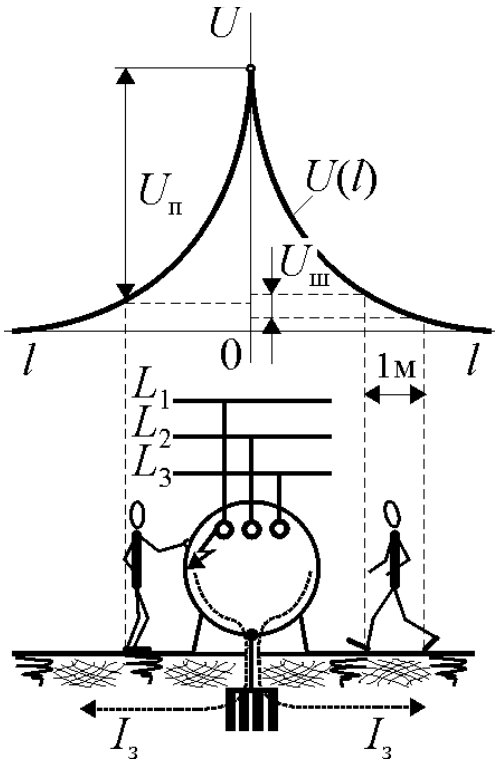


Рис. 14.6

ния. В результате находящийся в этом поле человек подвергается действию напряжения равного разности потенциалов между точками его касания земли. Различают два воздействующих на человека значения напряжения: *напряжение прикосновения* $U_п$ *и напряжение шага* $U_ш$ (рис. 14.6). Первое является разностью потенциалов между двумя точками цепи тока замыкания на землю при одновременном прикосновении к ним человека, а второе – разностью потенциалов при одновременном касании этих точек ногами человека. Нормативной шириной шага при этом считают один метр.

14.2.2. Защита от поражения электрическим током

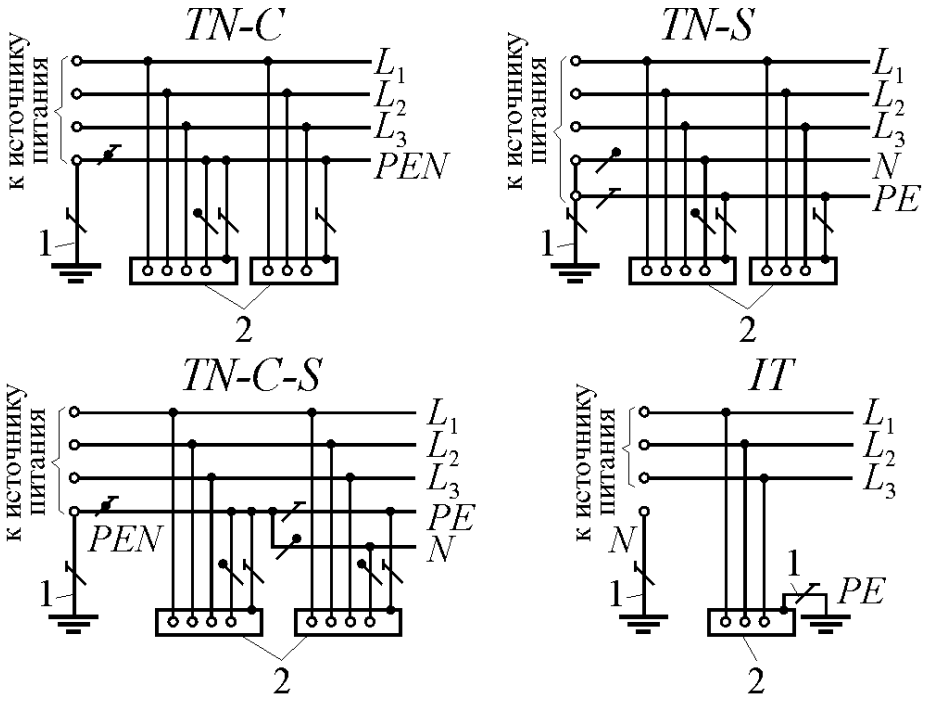
Для защиты людей от поражения электрическим током ПУЭ требуют применения, по крайней мере, одной из следующих защитных мер: заземление, зануление, защитное отключение, разделение электрических цепей, понижение напряжения и применение двойной изоляции.

Заземление и зануление являются главными средствами защиты от поражения. Под *заземлением* понимают преднамеренное электрическое соединение открытых токопроводящих частей электроустановок, не находящихся под напряжением, с *заземляющими устройствами*. В качестве заземляющих устройств используют естественные и искусственные металлические конструкции, находящиеся в земле и имеющие с ней электрический контакт, по возможности, большей площади. В качестве естественных заземляющих устройств используют проложенные в земле водопроводные трубы, трубы скважин, металлические и железобетонные конструкции зданий, находящиеся в контакте с землёй, свинцовые оболочки кабелей, рельсовые пути неэлектрифицированных железных дорог и т.п. Искусственные заземлители представляют собой стальные сварные конструкции с большой площадью поверхности, закопанные в плотный грунт.

*Зануление*м называется преднамеренное соединение открытых токопроводящих частей электроустановок, не находящихся под напряжением, с глухозаземлённой нейтралью генератора или трансформатора.

Заземлению и/или занулению подлежат все доступные прикосновению металлические корпуса и конструкции электрооборудования, которые при нарушении целостности изоляции могут оказаться под напряжением.

Электрические сети переменного тока согласно ПУЭ выполняются либо с глухозаземлённой нейтралью, либо с изолированной нейтралью (рис. 14.7). Системы питания с глухозаземлённой нейтралью обозначают буквами *TN*, а с изолированной нейтралью буквами *IT*. В зависимости от режима использования нулевого (нейтрального) провода реализация системы *TN* возможна в трёх вариантах: с нулевым (нейтральным) проводом, используемым на всём



1 – заземлитель;
2 – открытые проводящие части электроустановки;

– нулевой рабочий проводник (*N*);
– нулевой защитный проводник(*PE*);
– совмещённый нулевой рабочий и защитный проводник (*PEN*)

Рис. 14.7

протяжении как рабочий и как защитный проводник (*PEN*)– система *TN-C*; с раздельными рабочим (*N*) и защитным (*PE*) проводниками на всём протяжении – система *TN-S*; с совмещённым нулевым проводником (PEN) на начальном участке сети и последующим разделением его на рабочий и защитный проводники. – система *TN-C-S*. Под рабочим нулевым проводом понимают проводник, используемый для питания приёмников и соединённый с глухозаземлённой нейтралью, а под защитным – проводник, соединяющий с нейтралью зануляемые части электроустановок.

В системах *TN* основным средством защиты является зануление. Использование заземления в таких сетях допускается только в сочетании с занулением. Это связано с тем, что при отсутствии зануления в случае пробоя изоляции корпус электроустановки окажется под напряжением, примерно равным половине фазного напряжения. При этом защита от короткого замыкания может не сработать, если её уставка больше тока короткого замыкания

на землю $I_з = U_ф/(R_N + R_e)$, где R_N, R_e – сопротивления заземляющих устройств трансформатора и заземлённой электроустановки. При нормативном значении сопротивлений $R_N = R_e = 4$ Ом и фазном напряжении 220 В ток замыкания на землю составит 27,5 А, что соответствует нагрузке 6 кВт. Следовательно, при пробое изоляции в сетях с защитой, рассчитанной на большую мощность, отключение не произойдет.

В системах *IT* основным средством защиты является заземление, которое должно сочетаться с контролем сопротивления изоляции или защитным отключением.

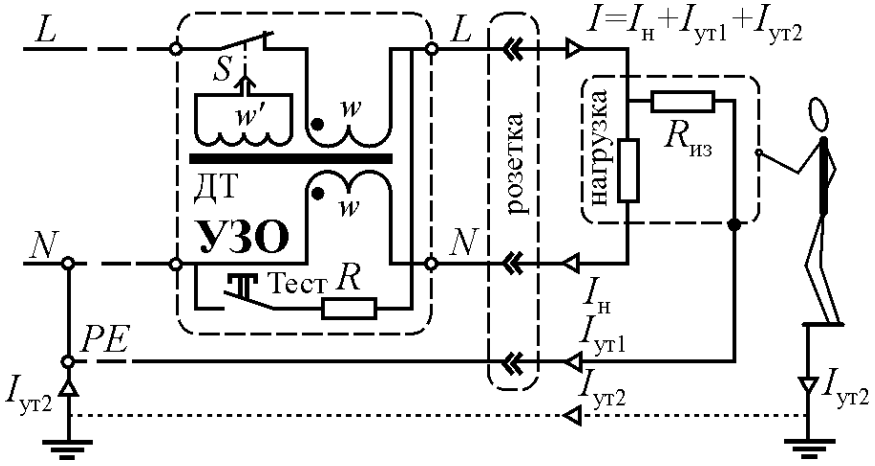


Рис. 14.8

Защитное отключение является современным эффективным средством защиты для любой системы питания. Оно реализуется с помощью устройств защитного отключения (УЗО), основным элементом которых является дифференциальный трансформатор (ДТ) (рис. 14.8). Он представляет собой трансформатор с двумя одинаковыми обмотками w, включёнными последовательно встречно в линейный и нулевой провод цепи питания нагрузки. При одинаковых токах в обеих обмотках магнитный поток в сердечнике трансформатора равен нулю. Соответственно равна нулю и ЭДС, наводимая этим потоком в третьей обмотке (w'). Если через изоляцию нагрузки ($R_{из}$) происходит утечка, то токи в линейном проводе L и в нулевом рабочем проводе N будут отличаться и в обмотке управления трансформатора w' появится ЭДС, величина которой будет пропорциональна разности токов, т.е. току утечки $I_{ут1} + I_{ут2}$. Причём, путь, по которому происходит утечка тока не имеет значения, и устройство одинаково реагирует как на старение или пробой изоляции ($I_{ут1}$), так и на прямое или косвенное прикосновение человека к токоведущим частям установки ($I_{ут2}$). При превышении током утечки заданного порогового значения сигнал с обмотки управления воздействует на ключ S и отсоединяет нагрузку от линейного провода. Ток срабатывания УЗО составляет величину не более 30 мА, а время срабатывания не превышает 10 мс, что практически полностью обеспечивает безопасность людей. Однако для повышения надёжности в УЗО

предусмотрен режим тестирования исправности, когда с помощью кнопки «Тест» имитируется утечка с номинальным пороговым значением.

Понижение напряжения до безопасного уровня (менее 42 В) широко используется на производстве для питания ручного электроинструмента и местного освещения. Однако при этом не исключается опасность пробоя изоляции между обмотками высшего и низшего напряжений понижающего трансформатора, имеющего обычное исполнение, и поражение электрическим током, т.к. вторичная обмотка понижающего трансформатора и корпус должны быть заземлены или занулены. В ответственных случаях используют *разделительные трансформаторы*. Они имеют специальную конструкцию с усиленной изоляцией и заземлённым экраном между обмотками, исключающим возможность перехода напряжения первичной обмотки на вторичную при пробое изоляции. Напряжение вторичной обмотки разделительного трансформатора ограничено 380 В, и к нему можно подключать только один приёмник с мощностью соответствующей току первичной обмотки не превышающему 15 А. При этом не допускается заземление вторичной обмотки.

В некоторых случаях, например, для переносных приёмников защиту от поражения током осуществляют с помощью *двойной или усиленной изоляции*. При использовании двойной, т.е. рабочей и защитной изоляция проводников, предполагается, что повреждение одной из её составляющих не приводит к появлению опасных напряжений в местах доступных прикосновению. Усиленная изоляция в соответствии с требованиями ПУЭ должна обеспечивать степень защиты эквивалентную двойной изоляции.

Вопросы для самопроверки

1. Какая величина тока смертельно опасна для человека?
2. Какой вид тока более опасен постоянный или переменный?
3. Почему прикосновение двумя руками к токоведущим элементам оборудования наиболее опасно?
4. Почему сеть с изолированной нейтралью считается более безопасной?
5. Почему для электроснабжения жилых зданий и освещения используют сети с глухозаземлёной нейтралью?
6. Какую опасность для человека создаёт пробой изоляции электрооборудования?
7. Что такое напряжение прикосновения и напряжение шага?
8. Какие меры предусмотрены правилами устройства электроустановок для защиты людей от поражения электрическим током?
9. Что такое заземление (зануление)?
10. Что такое рабочий, защитный и совмещённый нулевой провод?
11. Что такое защитное отключение?
12. Как работает устройство защитного отключения?

13. От каких опасных ситуаций в сети защищает устройство защитного отключения?
14. Какой уровень напряжения считается безопасным для человека?
15. Чем отличаются трансформаторы, используемые для понижения напряжения и для разделения электрических цепей?

Литература

1. Электротехника: учебник для вузов/А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 10-е (9-е) изд., стер.– М.: Издательский центр «Академия», 2007 (2005) . – 544 с.
2. Электротехника и электроника: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений/М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 400 с.
3. Электротехника/Б.А. Волынский, Е.Н. Зейн, В.Е. Шатерников: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 528 с.
4. Общая электротехника: Учеб. пособие для вузов/Под ред. А.Т. Блажкина. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 592 с.
5. Прянишников В.А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах: Практическое пособие / В.А. Прянишников, Е.А. Петров, Ю.М.. Осипов – СПб.: Корона принт, 2001. – 336 с., ил.

Глоссарий

А

Автотрансформатор – вид трансформатора, в котором между первичной и вторичной обмотками кроме магнитной существует также электрическая связь.

Активная мощность – мощность, соответствующая электрической энергии, преобразуемой двухполюсником в неэлектрические виды при данном напряжении и токе на входе двухполюсника.

Активная проводимость – вещественная часть комплексной проводимости, определяющая интенсивность преобразования двухполюсником электрической энергии в неэлектрические виды.

Активное напряжение – составляющая входного напряжения двухполюсника, совпадающая по фазе с током и соответствующая активной мощности, преобразуемой двухполюсником при данном входном токе.

Активное сопротивление – вещественная часть комплексного сопротивления, определяющая интенсивность преобразования двухполюсником электрической энергии в неэлектрические виды.

Активный слой ротора гистерезисного двигателя – часть ротора в виде сплошного или состоящего из колец полого цилиндра, который в асинхронном режиме перемагничивается за счёт МДС статорной обмотки.

Активный ток – составляющая входного тока двухполюсника, совпадающая по фазе с напряжением и соответствующая активной мощности, преобразуемой двухполюсником при данном входном напряжении.

Асинхронный двигатель с двойной «беличьей клеткой» – двигатель с двумя «беличьими клетками» в пазах ротора, в результате чего пусковой момент увеличивается не только за счёт изменение сопротивления ротора, вызванного вытеснением тока в наружную клетку при пуске, но также за счёт различия сопротивлений клеток.

Асинхронный двигатель с экранированными (расщеплёнными) полюсами – явнополюсный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, у которого часть полюса охвачена (экранирована) короткозамкнутым витком, создающим фазовый сдвиг магнитного потока в экранированной части, в результате чего потоки экранированной и неэкранированной частей формируют вращающееся магнитное поле.

Асинхронный пуск – ввод синхронного двигателя в синхронизм путём разгона ротора до скорости близкой к синхронной с помощью асинхронного вращающего момента, создаваемого пусковой короткозамкнутой обмоткой,

расположенной на роторе, или присоединённым к валу пусковым асинхронным двигателем.

Б

Безредукторный электропривод – электропривод, не имеющий механических преобразователей координат движения, в котором управление движением осуществляется электрическим регулятором.

«Беличья клетка» – название конструкции обмотки ротора асинхронного двигателя, состоящей из нескольких стержней и двух колец, замыкающих их по краям, и внешне напоминающая прототип, от которого произошло название.

Беспазовый якорь – конструкция якоря исполнительного двигателя постоянного тока, в которой проводники обмотки якоря расположены на гладкой цилиндрической поверхности якоря, чем достигается уменьшение индуктивности обмотки и улучшение условий коммутации.

В

Вебер-амперная характеристика – зависимость потокосцепления участка электрической цепи от протекающего по нему тока.

Векторная диаграмма – совокупность векторов, изображающая синусоидальные токи, напряжения и ЭДС, действующие в электрической цепи.

Ветвь электрической цепи – связная совокупность элементов электрической цепи, образующих путь для протекания тока между двумя узлами.

Вихревые токи (токи Фуко) – электрический ток, возникающий под действием ЭДС индукции в проводящей среде, находящейся в изменяющемся магнитном потоке, и замыкающийся по концентрическим контурам, охватывающим магнитные линии.

Внешняя характеристика автономного синхронного генератора – зависимость напряжения на выходе генератора от величины тока нагрузки при неизменном коэффициенте мощности нагрузки, номинальном токе возбуждения и скорости вращения.

Внешняя характеристика источника электрической энергии – зависимость напряжения на выходе источника от тока в нагрузке.

Внешняя характеристика трансформатора – зависимость напряжения на вторичной обмотке трансформатора от величины тока нагрузки.

Вольт-амперная характеристика – зависимость напряжения на участке электрической цепи от протекающего по нему тока.

Вольт-кулонова характеристика – зависимость напряжения на участке электрической цепи от величины заряда на его концах.

Вращающееся магнитное поле – магнитное поле, ось которого проходящая через центры полюсов вращается в пространстве.

Времятоковая (защитная) характеристика – зависимость времени срабатывания защиты от величины протекающего тока.

Вторичная обмотка трансформатора – обмотка, к которой подключается нагрузка трансформатора.

Входной ток (напряжение) двухполюсника – ток (напряжение) в точках подключения двухполюсника к внешней цепи.

Выход («выпадение») из синхронизма – переход синхронной машины в асинхронный режим при превышении моментом нагрузки величины максимального момента, развиваемого машиной.

Г

Гистерезисный двигатель – синхронный двигатель, у которого в асинхронном режиме происходит перемагничивание материала ротора (изменение положения оси магнитного поля) и за счёт этого создаётся вращающий момент, величина которого зависит от формы гистерезисной петли.

Главные полюсы машины постоянного тока – конструкция из ферромагнитного материала, предназначенная для создания и распределения основного магнитного потока в машине.

Глубокопазный асинхронный двигатель – двигатель, у которого глубина пазов сердечника ротора значительно больше ширины, за счет чего усиливается эффект вытеснения тока в наружные слои стержней обмотки при пуске и увеличивается пусковой момент.

Д

Двигатель с принудительной вентиляцией – двигатель, в котором вентиляция осуществляется внешним двигателем и теплоотвод не зависит от скорости вращения.

Двойная изоляция – совокупность рабочей и защитной изоляции, при которой исключается прикосновение к частям электроустановки с опасным напряжением при повреждении только рабочей или только защитной изоляции.

Двухполюсник – часть электрической цепи, подключённая к ней двумя проводами (в двух точках).

Двухфазный асинхронный двигатель – двигатель с короткозамкнутым ротором, имеющий две фазные обмотки, смещённые в пространстве на 90°, управление которым осуществляется путём изменения амплитуды и/или фазового сдвига напряжения питания одной из обмоток.

Действующее (эффективное, среднеквадратичное) значение синусоидальной величины – значение эквивалентное по количеству тепла, выделяющемуся в цепи постоянного тока при тех же условиях.

Динамическое торможение – торможение двигателя путём преобразования механической энергии в электрическую и рассеянием её в обмотке якоря или во внешнем сопротивлении.

Дифференциальное (динамическое) сопротивление – отношение приращения падения напряжения на нелинейном резистивном элементе к приращению протекающего по нему току вблизи некоторой точки вольт-амперной характеристики.

Длительный режим работы электропривода – режим работы привода с постоянной нагрузкой, при котором температура двигателя достигает установившегося значения.

Добротность катушки индуктивности – отношение индуктивного сопротивления катушки к её активному сопротивлению.

Добротность конденсатора – отношение ёмкостного сопротивления конденсатора к его активному сопротивлению.

Дополнительные полюсы машины постоянного тока – конструкция из ферромагнитного материала, расположенная между главными полюсами и предназначенная для компенсации магнитного потока реакции якоря в межполюсном пространстве.

Ё, Е

Ёмкостное сопротивление – параметр ёмкостного элемента электрической цепи, определяющий соотношение между величиной тока и напряжения на нём.

Ёмкостный элемент – идеальный элемент электрической цепи (идеальный конденсатор), обладающий только электрической ёмкостью.

Ёмкость (электрическая ёмкость) – параметр, характеризующий способность конденсатора формировать электрическое поле с определённым запасом энергии и численно равный отношению величины заряда, накапливаемого конденсатором к величине напряжения на его электродах.

Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя – механическая характеристика, соответствующая номинальному напряжению и частоте питания и отсутствию сопротивлений в цепи фазного ротора.

Естественная механическая характеристика двигателя постоянного тока – механическая характеристика, соответствующая номинальным значениям напряжения на якоре и тока возбуждения и отсутствию добавочного сопротивления.

Естественный заземлитель – используемые для заземления металлические конструкции и коммуникации зданий и сооружений, находящиеся в соприкосновении с землёй.

Ж

Жёсткость механической характеристики – отношение приращения вращающего момента двигателя к приращению скорости или производная dM/dn, характеризующее реакцию двигателя на изменение нагрузки.

З

Заземление – преднамеренное электрическое соединение какой-либо части электроустановки с заземляющим устройством.

Заземляющее устройство (заземлитель) – совокупность соединённых между собой металлических проводников, находящихся в соприкосновении с землёй.

Закон полного тока – линейный интеграл вектора напряжённости магнитного поля, взятый по замкнутому контуру, равен полному электрическому току, проходящему сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Законы коммутации – следствия закона сохранения энергии, отражающие непрерывность тока в индуктивном элементе и напряжения на ёмкостном элементе при коммутации.

Замедленная (ускоренная) коммутация – коммутация, при которой ток в коммутируемой секции достигает нулевого значения после (до) середины периода коммутации.

Зануление – преднамеренное электрическое соединение токопроводящих частей электроустановки, нормально не находящихся под напряжением, с глухозаземлённой нейтралью генератора или трансформатора.

Защитное заземление – заземление токопроводящих частей электроустановок для обеспечения электробезопасности.

Защитное отключение – автоматическое отключение всех фаз участка цепи, обеспечивающее безопасное сочетание величины тока и времени его протекания при замыкании на корпус или уменьшения сопротивления изоляции ниже определённого уровня.

И

Идеальный ключ – элемент электрической цепи, имеющий два состояния, в которых он обладает нулевым и бесконечно большим активным сопротивлением, и мгновенно меняющий состояние в заданный момент времени.

Измерительные трансформаторы – трансформаторы напряжения и тока, включаемые между прибором и измерительной цепью для обеспечения безопасности измерений и приведения измеряемых величин к уровню доступному измерению стандартными приборами.

Индуктивное сопротивление – параметр индуктивного элемента электрической цепи, определяющий соотношение между величиной тока и напряжения на нём.

Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки – индуктивное сопротивление, соответствующее индуктивности рассеяния.

Индуктивность – параметр, определяющий энергию магнитного поля участка электрической цепи и численно равный отношению величины потокосцепления этого участка к величине протекающего по нему тока

Индуктивность (индуктивное сопротивление) реакции якоря синхронной машины – индуктивность (индуктивное сопротивление), соответствующая потокосцеплению потока реакции якоря с фазной обмоткой статора.

Индуктивность рассеяния обмотки – индуктивность, определяющая взаимосвязь между величиной магнитного потока рассеяния и тока в обмотке электромагнитного устройства, возбуждающего этот поток.

Индуктивный элемент – идеальный элемент электрической цепи (идеальная катушка), обладающий только индуктивностью.

Искусственный заземлитель – используемая для заземления специальная металлическая конструкция, находящаяся в соприкосновении с землёй.

Исполнительный двигатель – двигатель, предназначенный для работы в системах автоматического управления, вследствие чего к нему предъявляются особые требования по быстродействию, устойчивости, плавности и диапазону регулирования скорости вращения, а также по надёжности работы и массогабаритным показателям.

Источник тока – источник электрической энергии, формирующий в подключённой к нему электрической цепи ток, не зависящий от величины и направления падения напряжения.

Источник ЭДС (источник напряжения) – источник электрической энергии, формирующий в точках подключения к нему электрической цепи разность потенциалов, не зависящую от величины и направления протекания тока.

Источник электрической энергии – преобразователь неэлектрических видов энергии (механической, химической, тепловой и др.) в электрическую.

К

Катушечная группа – группа последовательно соединённых катушек, принадлежащих одной фазе и уложенных в соседние пазы.

Катушка – группа последовательно соединённых витков, уложенных в одни и те же пазы, и имеющая помимо изоляции отдельных витков общую изоляцию от стенок паза.

Катушка индуктивности – элемент электрической цепи (физический объект), предназначенный для формирования магнитного поля с заданными свойствами.

Коллектор – набор изолированных медных пластин, образующих цилиндрическую поверхность для скользящего контакта, к которым присоединены выводы секций обмотки якоря.

Коммутация – мгновенное изменение схемы соединения или параметров элементов электрической цепи.

Коммутация – процесс переключения секции из одной параллельной ветви в другую, сопровождающийся изменением направления протекания тока.

Коммутируемая секция – секция, находящаяся в процессе коммутации.

Компенсационная обмотка машины постоянного тока – обмотка, расположенная в пазах главных полюсов и предназначенная для компенсации искажения магнитного поля под полюсами полем реакции якоря.

Комплексная амплитуда – комплексное число, соответствующее вектору с модулем, равным амплитуде синусоидальной величины и составляющему с вещественной осью угол, равный её начальной фазе.

Комплексная проводимость – параметр электрической цепи, обратный комплексному сопротивлению и определяющий амплитудное и фазовое соотношения между напряжением и током двухполюсника.

Комплексное действующее значение (комплексное значение) – комплексное число, соответствующее вектору с модулем, равным действующему значению синусоидальной величины и составляющему с вещественной осью угол, равный её начальной фазе.

Комплексное сопротивление – параметр электрической цепи, определяющий амплитудное и фазовое соотношения между напряжением и током двухполюсника.

Комплексный (символический) метод расчёта – основной метод расчёта электрических цепей переменного тока, заключающийся в замене синусоидальных величин и параметров цепи комплексными числами (символами ве-

личин), в результате чего расчёт сводится к решению алгебраических уравнений.

Конденсатор – элемент электрической цепи (физический объект), в электрическом поле которого происходит накопление энергии.

Контур электрической цепи – замкнутый путь вдоль ветвей электрической цепи.

Концентрическая обмотка – распределённая обмотка, состоящая из катушек разной формы, укладываемых одна внутрь другой.

Короткозамкнутый ротор – ротор асинхронного двигателя с обмоткой типа «беличья клетка».

Коэрцитивная сила – напряжённость магнитного поля, необходимая для снижения до нуля остаточной индукции.

Коэффициент нагрузки трансформатора – отношение величины тока вторичной обмотки трансформатора к номинальному значению.

Коэффициент насыщения – отношение величины МДС создающей основной магнитный поток в машине, к МДС, затрачиваемой на проведение этого потока через воздушный зазор.

Коэффициент тепловой перегрузки двигателя – отношение потерь энергии в двигателе с завышенной мощностью нагрузки, работающем в кратковременном режиме, к потерям при номинальной нагрузке.

Коэффициент трансформации (приведения) – отношение числа витков первичной обмотки трансформатора к числу витков вторичной обмотки, определяющее отношение номинальных напряжений первичной и вторичной обмоток.

Коэффициент ухудшения теплоотдачи – отношение теплоотдачи двигателя при вращении ротора со скоростью ниже номинальной к теплоотдаче при номинальной скорости вращения.

Кратковременный режим работы электропривода – режим пуска и остановки привода, при котором за время работы температура двигателя не успевает достичь установившегося значения, а за время остановки понижается до температуры окружающей среды.

Кратность максимального момента асинхронного двигателя – отношение максимального вращающего момента, развиваемого двигателем, к номинальному моменту, характеризующая способность двигателя противостоять перегрузкам без потери устойчивости.

Кратность пускового момента асинхронного двигателя – отношение вращающего момента, развиваемого двигателем при пуске (при неподвижном роторе), к номинальному моменту.

Кривая размагничивания – часть предельной петли гистерезиса, расположенная во втором квадранте и используемая для расчёта постоянных магнитов.

Критическое скольжение асинхронного двигателя – скольжение, отделяющее участок механической характеристики, соответствующий устойчивой работе двигателя.

Круговая диаграмма – окружность, представляющая собой геометрическое место точек концов векторов активного и реактивного напряжения (тока) двухполюсника при всех возможных вариациях его параметров и постоянном входном напряжении (токе).

Круговая диаграмма асинхронного двигателя – окружность геометрического места точек конца вектора тока статора при изменении скольжения от положительной до отрицательной бесконечности.

Круговое вращающееся магнитное поле – вращающееся магнитное поле, индукция которого в любой точке оси проходящей через центры полюсов остаётся постоянной, т.е. магнитное поле, годограф вектора индукции которого является окружностью.

Л

Лабораторный автотрансформатор (ЛАТР) – вид автотрансформатора с плавным регулированием выходного напряжения.

Линейная катушка индуктивности – катушка, обладающая линейной вебер-амперной характеристикой

Линейная катушка индуктивности – катушка, обладающая линейной вебер-амперной характеристикой

Линейная коммутация (коммутация сопротивлением) – оптимальная коммутация без искрообразования, при которой ток в коммутируемой секции изменяется по линейному закону.

Линейные напряжения – напряжения между линейными проводами трёхфазной цепи.

Линейные токи – токи в линейных проводах трёхфазной цепи.

Линейный источник электрической энергии – источник, обладающий линейной внешней характеристикой

Линейный провод – проводник, соединяющий источник с нагрузкой в трёхфазной цепи.

Линейный резистор – резистор, обладающий линейной вольт-амперной характеристикой

М

Магнитная индукция – векторная величина, определяющая силу, действующую на движущуюся заряжённую частицу со стороны магнитного поля.

Магнитная цепь – совокупность технических устройств и объектов, возбуждающих магнитные поля и формирующих пути для их распространения, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов.

Магнитное поле реакции якоря синхронной машины – магнитное поле, возбуждаемое статором (якорем) синхронной машины.

Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции) – скалярная величина, определяющая магнитную индукцию в области пространства ограниченной замкнутым контуром и равная потоку вектора магнитной индукции через поверхность этого контура.

Магнитный поток рассеяния обмотки – магнитный поток, ответвляющийся из магнитопровода в воздушную среду и пронизывающий только одну обмотку.

Магнитодвижущая сила – линейный интеграл вектора напряжённости магнитного поля, взятый по замкнутому контуру, охватывающему полный электрический ток, создающий это поле.

Магнитомягкие (магнитотвёрдые) материалы – ферромагнитные материалы с малой (большой) коэрцитивной силой.

Магнитопровод – конструкция из ферромагнитного материала, предназначенная для усиления и формирования магнитного потока.

Малоинерционный якорь – конструкция якоря исполнительного двигателя постоянного тока, в которой для уменьшения момента инерции проводники обмотки якоря отделены от магнитопровода и расположены на диске или цилиндре из немагнитного материала.

Машины постоянного тока с независимым (последовательным, параллельным) возбуждением – машины постоянного тока, обмотка возбуждения которых питается от отдельного (независимого) источника или подключена последовательно (параллельно) обмотке якоря.

Машины постоянного тока со смешанным возбуждением – машины постоянного тока с двумя обмотками возбуждения, одна из которых подключается параллельно обмотке якоря, а другая – последовательно.

Метод нагрузочной характеристики – основной графо-аналитический метод определения режима в цепи с одним нелинейным элементом, вольт-амперная характеристика которого задана графически, заключающийся в оп-

ределении тока и напряжения в нелинейном резистивном элементе по координатам точки пересечения вольт-амперной характеристики с прямой линией, проведённой через координаты точек режима холостого хода и короткого замыкания двухполюсника, эквивалентного линейной части цепи.

Метод средних потерь – способ оценки нагрева двигателя, основанный на расчёте среднего значения потерь энергии в пределах цикла изменения нагрузки и сопоставлении результата с потерями в номинальном режиме.

Метод эквивалентного момента – способ оценки нагрева двигателя, основанный на сопоставлении среднеквадратичного значения момента нагрузки в пределах цикла его изменения с номинальным значением.

Метод эквивалентного тока – способ оценки нагрева двигателя, основанный на сопоставлении среднеквадратичного значения тока в пределах цикла его изменения с номинальным значением.

Метод эквивалентной мощности – способ оценки нагрева двигателя, основанный на сопоставлении среднеквадратичного значения мощности нагрузки в пределах цикла её изменения с номинальным значением.

Механическая характеристика асинхронного двигателя – зависимость вращающего момента развиваемого двигателем от скольжения или зависимость скорости вращения от развиваемого момента.

Многоскоростные асинхронные двигатели – двух, трёх и четырёхскоростные двигатели, скорость вращения которых можно изменять ступенями путём изменения схемы соединения обмоток.

Н

Намагничивающий ток – часть тока первичной обмотки, расходуемая на возбуждение магнитного потока и на компенсацию тепловых потерь в магнитопроводе.

Напряжение на заземляющем устройстве – напряжение, вызванное током замыкания на землю и распределённое вокруг точки ввода тока в заземляющее устройство.

Напряжение прикосновения – напряжение между двумя точками цепи тока замыкания на землю при одновременном прикосновении к ним человека.

Напряжение шага – напряжение между двумя точками на земле, находящимися на расстоянии одного метра, вызванное растеканием тока замыкания на землю.

Напряжённость магнитного поля – векторная величина, определяющая свойства системы возбуждения магнитного поля и численно равная разности векторов индукции и намагниченности среды.

Начальные условия переходного процесса – токи в индуктивных элементах и напряжения на ёмкостных элементах цепи непосредственно перед коммутацией.

Нейтральная (нулевая) точка (нейтраль) – узел в соединении звездой источников или приёмников трёхфазной цепи.

Нейтральная линия (геометрическая нейтраль) – геометрическая ось симметрии между главными полюсами машины постоянного тока.

Нейтральный (нулевой) провод – проводник, соединяющий нейтральные (нулевые) точки источников и приемников в трёхфазной цепи.

Нелинейная электрическая цепь – электрическая цепь, содержащая, по крайней мере, один нелинейный элемент.

Нелинейные элементы электрической цепи – элементы электрической цепи, параметры которых зависят от протекающего по ним тока или от приложенного к ним напряжения, т.е. элементы с нелинейной вольт-амперной, вебер-амперной или кулон-вольтной характеристикой.

Несвязанная трёхфазная система – трёхфазная цепь, не имеющая электрической (гальванической) связи между фазами.

Номинальное напряжение вторичной обмотки – напряжение на вторичной обмотке при отключённой нагрузке трансформатора.

Номинальное напряжение первичной обмотки – расчётное напряжение на первичной обмотке трансформатора.

Номинальные режимы работы электропривода – три основных и пять дополнительных стандартных режимов распределения нагрузки привода во времени.

Номинальный режим работы электрической цепи – режим, при котором элементы электрической цепи работают в условиях соответствующих данным их проектирования

О

Обмотка возбуждения двухфазного асинхронного двигателя – обмотка, подключаемая к нерегулируемому источнику питания.

Обмотка возбуждения машины постоянного тока – обмотка, расположенная на главных полюсах и предназначенная создания основного магнитного потока машины.

Обмотка возбуждения синхронной машины – обмотка ротора, создающая постоянное магнитное поле.

Обмотка управления двухфазного асинхронного двигателя – обмотка, подключаемая к источнику питания с регулируемой амплитудой или начальной фазой напряжения.

Обратная задача расчёта магнитной цепи – определение магнитных потоков в магнитной цепи при заданных геометрических и магнитных параметрах элементов и магнитодвижущих силах.

Однофазный асинхронный двигатель – двигатель с короткозамкнутым ротором, питание которого осуществляется от двухпроводной однофазной сети переменного тока.

«Опрокидывание» асинхронного двигателя – остановка двигателя вследствие потери устойчивости.

Опыт короткого замыкания – искусственно созданный режим короткого замыкания при напряжении питания пониженном до значения, при котором ток первичной обмотки равен номинальному, проводимый с целью определения параметров схемы замещения и качества изготовления трансформатора.

Опыт холостого хода – искусственно созданный режим холостого хода для определения параметров схемы замещения и качества изготовления трансформатора.

Основной магнитный поток трансформатора – магнитный поток в магнитопроводе трансформатора, пронизывающий обе обмотки.

Остаточная индукция – индукция в ферромагнитном материале после уменьшения до нуля напряжённости магнитного поля.

П

Параллельная схема замещения двухполюсника – схема замещения, состоящая из параллельного соединения двух элементов, соответствующих активной и реактивной проводимости двухполюсника.

Параллельные ветви обмотки якоря машины постоянного тока – разделение щётками кольцевой схемы соединения секций обмотки якоря на параллельные ветви.

Пассивные элементы электрической цепи – элементы, не производящие электрическую энергию (резистор, катушка индуктивности, конденсатор).

Пассивный двухполюсник – двухполюсник, не содержащий источников электрической энергии.

Первичная обмотка трансформатора – обмотка, подключаемая к источнику электрической энергии.

Переменные потери в трансформаторе – тепловые потери энергии в трансформаторе зависящие от его нагрузки и равные потерям в обмотках.

Переходные процессы – электромагнитные процессы в электрической цепи, возникающие при изменении её состояния и обусловленные перераспределением и преобразованием энергии.

Повторно-кратковременный режим работы электропривода – циклический режим пуска и остановки привода, при котором за время работы температура двигателя не успевает достичь установившегося значения, а за время остановки не успевает понизиться до температуры окружающей среды.

Повышающий (понижающий) трансформатор – трансформатор, у которого номинальное напряжение вторичной обмотки больше (меньше) номинального напряжения первичной обмотки.

Полная (кажущаяся) мощность – условная величина, вводимая для удобства в систему оценок мощности и численно равная предельно возможной активной мощности при данном напряжении и токе на входе двухполюсника.

Полная проводимость – модуль комплексной проводимости, определяющий соотношение действующих (амплитудных) значений тока и напряжения.

Полное сопротивление – модуль комплексного сопротивления, определяющий соотношение действующих (амплитудных) значений тока и напряжения.

Полный шаг обмотки (витка, катушки) – шаг равный полюсному делению.

Полюсное деление – расстояние между полюсами магнитного поля машины, выраженное в линейных или угловых единицах измерения, а также числом пазов пакета статора или ротора.

Полюсное управление – регулирование скорости вращения двигателя постоянного тока путём изменения напряжения питания (тока) обмотки возбуждения.

Порядок чередования фаз – последовательность, в которой фазные ЭДС проходят через одинаковые состояния, например, через нулевые значения.

Последовательная схема замещения двухполюсника – схема замещения, состоящая из последовательного соединения двух элементов, соответствующих активному и реактивному сопротивлению двухполюсника.

Постоянная времени нагрева (охлаждения) двигателя – отношение теплоёмкости двигателя к теплоотдаче, определяющее длительность процессов теплообмена с окружающей средой.

Постоянные потери в трансформаторе – тепловые потери энергии в трансформаторе не зависящие от его нагрузки и равные потерям в магнитопроводе.

Потери в «меди» –тепловые потери в проводе обмотки электромагнитного устройства, вызванные протеканием электрического тока.

Потери в «стали» – сумма тепловых потерь электрической энергии в материале магнитопровода от гистерезиса и вихревых токов.

Потери от вихревых токов – тепловые потери электрической энергии, вызванные протеканием вихревых токов в материале магнитопровода.

Потери от гистерезиса – тепловые потери электрической энергии, связанные с перемагничиванием материала магнитопровода и пропорциональные площади петли гистерезиса.

Потокосцепление – сумма магнитных потоков, сцеплённых с витками катушки.

Приведение параметров обмотки – математическая операция замены реальных значений параметров элементов схемы замещения, тока, напряжений и ЭДС одной из обмоток расчётными эквивалентами, соответствующими числу витков другой обмотки, при условии сохранения мощности элементов схемы. Приведение параметров производится для замены магнитной связи обмоток эквивалентной электрической связью.

Приведённые параметры элементов привода – вращающие моменты, силы и моменты инерции кинематической цепи привода приведённые (пересчитанные) к скорости вращения двигателя при условии сохранения энергии движущихся масс.

Приёмник электрической энергии – преобразователь электрической энергии в другие виды энергии (механическую, химическую, тепловую и др.).

Принцип суперпозиции – реакция электрической цепи на суммарное воздействие равно сумме реакций на элементарные воздействия.

Принципиальная электрическая схема – изображение электротехнических устройств, образующих электрическую цепь, и их связей с помощью условных обозначений.

Проводимость – величина обратная сопротивлению.

Продолжительность включения – основной параметр повторно-кратковременного режима работы электропривода, равный отношению длительности работы двигателя к длительности цикла работы и паузы.

Продольная (поперечная) ось ротора реактивного двигателя – геометрическая ось, соответствующая направлению, в котором магнитная проводимость (индуктивность, индуктивное сопротивление) ротора максимальна (минимальна).

Противо-ЭДС – ЭДС, наводимая в обмотке якоря электрической машины основным (рабочим) магнитным потоком и действующая встречно по отношению к ЭДС источника питания якоря.

Проходная мощность автотрансформатора – полная мощность автотрансформатора, определяемая как произведение номинальных значений напряжения и тока вторичной обмотки.

Процентное изменение напряжения трансформатора – относительное отклонения напряжения на вторичной обмотке трансформатора от номинального значения, выраженное в процентах.

Прямая задача расчёта магнитной цепи – определение магнитодвижущих сил в магнитной цепи при заданных геометрических и магнитных параметрах элементов и магнитных потоков.

Пульсирующее магнитное поле – магнитное поле, возбуждаемое обмоткой, питающейся от источника синусоидального переменного тока, и являющееся предельным случаем эллиптического магнитного поля.

Пусковая обмотка однофазного асинхронного двигателя – обмотка статора, подключаемая к сети во время пуска двигателя для создания вращающегося магнитного поля.

Р

Рабочая обмотка однофазного асинхронного двигателя – обмотка статора, постоянно подключённая к сети во время работы двигателя.

Рабочий участок механической характеристики асинхронного двигателя – участок механической характеристики, соответствующий устойчивой работе двигателя.

Разделительный трансформатор – трансформатор, предназначенный для отделения сети, питающей приёмник от первичной электрической сети, а также от цепей заземления и зануления.

Распределённая обмотка – обмотка, состоящая из одной или нескольких катушечных групп.

Расчётная мощность автотрансформатора – часть проходной мощности автотрансформатора, определяющая расчётные параметры магнитопровода и соответствующая мощности передаваемой в цепь вторичной обмотки посредством магнитного поля.

Реактивная мощность – мощность, соответствующая электрической энергии, участвующей в периодическом обмене между двухполюсником и внешней цепью при данном напряжении и токе на входе двухполюсника.

Реактивная проводимость – мнимая часть комплексной проводимости, определяющая интенсивность обмена энергией между двухполюсником и внешней цепью.

Реактивное напряжение – составляющая входного напряжения двухполюсника, смещённая по фазе относительно входного тока на 90° и соответствующая мощности периодического обмена энергией между двухполюсником и внешней цепью при данном входном токе.

Реактивное сопротивление – мнимая часть комплексного сопротивления, определяющая интенсивность обмена энергией между двухполюсником и внешней цепью.

Реактивный момент – вращающий момент, развиваемый двигателем за счёт магнитной асимметрии ротора.

Реактивный синхронный двигатель – двигатель с невозбуждённым ротором, магнитное поле которого является полем реакции якоря.

Реактивный ток – составляющая входного тока двухполюсника, смещённая по фазе относительно входного напряжения на 90° и соответствующая мощности периодического обмена энергией между двухполюсником и внешней цепью при данном входном напряжении.

Реакция якоря машины постоянного тока – воздействие магнитного поля якоря на поле главных полюсов машины.

Реакция якоря синхронной машины – воздействие магнитного поля, возбуждаемого статором (якорем) синхронной машины, на магнитное поле ротора.

Реальный источник – источник электрической энергии, обладающий внутренними потерями.

Режим идеального холостого хода асинхронного двигателя – режим работы двигателя с нулевым скольжением, т.е. с синхронным вращением магнитного поля и ротора, реализуемый за счёт вращающего момента другого двигателя или механизма.

Режим короткого замыкания – аварийный режим работы трансформатора при замкнутых между собой выводах вторичной обмотки.

Режим короткого замыкания асинхронного двигателя – режим работы двигателя с неподвижным ротором (пуск), при котором эквивалентное сопротивление нагрузки в схеме замещения обращается в нуль.

Режим короткого замыкания электрической цепи – режим работы источника электрической энергии с замкнутыми между собой точками подключения внешней цепи.

Режим недовозбуждения (перевозбуждения) синхронной машины – режим работы с малым (большим) током обмотки возбуждения, при котором машина потребляет из сети (отдаёт в сеть) индуктивный ток.

Режим холостого хода – режим работы трансформатора при разомкнутой цепи вторичной обмотки.

Режим холостого хода асинхронного двигателя – режим работы двигателя с отсоединённой нагрузкой.

Режим холостого хода электрической цепи – режим работы источника электрической энергии с отключённой нагрузкой.

Резистивный элемент – идеальный элемент электрической цепи (идеальный резистор), обладающий только сопротивлением.

Резистор – элемент электрической цепи (физический объект), в котором происходит необратимое преобразование электрической энергии в тепловую и основным параметром которого является электрическое сопротивление.

Резонанс – режим пассивного двухполюсника, содержащего индуктивные и ёмкостные элементы, при котором его входное реактивное сопротивление равно нулю.

Резонанс напряжений – явление резонанса в последовательном контуре, при котором напряжения на реактивных элементах компенсируют друг друга.

Резонанс токов – явление резонанса в параллельном контуре, при котором реактивные токи в ветвях компенсируют друг друга.

Рекуперативное торможение – торможение двигателя с отдачей электрической энергии в питающую сеть.

Ротор – вращающаяся часть электрической машины.

С

Самовентилируемый двигатель – двигатель, в котором вентиляция осуществляется за счёт вращения ротора и поэтому при изменении скорости вращения изменяются условия теплоотвода.

Сверхток – максимальное значение тока в переходном процессе подключения цепи с индуктивным элементом к сети переменного тока, обусловленное наличием свободной составляющей тока и превышающее амплитудное значение в установившемся режиме.

Свойство обратимости электромеханических преобразователей энергии – любой электромеханический преобразователь может осуществлять преобразование энергии в двух направлениях. Преобразование электрической энергии в механическую называется режимом двигателя, а механической в электрическую – режимом генератора.

Связанная трёхфазная система – трёхфазная цепь, в которой источники электрической энергии электрически соединены между собой и приёмники (нагрузка) соединены между собой.

Селективность защиты – способность отключения аварийного участка сети в конце защищаемой линии.

Симметричная нагрузка – приёмник (нагрузка) с одинаковыми комплексными фазными сопротивлениями.

Синусоидальный ток – электрический ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону.

Синхронная машина с магнитоэлектрическим возбуждением – машина, в которой магнитное поле ротора возбуждается постоянными магнитами.

Синхронная машина с электромагнитным возбуждением – машина, в которой магнитное поле ротора возбуждается электромагнитом, т.е. расположенной на роторе обмоткой возбуждения.

Синхронное индуктивное сопротивление – сумма индуктивных сопротивлений рассеяния и реакции якоря фазной обмотки статора.

Синхронные машины – бесколлекторные электрические машины, в которых движение магнитного поля и ротора в статическом режиме происходит синхронно.

Синхронный компенсатор – облегчённый синхронный двигатель, работающий без нагрузки на валу в режиме перевозбуждения и предназначенный для компенсации потребности в индуктивном токе другими потребителями, подключёнными к той же сети.

Скольжение – разность скоростей вращения магнитного поля и ротора асинхронного двигателя, отнесённая к скорости вращения поля.

Согласованный режим работы электрической цепи – режим, при котором источник электрической энергии отдаёт в нагрузку максимально возможную мощность.

Сопротивление – параметр, характеризующий способность резистора осуществлять преобразование энергии и численно равный отношению величины напряжения на резисторе к величине протекающего по нему тока.

Сосредоточенная обмотка – обмотка, состоящая из одной катушки.

Среднее значение синусоидальной величины – среднее значение синусоидальной величины за положительный полупериод.

Статическое сопротивление – отношение падения напряжения на нелинейном резистивном элементе к протекающему по нему току.

Статор – неподвижная часть электрической машины.

Схема замещения магнитной цепи – схема, в которой с помощью условных обозначений, принятых в электрических цепях, изображена взаимосвязь магнитодвижущих сил и магнитных потоков в магнитной цепи.

Схема замещения электрической цепи – условное изображение параметров устройств и объектов электрической цепи, принимаемых в расчёт при анализе электромагнитных процессов.

Т

Ток замыкания на землю – ток, стекающий в землю через место замыкания.

Топология – раздел математики, изучающий топологические свойства фигур, т.е. свойства фигур, не изменяющиеся при взаимно однозначных непрерывных отображениях.

Трансформатор напряжения – статическое (не имеющее движущихся частей) электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования одного переменного синусоидального напряжения в другое той же частоты.

Трёхпроводная трёхфазная система – трёхфазная цепь без нейтрального (нулевого) провода.

Трёхфазная цепь – совокупность трёх пар источников электрической энергии и приёмников, причём амплитуды и частоты ЭДС источников одинаковы, а начальные фазы смещены относительно друг друга на 120°.

Трёхфазный трансформатор – трансформатор с фазными обмотками, расположенными на общем магнитопроводе, в результате чего между фазами сети кроме электрической существует также магнитная связь.

У

Угловая характеристика синхронной машины – зависимость вращающего момента синхронной машины от угла нагрузки.

Угол магнитных потерь (угол магнитного запаздывания) – угол, дополняющий до 90° угол фазового смещения тока относительно напряжения в идеальной катушке с ферромагнитным сердечником. Потери энергии в материале сердечника пропорциональны синусу этого угла.

Угол нагрузки – угол между осями магнитных полей статора и ротора или, что то же самое, между векторами противо-ЭДС и напряжения питания фазной обмотки статора, величина которого определяется моментом, действующим на вал синхронной машины.

Угол потерь – угол, дополняющий угол фазового сдвига между током и напряжением катушки индуктивности (конденсатора) до 90°.

Узел электрической цепи – соединение трёх и более элементов.

Укороченный (удлиненный) шаг обмотки (витка, катушки) – шаг меньше (больше) полюсного деления.

Уравнение движения привода – уравнение баланса статических и динамических моментов, действующих на вал электродвигателя.

Усиленная изоляция – изоляция электрических цепей эквивалентная по свойствам двойной изоляции.

Ф

Фаза трёхфазной цепи – часть трёхфазной цепи, включающая источник электрической энергии и подключённый к нему приёмник (нагрузку).

Фазное сопротивление – сопротивление фазы приёмника (нагрузки).

Фазные ЭДС, напряжения и токи – ЭДС, напряжения и токи в фазах трёхфазной цепи.

Фазный ротор – ротор асинхронного двигателя с тремя фазными обмотками, соединёнными звездой, начала которых через контактные кольца и щетки выведены на клеммную колодку для подключения к внешним электрическим цепям.

Феррорезонанс – резонанс в электрической цепи, содержащей катушку с ферромагнитным сердечником.

Феррорезонансный стабилизатор напряжения (тока) – устройство для поддержания постоянным значения напряжения (тока) в электрической цепи, использующее для этого вольт-амперную характеристику феррорезонансного контура.

Физическая нейтраль – линия, проходящая через точки воздушного зазора с нулевым значением индукции.

Х

Характеристика холостого хода синхронные машины – зависимость величины ЭДС, наводимой магнитным полем ротора в обмотке статора при отключённом питании и номинальной скорости вращения, от величины тока обмотки возбуждения.

Характеристика *U*-образная синхронной машины – зависимость величины тока статора синхронной машины от величины тока возбуждения, полученная при постоянной нагрузке на валу и имеющая вид кривой с сильно выраженным минимумом, соответствующим режиму работы с чисто активным током.

Ц, Ч

Цикл (петля) гистерезиса – зависимость магнитной индукции от напряжённости магнитного поля при её симметричном циклическом изменении, имеющая форму замкнутой кривой (петли).

Четырёхпроводная трёхфазная система – трёхфазная цепь с нейтральным (нулевым) проводом.

Ш, Щ

Шаблонная обмотка – распределённая обмотка, состоящая из катушек одинаковой формы с одинаковым шагом.

Шаг обмотки (витка, катушки) – расстояние между пазами, в которые уложена обмотка (виток, катушка), выраженное в единицах измерения полюсного деления.

Шаговый (импульсный) двигатель – синхронный двигатель, у которого движение магнитного поля и ротора происходит дискретно (шагами) за счёт поочерёдного переключения питания статорных обмоток.

Шихтование (от нем. *Schichte* - слой**)** – разделение материала магнитопровода на отдельные изолированные пластины вдоль направления магнитных линий для уменьшения потерь от вихревых токов.

Щётка – проводник, изготовленный из материала с малым коэффициентом трения (графит, бронзо-графит) и образующий скользящий электрический контакт с кольцами или коллектором ротора электрической машины.

Щёточно-коллекторный узел – механический преобразователь постоянного тока в переменный.

Э

Эквивалентные синусоиды – синусоидальные величины тока и напряжения, действующие значения и активная мощность которых равны действующим значениям и активной мощности несинусоидальных периодических величин на входе двухполюсника.

Электрическая машина – электромеханический преобразователь энергии, основанный на принципе электромагнитного взаимодействия.

Электрическая сеть с глухозаземлённой нейтралью – сеть, в которой нейтральная точка (нейтраль) генератора или трансформатора непосредственно присоединена к заземляющему устройству.

Электрическая сеть с изолированной нейтралью – сеть, в которой нейтральная точка (нейтраль) генератора или трансформатора не присоединена к заземляющему устройству.

Электрическая цепь – совокупность технических устройств и объектов, по которым протекает электрический ток, и электромагнитные процессы в которых могут быть описаны понятиями электродвижущей силы, тока и напряжения.

Электрический привод (электропривод) – электромеханическая система, состоящая из электродвигателя, преобразовательного, передаточного и управляющего устройств, предназначенных для приведения в движение рабочего органа машины и управления этим движением.

Электрический ток – направленное движение электрических зарядов.

Электрический фильтр – устройство, предназначенное для усиления или подавления в электрической цепи токов или напряжений определённой частоты или диапазона частот.

Электрическое напряжение (падение напряжения, напряжение) – работа, необходимая для перемещения зарядов на некотором участке электрической цепи и численно равная энергии, отдаваемой единичным зарядом на этом участке.

Электродвижущая сила – сила, действующая на электрические заряды и вызывающая их движение и численно равная энергии, получаемой единичным зарядом на участке действия этой силы.

Электромагнитное рассеяние – явление неполной электромагнитной связи двух индуктивно связанных цепей, вызванное с ответвлением части магнитного потока из магнитопровода в воздушную среду.

Эллиптическое магнитное поле – вращающееся магнитное поле, годограф вектора индукции которого является эллипсом.

Эффективное число витков обмотки – расчётное число витков распределенной обмотки эквивалентное числу витков сосредоточенной обмотки с полным шагом.

Я

Явление гистерезиса – зависимость значения магнитной индукции при данной напряжённости магнитного поля от её предшествующих значений.

Якорное управление – регулирование скорости вращения двигателя постоянного тока путём изменения напряжения питания якоря.

Якорь – ротор машины постоянного тока.

Якорь с печатной обмоткой – малоинерционный якорь, у которого проводники обмотки выполнены печатным способом.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3

Часть 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ и МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

1. Электрические цепи постоянного тока 4

1.1. Электрическая цепь 4

1.2 Основные величины, характеризующие электрическую цепь 6

1.3 Пассивные элементы электрической цепи.....10

1.4 Активные элементы электрической цепи 14

1.5 Основные законы электрических цепей постоянного тока.....18

1.6 Эквивалентные преобразования электрических цепей 20

1.7 Методы расчёта электрических цепей 25

1.7.1. Метод непосредственного применения закона Ома 26

1.7.2. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа .27

1.7.3.Метод контурных токов 29

1.7.4.Метод узловых потенциалов 30

1.7.5.Метод наложения.....32

1.7.6.Метод эквивалентного генератора.....33

2. Электрические цепи синусоидального переменного тока 35

2.1. Основные понятия теории и законы электрических цепей.....35

2.1.1. Синусоидальные ЭДС, токи и напряжения 35

2.1.2. Получение синусоидальной ЭДС.....37

2.1.3. Изображение синусоидальных функций векторами.....38

2.1.4. Основные элементы и параметры электрических цепей.....41

2.1.5. Закон Ома. Пассивный двухполюсник.....46

2.1.6. Законы Кирхгофа 53

2.2. Анализ электрических цепей синусоидального тока.....55

2.2.1. Неразветвлённая цепь синусоидального тока 55

2.2.2. Параллельное соединение ветвей 58

2.2.3. Схемы замещения катушки индуктивности и конденсатора 62

2.2.4. Смешанное соединение элементов 64

2.2.5. Комплексный метод расчёта цепей переменного тока.....66

2.2.6. Резонанс в электрических цепях 70

2.2.7. Цепи с индуктивно связанными элементами.....77

3. Трёхфазные цепи 82

3.1. Получение трёхфазной системы ЭДС 82

3.2. Связывание трёхфазной системы 84

3.3. Расчёт цепи при соединении нагрузки звездой.....86

3.3.1. Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом 86

3.3.2. Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода....87

3.4. Расчёт цепи при соединении нагрузки треугольником 89

3.5. Мощность трёхфазной цепи 91

3.5.1. Мощность при несимметричной нагрузке 91

3.5.2. Мощность при симметричной нагрузке 91
4. Электрические цепи несинусоидального тока 92
4.1. Разложение периодической функции в тригонометрический ряд....92
4.2. Основные характеристики периодических несинусоидальных величин 94
4.3. Мощность цепи несинусоидального тока....96
4.4. Расчёт цепи несинусоидального тока....97
5. Переходные процессы в электрических цепях....100
5.1. Коммутация. Законы коммутации. Начальные условия 100
5.2. Классический метод расчёта переходных процессов....101
5.3. Переходные процессы в цепи с индуктивным и резистивным элементами 103
5.3.1. Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС 105
5.3.2. Отключение цепи от источника постоянной ЭДС 106
5.3.3. Переходные процессы при периодической коммутации....107
5.3.4. Подключение цепи к источнику синусоидальной ЭДС 108
5.4. Переходные процессы в цепи с ёмкостным и резистивным элементами 110
5.4.1. Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС 111
5.4.2. Разрядка конденсатора через резистор....112
5.4.3. Переходные процессы при периодической коммутации....113
5.5. Разрядка конденсатора через катушку индуктивности 114
5.5.1. Апериодический переходный процесс 116
5.5.2. Колебательный переходный процесс 118
6. Нелинейные электрические цепи 119
6.1. Нелинейные резистивные элементы....120
6.2. Анализ цепи с нелинейными двухполюсниками 122
6.2.1. Цепь с источником постоянного тока....122
6.2.2. Цепь с источником переменного тока 124
6.3. Анализ цепи с нелинейными трёхполюсниками....126
7. Магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой 128
7.1. Основные понятия и законы магнитных цепей....129
7.2. Свойства ферромагнитных материалов 132
7.3. Расчёт неразветвлённой магнитной цепи 133
7.3.1. Прямая задача....133
7.3.2. Обратная задача 134
7.3.3. Цепь с постоянным магнитом 135
7.3.4. Сила притяжения магнита....136
8. Катушка с магнитопроводом в цепи переменного тока....137
8.1. Электромагнитные процессы при переменном токе 137
8.1.1. Потери от гистерезиса 138
8.1.2. Потери от вихревых токов 140

8.1.3. Векторная диаграмма и схема замещения 141
8.2. Упрощённый анализ электромагнитных процессов 144
8.3. Явление феррорезонанса 145

Часть 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

9. Трансформаторы 149
9.1. Устройство и принцип действия....149
9.2. Математическая модель трансформатора....151
9.2.1. Уравнение магнитодвижущих сил и токов....151
9.2.2. Уравнения электрического состояния....152
9.3. Схема замещения....152
9.4. Векторная диаграмма....154
9.5. Режим холостого хода....155
9.6. Режим короткого замыкания....157
9.7. Внешняя характеристика....159
9.8. Потери энергии в трансформаторе....161
9.9. Трёхфазные трансформаторы....163
9.10. Автотрансформаторы....165
9.11. Измерительные трансформаторы....167
10. Асинхронные двигатели 170
10.1. Вращающееся магнитное поле....170
10.2. Устройство и принцип действия....174
10.3. Электродвижущие силы обмоток....177
10.4. Магнитодвижущие силы и магнитные потоки обмоток....178
10.5. Уравнения электрического состояния и схема замещения....179
10.6. Режимы работы асинхронного двигателя....182
10.7. Энергетический баланс....184
10.8. Вращающий момент и механическая характеристика....186
10.9. Пуск двигателя....189
10.10. Регулирование скорости вращения....192
10.10.1. Регулирование изменением числа пар полюсов....192
10.10.2. Регулирование понижением напряжения питания....193
10.10.3. Регулирование изменением сопротивления цепи ротора.194
10.10.4. Регулирование изменением частоты питания (частотное регулирование)....194
10.11. Однофазные и двухфазные асинхронные двигатели....196
10.11.1. Однофазные двигатели....196
10.11.2. Двухфазные двигатели....198
11. Синхронные машины....200
11.1. Устройство и принцип действия....201
11.2. Уравнение напряжений обмотки статора и векторная диаграмма 205
11.3. Работа синхронного генератора на автономную нагрузку 206

11.4. Мощность и вращающий момент синхронной машины 207
11.5. Пуск синхронного двигателя.....209
11.6. Регулирование коэффициента мощности 212
11.7. Синхронные двигатели автоматических устройств.....214
11.7.1. Реактивные двигатели 215
11.7.2. Гистерезисные двигатели.....217
11.7.3. Шаговые двигатели 220
12. Двигатели постоянного тока.....222
12.1. Устройство и принцип действия.....222
12.2. Магнитная и электрическая цепи машины 224
12.3. Электромагнитный момент машины.....227
12.4. Реакция якоря.....228
12.5. Коммутация 230
12.6. Энергетические соотношения машин постоянного тока 232
12.7. Характеристики двигателей постоянного тока 234
12.7.1. Характеристики двигателей параллельного возбуждения .234
12.7.2. Тормозные режимы двигателей параллельного возбуждения 237
12.7.3. Характеристики двигателей последовательного возбуждения 240
12.7.4. Тормозные режимы двигателей последовательного возбуждения 242
12.7.5. Характеристики двигателей смешанного возбуждения 242
12.8. Исполнительные двигатели постоянного тока.....243
12.9. Коллекторные двигатели переменного тока.....245
13. Основы электропривода 246
13.1. Уравнение движения привода.....247
13.2. Ускорение и замедление привода.....248
13.3. Нагрев и охлаждение двигателей.....250
13.4. Номинальные режимы работы двигателей 252
13.5. Выбор мощности двигателей 253
13.6. Выбор типа двигателя 257
14. Общие вопросы электроснабжения и электробезопасности 259
14.1. Общие вопросы электроснабжения 259
14.1.1. Электрические сети 259
14.1.2. Защита электрических сетей.....260
14.1.3.Потери энергии в электрических сетях и способы повышения экономических показателей.....262
14.2. Основы электробезопасности.....264
14.2.1. Условия поражения электрическим током 264
14.2.2. Защита от поражения электрическим током.....267
Литература.....271
Глоссарий.....272

ИТМО
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРИОРИТЕТНЫЕ НАЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКТЫ
«Образование»

В 2007 году СПбГУ ИТМО стал победителем конкурса инновационных образовательных программ вузов России на 2007–2008 годы. Реализация инновационной образовательной программы «Инновационная система подготовки специалистов нового поколения в области информационных и оптических технологий» позволит выйти на качественно новый уровень подготовки выпускников и удовлетворить возрастающий спрос на специалистов в информационной, оптической и других высокотехнологичных отраслях экономики.

КАФЕДРА ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ и ПРЕЦИЗИОННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В 1930 году техникум точной механики и оптики был реорганизован в учебный комбинат, состоящий из института, техникума и ФЗУ в системе Всесоюзного объединения оптико-механической промышленности.

В те годы электротехническую подготовку в нашем институте проводили кафедры «Электротехники» и «Электроизмерительных приборов». Кафедрой «Электротехники» руководил проф. Салтыков Л.Н., а кафедрой «Электроизмерительных приборов» проф. Шишелов Л.П.

С сентября 1933 года исполнять обязанности заведующего кафедрой «Электротехники» нашего института начинает Рукавишников Н. Н, а с ноября 1937 года, на заведование кафедрой назначается Солодовников А. А., известный специалист в области электротехники, электроизмерительных приборов и оборудования.

Во время войны при эвакуации ЛИТМО в г. Черепаново кафедрой руководил доц., к.т.н. Березниковский С. Ф.; штатное расписание кафедры в те годы насчитывало всего 4 человека.

После возвращения ЛИТМО из эвакуации в 1944 году кафедрой заведует Березниковский С.Ф., которого 25 января 1945 года освобождают от обязанностей заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» и назначают заведующим этой кафедрой профессора Зилитенкевича С.И.

В послевоенные годы в целом по стране и в Ленинграде ощущался дефицит опытных преподавателей высшей школы и руководство институтом пригласило в качестве заведующего кафедрой «Общей и специальной электротехники» известного ученого, педагога и методиста Пиотровского Л. М. Большинство учебников по электрическим машинам в ту пору было написано Пиотровским Л.М. лично или в соавторстве с другими видными учеными.

В 1948 году на базе кафедры «Общей и специальной электротехники» образуются кафедры: «Общей электротехники и электрических машин» зав.каф. доц. Березниковский С.Ф., «Теоретических основ электротехники» зав. каф. проф. Слепян Л.Б. и «Электроизмерительных приборов» исполняющий обязанности зав. каф. проф. Слепян Л.Б.

В 1951 году кафедры «Электротехники» и «ТОЭ» объединяют в единую кафедру «Электротехники и ТОЭ» под руководством доц. Березниковского С.Ф. в составе Радиотехнического факультета,

В 1956 году на радиотехническом факультете вновь образуются две кафедры – «ТОЭ» зав. каф. доц. Сочнев А.Я. и «Электрических машин» зав. каф. доц. Березниковский С.Ф.

В июле 1958 года доц. Сочнева А.Я. освобождают от обязанностей зав. каф. «ТОЭ», а доц. Фунтова Н.М. назначают в.и.о. зав. каф. и избирают по конкурсу на должность заведующего в 1960 году.

В 1961 году в ЛИТМО на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» приглашают профессора Сахарова А.П.

В 1965 году на должность заведующего кафедрой «Электрических машин» избирается доц., к.т.н. Глазенко Т.А.

В 1968 году кафедры «ТОЭ» и «Электрических машин» объединяются в единую кафедру «Электротехники» под руководством Т.А. Глазенко.

Татьяна Анатольевна Глазенко в 1948 году с отличием закончила энергетический факультет Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта. В 1953 году она защитила кандидатскую диссертацию и в 1966 году докторскую диссертацию. Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, почетный член Электротехнической академии России проф. Глазенко Т.А. двадцать пять лет возглавляла кафедру. Она являлась видным, творчески активным ученым, автором более 200 опубликованных научных работ.

В 1990 году на должность заведующего кафедрой избирается профессор, д.т.н. Герман - Галкин С.Г.

В 1996 году кафедра «Электротехники» была переименована в кафедру «Электротехники и прецизионных электромеханических систем».

С 1991 года кафедрой руководит доцент, кандидат технических наук, Томасов Валентин Сергеевич.

С 1992 по 2005годы на кафедре работал заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, действительный член Международной Энергетической академии, профессор, д.т.н., Сабинин Ю.А..

Сегодня на кафедре работают: профессор, д.т.н. Овчинников И.Е.; доценты, к.т.н.: Губанов Н.Н., Борисов П.В., Денисова А.В., Кротенко В.В., Лукичев Д.А., Никитина М.В., Осипов Ю.М., Петров Е.А., Синицын В.А., Соловьев В.И., Толмачев В.А., Усольцев А.А.; доцент Гурьянов В.А.; ст. преподаватели: к.т.н. Махин И.Е., Денисов К.М.; ассистенты: Серебряков С. А., Жданов И.Н.

Усольцев Александр Анатольевич

Общая электротехника

Учебное пособие

В авторской редакции
Компьютерная вёрстка и дизайн А.А.Усольцев

Редакционно-издательский отдел Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики.

Лицензия ИД №00408 от 05.11.1999
Зав. редакционно-издательским отделом Н.Ф.Гусарова
Подписано к печати 12.02.2009
Тираж 500 экз. Заказ №2035. Отпечатано на ризографе.

Редакционно-издательский отдел
Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49